

# 10. Taikomosios statistikos modulis

## *Pagrindimas*

Statistinių duomenų poreikis šiuolaikinės visuomenės gyvenime nuolat didėja. Specialiais teoriškai pagrįstais metodais apdorota statistinė informacija naudojama valstybės valdyme, mokslo tyrimuose, versle. Taikomi įvairūs, vis sudėtingesni duomenų apdorojimo ir analizės metodai. Augant skaičiavimo technikos galimybėms, kuriami nauji duomenų analizės metodai, praktiškai įsisavinami anksčiau praktikoje netaikyti ir daug skaičiavimų reikalaujantys metodai.

Kai kurios taikomosios statistikos sritys, pavyzdžiui, ekonometrika, imčių metodai, Lietuvoje buvo pradėti vystyti tik atkūrus nepriklausomybę. To priežastis gana paprasta. Mokslo sritys susijusios su rinkos ekonomika, visuomenės nuomonės tyrimais buvusioje Sovietų Sąjungoje nebuvo vystomos. Todėl kvalifikuotų šių ir panašių sričių specialistų trūkumas jaučiamas iki šiol. Pavyzdžiui, Skandinavijos bei senųjų Europos Sąjungos šalių valstybinės statistikos įstaigose metodologinį darbą dirba universitetų profesoriai, mokslininkai. Labai svarbų ir atsakingą darbą statistikos specialistai dirba farmacijos kompanijose.

Aukštos kvalifikacijos taikomosios statistikos specialistų poreikis yra didelis ir nuolat auga visose taikymų srityse: moksle, valstybės institucijose (valstybinė statistika), bankuose, draudimo kompanijose, farmacijoje, medicinoje ir daugelyje kitų. Įvairių sričių duomenys turi savo ypatybes, jie renkami, apibendrinami bei analizuojami taikant atitinkamus metodus. Yra sukurta daug statistinių programų paketų skirtų duomenų apdorojimui ir analizei. Norint jais pasinaudoti būtina žinoti šiuolaikinius statistinius metodus, tinkamai juos taikyti, suvokti ar taikomas statistinis modelis atitinkamą aprašomą realų reiškinių.

## *Modulio tikslai, ugdomi gebėjimai ir kompetencijos*

Taikomosios statistikos modulio tikslas: parengti aukštos kvalifikacijos specialistus, gebančius ne tik taikyti esamus duomenų analizės metodus, bet ir kurti naujus, galinčius tinkamai parinkti žinomus modelius bei kurti naujus, įsisavinusius šiuolaikinius statistinių programų paketus. Taikomosios statistikos specialistas turi sugebėti konsultuoti kitų sričių specialistus, mokslininkus, kurie taiko statistinius metodus duomenų analizei.

## *Būtinios žinios (prerekvizitai)*

Matematinė analizė, tiesinė algebra, tikimybių teorija (ne mažiau nei 5 kr.), informatika (ne mažiau nei 5 kr.), statistika (ne mažiau nei 10 kr.).

## *Į taikomosios statistikos modulį įtraukti dalykai (pavadinimas, kreditai):*

1. Aprašomoji statistika, (5 kreditai).
2. Baigtinių populiacijų statistika, (5 kreditai).
3. Statistinių programų paketai, (5 kreditai).
4. Statistinė duomenų analizė, (5 kreditai).
5. Statistinių parametų vertinimo metodai, (5 kreditai).
6. Ekonometrika, (5 kreditai).
7. Tikimybių teorija, (5 kreditai).
8. Atsitiktiniai procesai, (5 kreditai).
9. Regresinės analizės metodai ir modeliai, (5 kreditai).

