

# Ataskaita už 2026 doktorantūros metus

Doktorantė: Neringa Urbonaitė  
Vadovas: Prof. habil. dr. Leonidas Sakalauskas

Vilniaus Universitetas  
Duomenų mokslo ir skaitmeninių technologijų institutas

2026 spalio 8 d.

# Disertacijos tema

Disertacijos tema:

**Trupmaninio Brauno Lauko tyrimas ir taikymas daugiamačių duomenų modeliavime**

Vadovas:

Prof. habil. dr. Leonidas Sakalauskas

Pradžios pabaigos metai:

2019-2026

Studijų metai:

2019-2026

# Disertācijas rengimo plans

1 lentelēs Visu studiju plans

| Studiju gadi    | Dalyvavimas konferencijose |          |               |          | Publikacijos         |          |            |
|-----------------|----------------------------|----------|---------------|----------|----------------------|----------|------------|
|                 | Tarptautinėse              |          | Nacionalinėse |          | Su citav. rodikliais |          |            |
|                 | Planas                     | Įvykdyta | Planas        | Įvykdyta | Planas               | Įvykdyta | Būklė      |
| I (2019/2020)   |                            |          |               | 1        |                      |          |            |
| II (2020/2021)  | 1                          | 1        |               |          |                      | 1        | Publikuota |
| III (2021/2022) | 1                          | 3        |               |          |                      |          |            |
| IV (2022/2026)  |                            | 1        |               | 1        | 2                    | 1        | Publikuota |
| Iš viso:        | 2                          | 5        |               | 2        | 2                    | 2        |            |

Disertācijas rengimo plans

# Ataskaitinis studijų pusmetis

**2 lentelės.** Ataskaitinis studijų pusmetis (2023/2026 – I pusmetis).

|                 | Dalyvavimas konferencijose                                                                                                                                                                          |                     |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| Planas          | Ivykdyta                                                                                                                                                                                            | Konferencijos tipas |
| Nebuvo planuota | Neringa Urbonaitė. A Method for Fractal Analysis of Social Data. 4th International Conference „Modeling and Simulation of Social-Behavioral Phenomena in Creative Societies“, September 23-25, 2026 | tarptautinė         |
| Nebuvo planuota | „Fractional Brownian Vector Field for Multifractal Analysis“ at the 23rd ECMI Conference on Industrial and Applied Mathematics, 29 June – 3 July 2026, Kaunas, Lithuania.                           | nacionalinė         |

# Ataskaitinis studijų pusmetis

|          | Publikacijos (tik su citavimo rodikliu)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |            |                          |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|--------------------------|
| Eil. Nr. | Bibliografinis aprašas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Būsena     | Publikacijos tipas       |
| 1        | Leonidas Sakalauskas, Neringa Urbonaitė. Fractional Brownian Vector Field in the Framework of Euclidean Geometry, Mathematics, //Basel: MDPI, 2026 DOI: 10.3390/math14132432                                                                                                                                                                                                                                                      | Publikuota | Turi cituojamumo rodiklį |
| 2        | Airapetian, Artur; Gružas, Valentas; Urbonaitė, Neringa; Bachmetjev, Benedikt; Bernadickas, Povilas; Nedzinskienė, Laura; Zablockis, Rolandas. Dynamic changes in depressive symptoms at the onset of military conflict in a neighboring country: a cross-sectional study // Frontiers in psychiatry. Lausanne : Frontiers Media SA. eISSN 1664-0640. 2025, vol. 16, art. no. 1593088, p. [1-15]. DOI: 10.3389/fpsy.2025.1593088. | Publikuota | Turi cituojamumo rodiklį |
| 3        | Gružas, Valentas; Burinskienė, Aurelija; Airapetian, Artur; Urbonaitė, Neringa. A geospatial framework of food demand mapping // Applied sciences. Basel : MDPI. eISSN 2076-3417. 2024, vol. 14, iss. 15, art. no. 6677, p. 1-18. DOI: 10.3390/app14156677.                                                                                                                                                                       | Publikuota | Turi cituojamumo rodiklį |

