

Didelės skaičiavimo apimtys skaitinių algoritmų analizė ir optimizavimas

Rima Kriauzienė (VU MII)
Doktorantūros metai – 2015 m. – 2019 m.
3-ieji doktorantūros metai

Vadovas – prof. habil. dr. R. Čiegis (VGTU),
Konsultantas – prof. dr. J. Žilinskas (VU MII).

Mokslo kryptis: Informatika (09 P).

Spalio 17 d., 2017 m., Vilnius, Lietuva

Dalyko pavadinimas	Kreditų skaičius ECTS	Atsiskaitymo data	Įvykdyta
Lygiagretieji ir paskirstytieji skaičiavimai	9	2016 m. gruodis	10

Dalyvavimas konferencijose, kitose doktorantų mobilumo veiklose

- 8th Data Analysis Methods for Software Systems, December 1-3, 2016, Druskininkai, Lithuania.
- LMA 7-oji jaunųjų mokslininkų konferencija "Fizinių ir technologijos mokslų tarpdalykiniai tyrimai", vasario 9 d., 2017, Vilnius, Lietuva.
- 20-oji MMK jaunųjų mokslininkų konferencija "Jaunieji mokslininkai - Lietuvos ateitis", balandžio 18, 2017, Vilnius, Lietuva.
- 22nd International Conference Mathematical Modelling and Analysis, May 30 - June 2, 2017, Druskininkai, Lithuania.
- 12th International Conference on Parallel Processing and Applied Mathematics [PPAM 2017], September 10-13, 2017, Lublin, Poland.

Bugajev, A.; Čiegis, R.; **Kriauzienė, R.**; Leonavičiene, T.; Žilinskas, J. On the accuracy of some absorbing boundary conditions for the Schrödinger equation // Mathematical modelling and analysis: the Baltic journal on mathematical applications, numerical analysis and differential equations. Vilnius: Taylor& Francis, VGTU. ISSN 1392-6292. eISSN 1648-3510. 2017, Vol. 22, iss. 3, p. 408-423. DOI: 0.3846/13926292.2017.1306725.

Čiegis, R.; Starikovičius, V.; Margenov, S.; **Kriauzienė, R.** Parallel solvers for fractional power diffusion problems. Concurrency Computat: Pract Exper. 2017;e4216. <https://doi.org/10.1002/cpe.4216>

Mokslo publikacija:

- A Comparison of Accuracy and Efficiency of Parallel Solvers for Fractional Power Diffusion Problems. *Lecture Notes in Computer Science*.

Dalyvauti konferencijose:

- 9th Data Analysis Methods for Software Systems, November 30 - December 2, 2017, Druskininkai, Lithuania.
- 23rd International Conference Mathematical Modelling and Analysis, May 29 - June 1, 2018, Sigulda, Latvia.

Mokslinio tyrimo vykdymas:

Tyrimo metodikos sudarymas:

Algoritmų skaičiavimo sudėtingumo optimizavimas.

Teorinis tyrimas:

1. Optimizavimo uždavinių formulavimas ir jų sprendimo algoritmų teorinė analizė.
2. Lygiagrečiųjų algoritmų sudarymas, išplečiamumo analizė.

Gautų duomenų analizė, apibendrinimas, išvadų parengimas:

1. Specialių kraštinių sąlygų koeficientų radimo uždavinių sprendimo analizė ir išvadų parengimas.
2. Uždavinių su elipsiniu operatoriumi, pakeltu trupmeniniu laipsniu, sprendimo analizė ir išvadų parengimas.

Tegu Ω yra apribota srityje \mathbb{R}^n , kai $n \geq 2$ su kraštu $\partial\Omega$. Duota funkcija f , ieškome tokių u , kad

$$L^\beta u = f, \quad X \in \Omega \quad (1)$$

su kraštinėmis sąlygomis ant $\partial\Omega$, $0 < \beta < 1$ ir elipsinis operatorius:

$$Lu = - \sum_{j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k(X) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right).$$

Pažymėkime $\{\phi_k\}$, $k = 1, 2, \dots, N$ ortonormuotą bazę

$$L\phi_k = \lambda_k\phi_k.$$

Tuomet elipsinio operatoriaus trupmeninis laipsnis yra ^{1,2}

$$L^\beta u = \sum_{k=1}^N \lambda_k^\beta w_k \phi_k, \quad (2)$$

kur $w_k = (u, \phi_k)$

¹Nochetto R., Otárola E., Salgado A. A PDE approach to fractional diffusion in general domains: a priori error analysis. *Foundations of Computational Mathematics*.15(3):733791,2015.[doi:10.1007/s10208-014-9208-x](https://doi.org/10.1007/s10208-014-9208-x).

²Nochetto R., Otárola E., Salgado A. A PDE approach to numerical fractional diffusion. Proceedings of the 8th ICIAM, Beijing, China 2015, 211236.

(1) uždavinį suvedame į lokalų¹ uždavinį. Vienas iš būdų užrašyti tokia integraline išraiška:

$$L^{-\beta} = \frac{2 \sin(\pi\beta)}{\pi} \left[\int_0^1 y^{2\beta-1} (l + y^2 L)^{-1} dy + \int_0^1 y^{1-2\beta} (y^2 l + L)^{-1} dy \right]. \quad (3)$$

Tuomet (??) uždavinio aproksimacija yra

$$L_h^{-\beta} f_h = \frac{2 \sin(\pi\beta)}{\pi} \left[\sum_{j=1}^M \frac{y_{1,j}^{2\beta} - y_{1,j-1}^{2\beta}}{2\beta} (l_h + y_{1,j-1/2}^2 L_h)^{-1} f_h \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^M \frac{y_{2,j}^{2-2\beta} - y_{2,j-1}^{2-2\beta}}{2-2\beta} (y_{2,j-1/2}^2 l_h + L_h)^{-1} f_h \right]. \quad (4)$$

¹Bonito A., Pasciak J. Numerical approximation of fractional powers of elliptic operators. *Mathematics of Computation*.84:20832110, 2015. doi:10.1090/S0025-5718-2015-02937-8.