## ***Mokslinio tyrimo kryptis***

# Baigtinės populiacijos įvertinių, kuriuose naudojama papildoma informacija konstravimas ir savybės

## **Pagrindimas**

Nuolat didėjant skaitmeninės informacijos kiekiui ir galimybėms ją apdoroti galinga skaičiavimo technika, vystosi ir teoriniai statistinių parametru vertinimo metodai, kuriuose intensyviai naudojamos skaičiavimo technikos galimybės. Valstybinėje statistikoje plačiai taikomi kalibruotieji įvertiniai, kuriuose panaudojama daug papildomų žinomų kintamųjų. C. E. Särndal ir J. C. Devile 1992 metų darbe sukonstruoti baigtinės populiacijos sumos kalibruotieji įvertiniai. Tokiems įvertiniams bei jų paklaidoms efektyviai skaičiuoti praktikoje yra būtinos specialios kompiuterių galimybės. Pastaraisiais metais siekiama rasti teoriškai ar bent eksperimentiškai pagrįstų analogiškų metodų skirtų sudėtingesniems baigtinės populiacijos parametrų vertinti. Tokių parametru pavyzdžiai yra baigtinės populiacijos dispersija, kovariacija, koreliacijos koeficientas, kvantiliai. Tokių parametru kalibruotųjų įvertinių konstrukcijų gali būti daug ir įvairių. Svarbus uždavinys yra teoriškai bei eksperimentiškai ištirti tokių įvertinių savybes, pasiūlyti naujus įvertinius.

## ***Studijuojami dalykai***

- a) Baigtinių populiacijų statistika
- b) Aprašomoji statistika
- c) Statistinių programų paketai
- d) Statistinė duomenų analizė
- e) Regresinės analizės metodai ir modeliai

## **Pagrindinė literatūra**

1. Sarndal C.-E., Swenson B., Wretman J., Model Assisted Survey Sampling. *Springer-Verlag*, 1992.
2. Deville, J-C., Särndal, C-E. (1992), Calibration estimators in survey sampling. *Journal of the American Statistical Association*, 87, pp. 376-382.
3. Harms, T., Duchesne, P. (2006), On calibration estimation for quantiles. *Survey Methodology*, 52, 1, pp. 37-52.
4. Krapavickaitė, D., Plikusas, A. (2005), Estimation of a Ratio in the Finite Population. *Informatica*, 16(3), pp. 347-364.
5. Plikusas, A. (2001), Calibrated estimators of the ratio. *Lithuanian Math. J.*, 41 (special issue), pp. 457-462.
6. Plikusas, A. (2003), Calibrated weights for the estimators of the ratio. *Lithuanian Math. J.*, 43, pp. 543-547.
7. Plikusas, A., Pumputis, D. (2007), Calibrated estimators of the population covariance. *Acta Applicandae Mathematicae*, 97(1-3), pp. 177-187.

## **Papildoma literatūra**

1. Sitter R. R. A resampling procedure for complex survey data. *Journal of the American Statistical Association*, 1992, 87, p. 755-765.
2. Sitter. R. R. Comparing three bootstrap methods for survey data. *The Canadian Journal of Statistics*, 1992, 20(2), p.135-154.

3. Gunning, P., Horgan, J-M. A new Algorithm for the Construction of Stratum Boundaries in Skewed Populations. *Survey methodology*, 2004, 30(2), pp. 159-166.
4. Horgan, J-M. Stratification of Skewed Populations: A review. *International Statistical Review*, 2006, 74(1), pp. 67-76.
5. Dalenius, T., Hodges, J-L., Jr. Minimum Variance Stratification. *Journal of the American Statistical Association*, 1959, 54(285), pp. 88-101.
6. Plikusas, A., Krapavickaitė, D. Imčių teorijos pagrindai. Vilnius: Technika, 2005.
7. Plikusas, A., Sampling methods in Lithuanian official statistics. Design and parameter estimation problems. In: Probability Theory and Mathematical Statistics. Proceedings of the Seventh Vilnius Conference (1978), Utrecht, VSP, 1999.

## **Uždaviniai**

Ištirti baigtinės populiacijos kovariacijos bei regresijos koeficiento įvairių kalibruotųjų tikslumą. Rasti sudėtingų aproksimacinius sudėtingų baigtinės populiacijos įvertinių dispersijos įvertinius. Ištirti kartotinių imčių metodų efektyvumą vertinant sudėtingų įvertinių dispersijas. Sukonstruoti kalibruotuosius baigtinės populiacijos parametrų kvantilių įvertinius, ištirti jų savybes. Ištirti įvairių baigtinės populiacijos metodų sluoksniavimo efektyvumą. Pasiūlyti optimalius sluoksniavimo metodus asimetrinėms populiacijoms.