# Ataskaitinis studijų pusmetis

3 lentelės Konferencijos. Studijų metai (2019/2026).

| Dalyvavimas tarptautinėse konferencijose |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Eil. nr                                  | Aprašas                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 1                                        | Neringa Urbonaitė. <i>A Method for Fractal Analysis of Social Data</i> . 4th International Conference Modeling and Simulation of Social-Behavioral Phenomena in Creative Societies, September 23-25, 2026                                                                                                        |
| 2                                        | Neringa Urbonaitė, Leonidas Sakalauskas <i>Construction of a Kriging Model using Fractional Brownian. Vector Fields</i> . 7th Stochastic Modeling Techniques and Data Analysis International Conference and Demographics 2022 Workshop. SMTDA 2022 and Demographics 2022. Atėnai, Graikija, 2022.                |
| 3                                        | Neringa Urbonaitė, Leonidas Sakalauskas <i>Multivariate Data Modeling: Methods and Challenges</i> , International Symposium on Applied Geoinformatics ISAG2021 (nuotolinė). Ryga, Latvija. 2-3 Gruodis, 2021.                                                                                                    |
| 4                                        | Neringa Urbonaitė, Leonidas Sakalauskas <i>Investigation of Fractional Brownian Vector Fields</i> , Joint ICTP-IUGG Workshop on Data Assimilation and Inverse Problems in Geophysical Sciences (nuotolinė). Trieste, Italija. 18-29 Spalis, 2021.                                                                |
| 5                                        | Neringa Urbonaitė, Leonidas Sakalauskas <i>Application of vector fractal Brownian field model for data extrapolation and kriging</i> , The 19th Conference of the Applied Stochastic Models and Data Analysis International Society ASMDA2021 and DEMOGRAPHICS2021 WORKSHOP (nuotolinė), Atėnai, Graikija, 2021. |

# Ataskaitinis studijų pusmetis

3 lentelės Publikacijos. Studijų metai (2019/2026).

|                 | <b>Publikacijos (tik su citavimo rodikliu)</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                        |
|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| <b>Eil. Nr.</b> | <b>Bibliografinis aprašas</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <b>Būklė</b>                                                           |
| 1               | Leonidas Sakalauskas, Neringa Urbonaitė. Fractional Brownian Vector Field in the Framework of Euclidean Geometry, Mathematics, //Basel: MDPI, 2026 DOI: 10.3390/math14132432                                                                                                                                                                                                                                                           | Publikuota.<br>10.3390/math14132432                                    |
| 2               | Airapetian, Artur; Gružauskas, Valentas; Urbonaitė, Neringa; Bachmetjev, Benedikt; Bernadickas, Povilas; Nedzinskienė, Laura; Zablockis, Rolandas. Dynamic changes in depressive symptoms at the onset of military conflict in a neighboring country: a cross-sectional study // Frontiers in psychiatry. Lausanne : Frontiers Media SA. eISSN 1664-0640. 2025, vol. 16, art. no. 1593088, p. [1-15]. DOI: 10.3389/fpsyt.2025.1593088. | Publikuota. Registruota eLABa sistemoje<br>10.3389/fpsyt.2025.1593088. |
| 3               | Gružauskas, Valentas; Burinskienė, Aurelija; Airapetian, Artur; Urbonaitė, Neringa. A geospatial framework of food demand mapping // Applied sciences. Basel : MDPI. eISSN 2076-3417. 2024, vol. 14, iss. 15, art. no. 6677, p. 1-18. DOI: 10.3390/app14156677.                                                                                                                                                                        | Publikuota. Registruota eLABa sistemoje<br>10.3390/app14156677.        |
| 4               | Ramanauskaitė, Simona; Urbonaitė, Neringa; Grigaliūnas, Šarūnas; Preidys, Saulius; Trinkūnas, Vaidotas; Venčkauskas, Algimantas. Educational organization's security level estimation model // Basel : MDPI. ISSN 2076-3417. 2021, vol. 11, iss. 17, art. no. 8061, p. 1-19. DOI: 10.3390/app11178061.                                                                                                                                 | Publikuota. Registruota eLABa sistemoje<br>10.3390/app11178061.        |