## ***Modulio dalykų aprašai***

### **1. Aprašomosios statistikos aprašas**

1. Duomenų grupavimas.
2. Duomenų padėties charakteristikos.
3. Duomenų sklaidos charakteristikos.
4. Dažnių skirstinių formos charakteristikos.
5. Normalioji kreivė.
6. Standartizuotosios reikšmės ir išskirtys.
7. Čebyševio taisyklė.
8. Poriniai stebėjimai.
9. Grafinis stebėjimų vaizdavimas.

### **Literatūra**

- 1 Aivazian S.A., Mchitarian V.S. Prikladnaja statistika i osnovy ekonometrii. M.: Juniti, 1998 (rusų k.).
- 2 Čekanavičius V., Murauskas G. Statistika ir jos taikymai.I. 2001, TEV.
- 3 Čekanavičius V., Murauskas G. Statistika ir jos taikymai.II. 2002, TEV.
- 4 Kubilius J. Tikimybių teorija ir matematinė statistika. Vilnius: Mokslas, 1996.
- 5 Kruopis J. Matematinė statistika. Vilnius: Mokslas, 1993.

### **2. Baigtinių populiacijų statistikos aprašas**

1. Imčių teorijos objektas. Pagrindinės sąvokos.Paprastoji atsitiktinė imtis. Sumos, vidurkio, dalies įvertiniai, šių įvertinių dispersijos.

2. Imtys iš baigtinės ir begalinės populiacijos. Ėmimo paklaidos vertinimas, pasikliautinasis intervalas, variacijos koeficientas.
3. Sumos ir vidurkio vertinimas populiacijos srityje. Kokybinių rodiklių vertinimas. Imties dydžio nustatymas.
4. Ėmimas su nelygiomis tikimybėmis, Bernulio, Puasono imtys. Imties plano efektas. Sluoksninis ėmimas. Optimalus imties paskirstymas.
5. Regresiniai ir kalibruotieji įvertiniai.
6. Lizdinės ir daugiapakopės imtys. Sisteminė imtis. Dispersijos analizė.
7. Neatsakymai į apklausas.
8. Sudėtingi imčių tyrimų planai. Dispersijų vertinimo metodai. Dispersijos vertinimas kartotinių rinkčių metodais.
9. Baigtinės populiacijos parametrų vertinimas mažose srityse.

## Literatūra

- Sarndal C.-E., Swenson B., Wretman J., Model Assisted Survey Sampling. *Springer-Verlag*, 1992.
- Krapavickaitė D., Plikusas A., Imčių teorijos pagrindai. *Technika*, Vilnius, 2005.
- Cochran W.G., Sampling Techniques. *John Wiley & Sons*, 1964.
- Deville J. C, Särndal C.-E. Calibrated estimators in survey sampling. *Journal of the American statistical association*, **87**, 376-382, 1992.
- Krapavickaitė D., Plikusas A. Estimation of a ratio in afinite population. *Informatica*, **16(3)**, 347-364, 2005.
- Rao J. N. K. Small ara estimation. Hoboken, John Wiley & Sons, 313 p., 2003.
- Sitter R. Comparing three bootstrap methods in survey data. *The Canadian journal of statistics*, **20(2)**, 135-154, 1992.
- Wolter K. M. Introduction to variance estimation. New York : Springer-Verlag, 427 p., 1987.