# Mokslinių tyrimų ir disertacijos rengimo etapai

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3 | <p>Atskirų daktaro disertacijos dalių (tyrimo metodikos, rezultatų, ginamų teiginių, išvadų, ir kt.) parengimas:</p> <p>3.1. Tikslų, uždavinių, tyrimo metodikos, ginamųjų teiginių patikslinimas;</p> <p>3.2. Analitinės disertacijos dalies parengimas;</p> <p>3.3. Teorinės disertacijos dalies parengimas;</p> <p>3.4. Eksperimentinės disertacijos dalies parengimas;</p> <p>3.5. Bendrųjų išvadų formulavimas.</p> | <p>2023 m. balandžio mėn. – 2026 m. birželio mėn.</p> | <p>Atliktas tikslų, uždavinių, tyrimo metodikos, ginamųjų teiginių patikslinimas.</p> <p>Pridėtas 4 skyrius kuriame gaunamos išraiškos: tankio, didžiausio tikėtumo, krigingo darant prielaidą, kad vidurkis nėra pastovus (yra trendas).</p> <p>Atlikti didžiausio tikėtumo Hursto parametro vertinimo taikymai meuse duomenims. Atliktas palyginimas kai yra trendas ir kai jo nėra (papildytas 5 skyrius).</p> |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

# Tikslas. Objektas

**Disertacijos tyrimo objektas:** – trupmeninis vektorinis Brauno lauko modelis (TVBL), jo modeliavimo principai ir savybės, šio modelio taikymas parametrų vertinimo, prognozavimo ir realizacijų generavimo algoritmams bei metodams kurti, skirtiems daugiamačių duomenų modeliavimui.

**Tikslas:** Sukurti Euklido geometrijos pagrindu TVBL modelį, ištirti jo savybes, sudaryti hiperparametrų, Hursto indekso vertinimo, atsitiktinio lauko generavimo ir kriginio metodus bei pritaikyti juos realių procesų modeliavimui ir analizei.

## Uždaviniai:

- 1 Sukurti TVBL'o modelį pasinaudojus trupmeninių Euklidinių atstumų matricų geometrija, parodant jo suderinamumą pagal Kolmogorovo teoremą.
- 2 Sudaryti TVBL'o generavimo rekursinį metodą ir algoritmą.
- 3 Sudaryti modelio hiperparametrų ir Hursto indekso didžiausio tikėtinumo vertinimo metodą ir palyginti jį su variogramos metodu.
- 4 Sudaryti kriginio modelį naudojant trupmeninių Euklido atstumų matricą daugiamačių duomenų ekstrapoliavimui ir prognozavimui.

## Keli sakiniai apie fraktalinių procesų tyrimo aktualumą

- ➊ Vienas iš duomenų mokslo poaibių yra erdvinių duomenų mokslas. Stochastinis modeliavimas sudaro svarbią metodologinę erdvinių duomenų mokslo dalį, nes leidžia matematiškai aprašyti atsitiktinumą ir neapibrėžtumą.
- ➋ Daugelis taikomųjų sričių – pavyzdžiui, ekonomika, finansai, epidemiologija, geologija ir geoinformatika – remiasi stochastiniais procesais, pasižyminčiais fraktaline elgsena.
- ➌ Taikant stochastinius modelius, tokius kaip Gauso atsitiktiniai laukai ar fraktaliniai procesai, galima įvertinti erdvines priklausomybes bei prognozuoti duomenų elgseną.
- ➍ Nors pradiniai trupmeninio Brauno judesio (TBJ) taikymai daugiausia apima vienmatį kontekstą, daugelis šiuolaikinių taikomųjų mokslų problemų apima erdvinius kintamuosius.
- ➎ Dėl to auga poreikis metodikoms, leidžiančioms analizuoti iš prigimties daugiamačius duomenis, o tai skatina kurti sudėtingesnes ir lankstesnes modeliavimo sistemas.

# Trupmeninis vektorinis Brauno laukas

Trupmeninis vektorinis Brauno laukas (TVBL) išplečia Gauso laukų sąvoką, įtraukdamas trupmeninės eilės glodumo savybę.

Tegul  $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ , kur  $x_i \in \chi \subseteq \mathbb{R}^p$ , žymi skirtingų įvesties taškų seką, o  $Z = (z_1, z_2, \dots, z_k)$ , kur  $z_i \in \zeta \subseteq \mathbb{R}^m$ , žymi jiems atitinkančias išvestis.

TBL kovariacijos funkcija išreiškiama taip:

$$k(x, x') = \frac{1}{2} \left( \|x\|^{2H} + \|x'\|^{2H} - \|x - x'\|^{2H} \right), \quad (1)$$

čia  $x, x' \in \mathbb{R}^p$ , o  $\|\cdot\|$  žymi Euklido normą erdvėje  $\mathbb{R}^p$ . Šiame darbe pristatomas trupmeninis Brauno vektorinis laukas (angl. fractional Brownian vector field – FBVF), skirtas daugiamačiams ir kelių išvesčių išvesties duomenims modeliuoti.

# Trupmeninis vektorinis Brauno laukas

TVBL kovariacinė struktūra apibrėžiama naudojant branduolio matricą, kuri apibendrina Kolmogorovo modelį, pateiktą lygtyje (1). Ši branduolio matrica apibrėžiama taip:

$$F = (1 - s^\top \mathbf{1}) \mathbf{1} a^\top (I - s \mathbf{1}^\top) + (1 - s^\top \mathbf{1}) (I - \mathbf{1} s^\top) a \mathbf{1}^\top - (I - \mathbf{1} s^\top) A (I - s \mathbf{1}^\top),$$

(2)

kur

- $I$  yra  $k \times k$  tapatybės matrica.
- $\mathbf{1}$  yra  $k$  matmenų vienetų vektorius.
- $s \in \mathbb{R}^k$  yra svorių vektorius.

•  $c =$

$$((x_1 - x_0)^\top (x_1 - x_0)^H, (x_2 - x_0)^\top (x_2 - x_0)^H, \dots, (x_k - x_0)^\top (x_k - x_0)^H)$$

yra trupmeninių Euklido atstumų vektorius nuo kiekvieno stebėjimo taško iki atraminio taško  $x_0 \in \mathbb{R}^p$ , kur  $x_0 \neq x_i$  visiems  $1 \leq i \leq k$ .

# Trupmeninis vektorinis Brauno laukas

Šiame darbe esminė TVBL modeliavimo daugiamačiams kelių išvesčių (angl. *multi-output*) duomenims sudedamoji dalis yra trupmeninė Euklido atstumų matrica tarp stebėjimo taškų, apibrėžiama taip:

$$A = [(x_i - x_j)^\top (x_i - x_j)^H]_{i,j=1}^k, \quad (3)$$

kur  $x_i, x_j \in \chi \subseteq \mathbb{R}^p$ , o  $x_i \neq x_j$  visiems  $1 \leq i, j \leq k$ . Parametras  $H \in [0, 1)$  nusako TVBL savipanašumo (angl. *self-similarity*) ir glotnumo laipsnį.

## Pažymima

Tokia konstrukcija grindžiama klasikiniai Euklido geometrijos rezultatais ir jų išplėtimais į trupmenines erdves.

# Trupmeninis vektorinis Brauno laukas

## Išvada

Po elementarių pertvarkymų [Išvada 5][1], gali būti išreikštas sąryšis:

$$F^{-1} - \frac{F^{-1}\mathbf{1}\mathbf{1}^{\top}F^{-1}}{\mathbf{1}^{\top}F^{-1}\mathbf{1}} = -A^{-1} + \frac{A^{-1}\mathbf{1}\mathbf{1}^{\top}A^{-1}}{\mathbf{1}^{\top}A^{-1}\mathbf{1}}.$$

[1]N. Pozniak, L. Sakalauskas, and L. Saltyte. Kriging model with fractional euclidean distance matrices. Informatica, 30:367–390, 2019.