## 3. Statistinių programų paketų aprašas

1. SAS'o duomenų biblioteka.
2. Pagrindinės SAS'o programos dalys.
3. Informacija, saugoma SAS'o duomenų rinkinyje.
4. SAS'o duomenų rinkinio skirtumai nuo EXCEL'io duomenų rinkinio.
5. Duomenų įvedimo į SAS'o sistemą būdai.
6. Kintamųjų nuskaitymo būdai INPUT sakinyje.
7. SAS'o datos kintamasis. Jo reikšmių nuskaitymas ir spausdinimas.
8. Duomenų modifikavimas DATA žingsnyje.
9. DATA žingsnio sakiniai, jų paskirtis.
10. Sąlygos IF panaudojimo būdai DATA žingsnyje.
11. Duomenų rinkinio duomenų atnaujinimas.
12. Dviejų duomenų rinkinių sujungimas vienas po kitu.
13. Dviejų duomenų rinkinių sujungimas vienas šalia kito.
14. Duomenų rinkinio režimai.
15. SAS'o kintamasis. Kintamųjų tipai ir jų atributai.
16. Tolydūs ir klasifikaciniai kintamieji SAS'e. Jų naudojimas ir iliustravimas žinomomis procedūromis.
17. Sakinio BY panaudojimas PROC žingsnyje.
18. Sąlygos WHERE panaudojimo galimybės ir prasmė.
19. Norimo stebėjimų skaičiaus atspausdinimas, nesudarant naujo duomenų rinkinio.
20. SAS'o programoje gautų rezultatų eksportavimo būdai į kitas programavimo sistemas.
21. Procedūros PRINT paskirtis ir sintaksė.

22. Procedūros SORT paskirtis ir sintaksė.
23. Procedūros MEANS paskirtis ir sintaksė.
24. Procedūros UNIVARIATE paskirtis ir sintaksė.
25. Procedūros TABULATE paskirtis ir sintaksė.
26. Procedūros FREQ paskirtis ir sintaksė.
27. Procedūros CHART paskirtis ir sintaksė.
28. Procedūros PLOT paskirtis ir sintaksė.
29. Sakinio OPTIONS panaudojimas.
30. Sakinio TITLE panaudojimas.
31. Sakinio FOOTNOTE panaudojimas.
32. Sakinio LABEL panaudojimas.
33. Procedūros FORMAT paskirtis ir sintaksė.
34. Grafinių režimų prioritetai ir šių režimų panaudojimas.
35. Sakinio GOPTIONS panaudojimas.
36. Procedūros GOPTIONS paskirtis ir sintaksė.
37. Procedūros Gplot paskirtis ir sintaksė.
38. Procedūros Gchart paskirtis ir sintaksė.
39. Procedūros Gmap paskirtis ir sintaksė.
40. Duomenys, reikalingi atvaizduoti statistinius rodiklius apie geografines vietas, naudojant procedūrą GMAP.
41. Procedūros GREPLAY paskirtis ir sintaksė.
42. Sakinys SYMBOL ir jo panaudojimas.
43. Sakinys PATTERN ir jo panaudojimas.
44. Daugiamatės statistinės analizės procedūros. Uždaviniai, sprendžiami šiomis procedūromis.

#### **b) SPSS**

1. Duomenų paruošimas jų analizei.
2. Procedūra SUMMARIZE, jos naudojimas.
3. Procedūra MEANS, jos naudojimas.
4. Atsitiktinės imties generavimas.
5. Stebėjimų rūšiavimas.
6. Duomenų grafinis vaizdavimas (stulpelinė diagrama, tiesinė diagrama, diagramos su sritimis, skritulinės diagramos ir kt.).
7. Kokybinių rodyklių įtakos kiekybiniam tyrimas.
8. Kokybinių rodyklių analizė.
9. Kiekybinių rodyklių įtakos kokybiniam analizė.
10. Faktorinė analizė.
11. Neparametrinės hipotezės.
12. Parametrinių hipotezių tikrinimas.
13. Regresinė analizė.
14. Dispersinė analizė.
15. Sezoninis išlyginimas.
16. Klasterinė analizė.

#### **c) R**

1. R bibliotekos ir duomenų rinkiniai.
2. Duomenų importas, eksportas, įvedimas rankiniu būdu.
3. Vienmačiai duomenys: aprašomoji statistika ir duomenų priešanalizė.
4. Dvimačiai duomenys: aprašomoji statistika ir duomenų priešanalizė.
5. Parametrų įverčiai.
6. Hipotezių tikrinimas.

## Literatūra

1. SAS/STAT User's Guide, Version 6, Fourth Edition, SAS Institute Inc., 1989.
2. SAS Language: Reference, Version 6, First Edition, SAS Institute Inc., 1990.
3. SAS Procedures Guide, Version 6, First Edition, SAS Institute Inc., 1990.
4. SAS/GRAPH Software: Reference, Version 6, First Edition, SAS Institute Inc., 1990.
5. URL: <http://www.spss.com/>
6. R|Rgui|Help|Manuals|An Introduction to R.
7. Faraway J.J. Practical Regression and Anova using R.
8. URL: <http://www.stat.lsa.umich.edu/~faraway/book/>
9. Maindonald J.H. Data Analysis and Graphics Using R – An Introduction.
10. URL: <http://www.maths.anu.edu.au/~johnm/>
11. Paradis E. R for beginners; URL: <http://cran.r-project.org/>
12. Verzani J. SimpleR – Using R for Introductory Statistics.

## 4. Statistinės duomenų analizės aprašas

1. Priklausomybės tyrimas. Kiekybinių duomenų priklausomybė. Apriorinės informacijos panaudojimas priklausomybės tyrimui. Išankstinis geometrinės duomenų struktūros tyrimas. Statistinės hipotezės apie duomenų priklausomybę
2. Daugiamačių duomenų koreliacinė analizė. Kiekybinių duomenų analizė. Determinacijos koeficientas. Tiesinės priklausomybės tyrimas. Netiesinių sąryšių nustatymas.
3. Ranginių duomenų koreliacinė analizė. Ranginė koreliacija. Ranginės koreliacijos koeficientai. Konkordacijos koeficientas.
4. Kategorinių duomenų koreliacinė analizė.
5. Objektų klasifikacijos uždaviniai. Klasifikacija turint apmokančią imtį. Nuostolių funkcijos. Neteisingos klasifikacijos tikimybė. Diskriminantinė analizė.
6. Klasifikacija be apmokančios imties. Skirstinių mišinio sąvoka. Automatinė klasifikacija.
7. Atstumas tarp objektų ir objektų klasių. Klasterinė analizė.
8. Daugiamačio požymio matavimo mažinimas. Informatyviausių rodiklių nustatymas. Pagrindinių komponentų metodas.
9. Faktorinė analizė.

## Literatūra

1. Aivazian S. A., Mchitarian V. S. *Taikomoji statistika ir ekonometrikos pagrindai*. UNITY: Maskva, 1024p., 1998. (Rusų k.)
2. Čekanavičius V., Murauskas G. *Statistika ir jos taikymai*. I, II, Vilnius: TEV, 2000, 2002.

## 5. Statistinių parametru vertinimo metodų aprašas

1. Nepaslinktieji įverčiai. Minimalios dispersijos įverčiai.
2. Pakankamosios statistikos. Rao ir Kramero nelygybė.
3. Asimptotinės įverčių savybės. Suderintieji įverčiai. Efektyvieji įverčiai.
4. Maksimalaus tikėtimumo metodas.
5. Momentų metodas.
6.  $\chi^2$  minimumo metodas.
7. Pasikliautiniai intervalai.

8. Taškinių ir intervalinių įverčių pavyzdžiai. Normaliojo, Puasono, Binominio, logaritminio skirstinių parametru vertinimas. Ekstremalių jų reikšmių skirstiniai.
9. Parametrinių hipotezių tikrinimas. Paprastoji hipotezė.
10. Kriterijaus galia. Tolygiai galingiausi kriterijai.
11. Sudėtingų hipotezių tikrinimas. Maksimalaus tikėtinumo santykio kriterijus. Kriterijų asimptotinės savybės.

## Literatūra

1. Aivazian S.A., Mchitarian V.S. *Prikladnaja statistika i osnovy ekonometrii*. M.: Juniti, 1998 (rusų k.).
3. Čekanavičius V., Murauskas G. *Statistika ir jos taikymai*.I. 2001, TEV.
4. Čekanavičius V., Murauskas G. *Statistika ir jos taikymai*.II. 2002, TEV.
5. Kubilius J. *Tikimybių teorija ir matematinė statistika*. Vilnius: Mokslas, 1996.
6. Kruopis J. *Matematinė statistika*. Vilnius: Mokslas, 1993.