# Trupmeninis vektorinis Brauno laukas

Pažymėkime, vektorinių reikšmių stebėjimai  $Z = (z_1, z_2, \dots, z_k)$ , kur  $z_i = z(x_i, \omega)$ , kai  $i = 1, 2, \dots, k$ , daugiamačiuose taškuose  $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ , gali būti modeliuojami kaip atitinkantys daugiamatį Gauso skirstinį:

$$\text{vec}(Z(X)) \sim \mathcal{N}(\text{vec}(\mu \mathbf{1}^\top), F \otimes \Sigma), \quad (4)$$

kur

- $\mu \mathbf{1}^\top$  žymi vidurkių matricą, pakartotą visuose stebėjimo taškuose;
- $F \otimes \Sigma$  yra kovariacijos matrica, išreikšta kaip branduolio matricos  $F$  stulpelių kovariacijų matrica ir eilučių kovariacijų matricos  $\Sigma$  Kronekerio sandauga (kaip apibrėžta anksčiau).

# Trupmeninis vektorinis Brauno laukas

## Teorema

Tarkime, kad stebėjimų matrica  $Z$ , gauta tarpusavyje skirtinguose taškuose  $X$ , yra pasiskirsčiusi pagal lygtį (4), kur  $\Sigma > 0$ . Tuomet matricos  $Z$  tikimybės tankio funkcija apibrėžiama taip:

$$\rho(Z|\mu, \Sigma) = \frac{e^{-\frac{1}{2} \operatorname{tr}((Z-\mu\mathbf{1}^\top)\Sigma^{-1}(Z-\mu\mathbf{1}^\top)^\top F^{-1})}}{(2\pi)^{\frac{mk}{2}} |\Sigma|^{\frac{k}{2}} |F|^{\frac{m}{2}}} = \quad (5)$$

$$= \frac{e^{-\frac{1}{2} \operatorname{tr}\left(Z\Sigma^{-1}Z^\top \left(\frac{A^{-1}\mathbf{1}\mathbf{1}^\top A^{-1}}{\mathbf{1}^\top A^{-1}\mathbf{1}} - A^{-1}\right)\right) - \frac{(ZQ-\mu)^\top \Sigma^{-1}(ZQ-\mu)}{2D}}}{(2\pi)^{\frac{mk}{2}} |\Sigma|^{\frac{k}{2}} \operatorname{abs}(|A|)^{\frac{m}{2}} (\mathbf{1}^\top A^{-1}\mathbf{1}D)^{\frac{m}{2}}}. \quad (6)$$

# Trupmeninis vektorinis Brauno laukas

## Įrodymas.

Remiantis modeliu, apibrėžtu lygtyje (4), atitinkama tankio funkcija lygtyje (5) yra išvedama iš

$$\begin{aligned}\rho(Z|\mu, \Sigma) &= \frac{e^{-\frac{1}{2} \text{vec}(Z - \mu \mathbf{1}^\top)^\top (\Sigma \otimes F)^{-1} \text{vec}(Z - \mu \mathbf{1}^\top)}}{2\pi^{\frac{mk}{2}} |\Sigma \otimes F|^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{e^{-\frac{1}{2} \text{vec}(Z - \mu \mathbf{1}^\top)^\top \text{vec}(F^{-1}(Z - \mu \mathbf{1}^\top)^\top \Sigma^{-1})}}{2\pi^{\frac{mk}{2}} |\Sigma|^{\frac{k}{2}} |F|^{\frac{m}{2}}}.\end{aligned}$$



Tegul  $A, B$  yra atitinkamai  $m, k$  eilės kvadratinės matricos

- 1  $\text{vec}(ACB) = (B^\top \otimes A) \text{vec}(C)$
- 2  $|A \otimes B| = |A|^k |B|^m$ ,  $A$  is  $m \times m$ ,  $B$  is  $k \times k$
- 3  $\text{vec}(C)^\top \text{vec}(ACB) = \text{tr}(C^\top ACB)$

Duomenų rinkinyje pateikiamos 4 sunkiųjų metalų – kadmio (Cd), vario (Cu), švino (Pb) ir cinko (Zn) – koncentracijos (ppm)  $n = 4$ .