## 6. Ekonometrijos aprašas

1. Modeliai. Modelių tipai. Duomenų tipai.
2. Regresijos modelis. Kreivės parinkimas. Mažiausių kvadratų metodas (MKM). Tiesinės regresijos modelis su dviem kintamaisiais. Gauso-Markovo teorema. Paklaidų dispersijos  $\sigma^2$  įvertis. Regresijos parametru MKM-įverčių statistinės savybės. Hipotezės  $b = b_0$  tikrinimas. Regresijos koeficientų pasikliautiniai intervalai. Regresijos priklausomo kintamojo dispersinė analizė. Determinacijos koeficientas  $R^2$ . Regresijos koeficientų maksimalaus tikėtinumo įverčiai.
3. Daugialypės regresijos modelis. Pagrindinės hipotezės. Mažiausių kvadratų metodas. Gauso-Markovo teorema. MKM-įverčių statistinės savybės. Regresijos priklausomo kintamojo dispersinė analizė. Koeficientai  $R^2$  ir pakoreguotas  $R_{adj}^2$ . Statistinių hipotezių tikrinimas. Pasikliautiniai intervalai ir pasikliautiniosios sritys.
4. Multikolinearumas. Fiktyvūs kintamieji. Dalinė koreliacija. Modelių specifikacija.
5. Kai kurie daugialypės regresijos apibendrinimai. Stochastiniai regresoriai. Apibendrintas mažiausių kvadratų metodas.
6. Modeliai, kurių paklaidos priklausomos.
7. Apibendrintasis mažiausių kvadratų metodas.
8. Prognozavimas. Besąlyginis prognozavimas. Sąlyginis prognozavimas. Prognozavimas, kai paklaidos sudaro autoregresiją.
9. Instrumentiniai kintamieji. Įvertiniai, gauti panaudojus instrumentinius kintamuosius. Matavimo paklaidų įtaka.
10. Stacionariųjų laiko eilučių modeliai ir jų identifikavimas. Autoregresijos modeliai. Slenkačiojo sumavimo modeliai. Modeliai su autoregresinėmis liekanomis. Heteroskedastinių liekanų modeliai.
11. Nestacionariųjų laiko eilučių modeliai ir jų identifikavimas. Sezoninės komponentės išskyrimas. Ekonominių rodiklių prognozavimas laiko eilučių modeliais.
12. Regresinių lygčių sistemos.

## Literatūra

1. Я.Р. Магнус, П.К. Катышев, А.А. Пересецкий. *Эконометрика. Начальный курс*. Москва, Дело, 1998.

2. Aivazian S.A., Mchitarian V.S. *Prikladnaja statistika i osnovy ekonometrii*. M.: Juniti, 1998 (rusų k.).

## 7. Tikimybių teorijos aprašas

1. Atsitiktiniai įvykiai. Statistinis ir klasikinis tikimybės apibrėžimai. Klasikinės tikimybės taikymas uždaviniams spręsti.
2. Bendrasis tikimybės apibrėžimas. Sąlyginė tikimybė. Nepriklausomieji įvykiai.
3. Pilnosios tikimybės formulė. Bajeso formulė.
4. Bernulio schema ir jos apibendrinimas.
5. Geometrinė tikimybė.
6. Atsitiktiniai dydžiai. Atsitiktinio dydžio pasiskirstymo funkcija. Skirstinio tankio funkcija. Diskretieji ir tolydieji atsitiktiniai dydžiai. Kvantiliai.
7. Atsitiktinio dydžio vidurkis. Atsitiktinio dydžio dispersija. Kovariacija ir koreliacijos koeficientas.
8. Atsitiktinių dydžių skirstinių pavyzdžiai: Bernulio, binominis, geometrinis, hipergeometrinis, Puasono, normalusis, tolygusis, Koši, chi kvadrato, Fišerio.
8. Čebyšovo nelygybė.
9. Entropijos sąvoka.
10. Atsitiktinių dydžių sekos. Atsitiktinių dydžių sekų konvergavimas. Stiprusis didžiųjų skaičių dėsnis.
11. Centrinė ribinė teorema.

## Literatūra

1. Feller W. *An introduction to probability theory and its applications*, I, II, John Wiley & Sons, New York, 1970.
2. Kruopis J. *Matematinė statistika*. Vilnius: Mokslas, 1993.
3. Kubilius J. *Tikimybių teorija ir matematinė statistika*. Vilnius: Mokslas, 1996.

## 8. Atsitiktiniai procesų aprašas

1. Atsitiktinio proceso sąvoka. Atsitiktinių procesų pavyzdžiai. Procesai su nepriklausomais prieaugliais. Brauno judesys. Brauno tiltas. Homogeninis Puasono procesas. Sudėtinis Puasono procesas.
3. Kolmogorovo teorema apie baigtiniamąčius skirstinius.
2. Stacionarieji procesai. Koreliacijos funkcija. Koreliacinė analizė. Spektrinis koreliacinės funkcijos išdėstymas. Tiesinės prognozės uždavinys. Gauso procesas.
4. Diskretaus laiko Markovo grandinės. Markovo grandinių būsenų klasifikacija. Markovo savybės formos. Stacionarios ir neredukuojamos Markovo grandinės. Ergodinės teoremos.
4. Tolydaus laiko Markovo grandinės. Tolydaus laiko Markovo grandinės sąvoka. Kolmogorovo lygtys ir ergodiškumo sąlygos tokioms grandinėms. Gimimo ir mirties procesai, tokių procesų pavyzdžiai. Tolydaus laiko išsišakojantys procesai. Išsišakojančio proceso išsigimimo tikimybės savybės. Išsišakojančio proceso ribinės teoremos..
5. Ito stochastinis integralas. Difuzinio proceso sąvoka. Brauno judesio trajektorijų savybės.
6. Kalmano filtras.

## Literatūra

1. R. Lyons. *Course notes for stochastic processes*. <http://mypage.iu.edu/~rdlyons/pdf/StochProc.pdf>.
2. S. M. Ross. *Stochastic processes*. New York, Academic press, 1996.
3. S. Karlin. *A first course in stochastic processes*. New York, Academic press, 1968.
4. Kubilius J. *Tikimybių teorija ir matematinė statistika*. Vilnius: Mokslas, 1996.
5. Liptser R. Sh, Shiiajev A. N. *Atsitiktinių procesų statistika*, Maskva, Nauka, 1974.
6. A. N. Širiajev. *Verojatinost*. Maskva, Nauka, 1980 ( rusų kalba ).
6. Ventsel A. D. *Atsitiktinių procesų teorijos kursas*, Maskva, Nauka, 1975. (rusų k.)

## 9. Regresinės analizės metodų ir modelių aprašas

1. Tiesinė regresija ir koreliacija. Tiesinės regresijos modelis. Regresijos tiesė. Liekamųjų paklaidų analizė. Determinacijos koeficientas. Regresinės analizės statistinės išvados. Prognozavimas regresinėje analizėje.
2. Daugialypės regresijos modelis. Regresijos funkcija. Liekamosios paklaidos. Statistinės išvados apie modelio koeficientus. Kintamųjų įtakos priklausomybės matai. Multikolinearumas. Pseudokintamieji. Dviejų regresijos modelių koeficientų lygybė.
3. Logistinės regresijos modelis. Prognozavimas. Klasifikavimas. Statistinės išvados.
4. Netiesiniai regresiniai modeliai. Netiesinės priklausomybės, kurias transformacijomis galima paversti tiesinėmis. Ištiesinančių transformacijų parinkimas. Bokso ir Kokso transformacija.

### Literatūra

1. Aivazian S.A., Mchitarian V.S. *Taikomoji statistika ir ekonometrijos pagrindai*. M.: Juniti, 1998 (rusų k.).
2. Kruopis J. *Matematinė statistika*. Vilnius: Mokslas, 1993.
3. Kubilius J. *Tikimybių teorija ir matematinė statistika*. Vilnius: Mokslas, 1996.