Šiame tyrime vertinama įvairių fraktalinių struktūrų (FS) tikimybės. Kiekviena struktūra suskirsto metalus į tarpusavyje nepersidengiančius poaibius. Konkrečios struktūros tikimybė apskaičiuojama:

$$\mathcal{L}(Z) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^n \mathcal{L}_A(H_j \mid Z_j) m_j, \quad (7)$$

čia  $n$  yra nesikertančių poaibių skaičius ( $1 \leq n \leq 4$ ),  $m_j$  – metalų skaičius  $j$ -ajame poaibyje ( $\sum_{j=1}^n m_j = m$ ), o  $Z_j$  žymi to poaibio duomenis.

| LF       | E.S.   | LF       | E.S.   | LF       | E.S.    |
|----------|--------|----------|--------|----------|---------|
| 5.609    | 1234   | 6.22625  | 124, 3 | 6.648724 | 14,23   |
| 5.864048 | 24,1,3 | 6.42325  | 123,4  | 6.791926 | 23,1,4  |
| 6.0295   | 134,2  | 6.4309   | 14,2,3 | 6.829765 | 13,2,4  |
| 6.102975 | 234,1  | 6.459813 | 13,24  | 7.00975  | 1,2,3,4 |
| 6.104712 | 12,34  | 6.6336   | 12,3,4 | 7.256612 | 34,1,2  |

# Trupmeninis vektorinis Brauno laukas

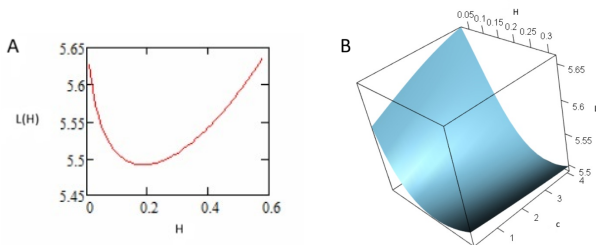
Be to, tarkime, kad vidurkių vektorius apima trendus:

$$\mu(x) = C h(x), \quad (8)$$

Kovariacijos struktūra FVF nustatoma naudojant teigiamai apibrėžtą funkciją  $\rho : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ . Tarkime,  $\rho(r) = 1 - c r + o(c)$ , kur  $c$  yra skalės parametras, likusi dalis taip pat priklauso nuo  $r$ . Taigi koreliacijos matrica:

$$F(A, c) = [\rho(\|x_i - x_j\|^{2H})]_{i,j=1}^k = \mathbf{1}\mathbf{1}^\top - c A + o(c). \quad (9)$$

# Trupmeninis vektorinis Brauno laukas



pav. 1: (a) Hursto parametro įvertis (b) Resultatai parametro  $c$  ir Hursto įverčių

Su trendu:  $c = 0$ ,  $H = 0.187$ ,  $\mathcal{L} := 5.491$ ;

$c = 2.9$ ,  $H = 0.24$ ;

Be trendo  $\hat{H}_0 = 0.176$ ,  $\mathcal{L}_0 := 5.609$

# Ginamieji teiginiai

- 1 TVBL'o modelis, apibrėžtas vien tik Euklido fraktalinių atstumų matrica, yra matematiškai korektiškas ir tinkamas daugiamačių su kelių išvesčių fraktalinių duomenų analizei.
- 2 TVBL pagrįstas krigingo prognozavimo modelis pritaikytas rekursyviniam lauko realizacijų generavimo algoritmui sudaryti. Šio algoritmo sudarymui pakanka naudoti fraktalinių atstumų matricą, neįvedant papildomos teigiamai apibrėžtos koreliacijų funkcijos.
- 3 Didžiausio tikėtinumo metodu pagrįstas Hursto parametro vertinimas daugiamačiams duomenims užtikrina didesnę tikslumą nei variogramos metodas.
- 4 TVBL yra fraktalinio vektorinio lauko su teigiamai apibrėžta koreliacine funkcija ribinis atvejis, kai šios funkcijos mastelio parametras artėja į nulį, o dispersija be galo auga.

Ačiū!