- Šeimininkas sugeneruoja ir paskirsto y_j reikšmes.
- Kiekvienai y_j reikšmei darbininkas sprendžia elipsinį uždavinį:

$$(I + y_j^2 L_h)^{-1} f \text{ arba } (y_h^2 I_h + L_h)^{-1} f.$$

Darbininkai nesiunčia rezultato po kiekvienos užduoties sprendimo.

- Gautasis duomenų vektorius, kurio dydis $N_{x_1} \times N_{x_2}$, siunčiamas tik vieną kartą, kai išsprendžiama paskutinė užduotis.
- Šeimininkas surenka reikšmes iš darbininkų.

²Čiegis R., Starikovičius V., Tumanova N., Ragulskis M. Application of distributed parallel computing for dynamic visual cryptography. *The Journal of Supercomputing*.72(11):42044220, 2016. doi:10.1007/s11227-016-1733-8.

²Kumar V., Grama A., Gupta A., Karypis G. *Introduction to Parallel Computing: Design and Analysis of Parallel Algorithms*. Benjamin-Cummings Pub Co, 1994. 11.

- Tolerancija 10^{-8} , $\beta = 0.25$.
- Procesorių skaičius – $p = n_d \times n_c$, n_d - mazgų skaičius, n_c - branduolių skaičius mazge.
- Blokų dydis: $K = 1$ arba $K = 10$.
- Apskaičiuoti spartinimo $S_s = T_1/T_s$ ir efektyvumo $E_s = S_s/s$, E_d koeficientai, kur s – darbininkų skaičius.
- “Avitohol” cluster at Institute of Information and Communication Technologies (IICT) of the Bulgarian Academy of Sciences (<http://www.iict.bas.bg/avitohol/>). Testavimui naudoti 64 mazgai (1024 branduoliai).

Eksperimentų rezultatai. Stiprus išplečiamumas

$N_{x_1} \times N_{x_2}, M$	s	$n_d \times n_c$	Partition	Block	T_p	S_s	E_s	E_{n_d}
$400^2, 400$	1	1×2	cyclic	1	294.1	1.00	1.00	-
$400^2, 400$	2	1×3	cyclic	1	150.1	1.96	0.98	-
$400^2, 400$	15	1×16	cyclic	1	22.5	13.08	0.87	1.00
$400^2, 400$	31	2×16	cyclic	1	11.8	24.97	0.81	0.95
$400^2, 400$	63	4×16	cyclic	1	6.1	48.45	0.77	0.93
$400^2, 400$	127	8×16	cyclic	1	3.4	87.70	0.69	0.84
$400^2, 400$	255	16×16	cyclic	1	2.3	129.98	0.51	0.62
$400^2, 400$	511	32×16	cyclic	1	2.5	117.85	0.23	0.28
$400^2, 400$	15	1×16	dynamic	1	22.8	13.08	0.87	1.00
$400^2, 400$	31	2×16	dynamic	1	11.6	25.62	0.83	0.98
$400^2, 400$	63	4×16	dynamic	1	6.1	48.66	0.77	0.93
$400^2, 400$	127	8×16	dynamic	1	4.0	75.22	0.59	0.72
$400^2, 400$	255	16×16	dynamic	1	3.9	75.58	0.30	0.36
$400^2, 400$	511	32×16	dynamic	1	4.1	72.56	0.14	0.17
$400^2, 400$	15	1×16	dynamic	10	24.6	11.92	0.79	1.00
$400^2, 400$	31	2×16	dynamic	10	13.1	22.48	0.73	0.94
$400^2, 400$	63	4×16	dynamic	10	8.8	33.36	0.53	0.70

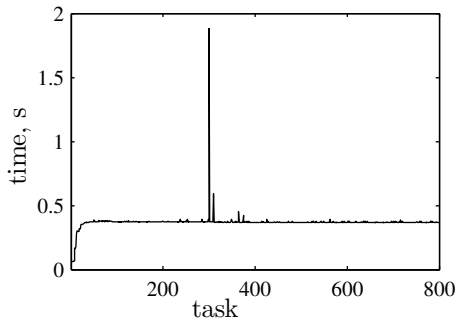


Figure: $N_{x_1} \times N_{x_2} \times M = 400^3$, 0.3686 s per 5.91 iterations in average

Eksperimentų rezultatai. Stiprus išplečiamumas

$N_{x_1} \times N_{x_2}, M$	s	$n_d \times n_c$	Partition	Block	T_p	S_s	E_s	E_{n_d}
$400^2, 400$	1	1×2	cyclic	1	294.1	1.00	1.00	-
$400^2, 400$	2	1×3	cyclic	1	150.1	1.96	0.98	-
$400^2, 400$	15	1×16	cyclic	1	22.5	13.08	0.87	1.00
$400^2, 400$	31	2×16	cyclic	1	11.8	24.97	0.81	0.95
$400^2, 400$	63	4×16	cyclic	1	6.1	48.45	0.77	0.93
$400^2, 400$	127	8×16	cyclic	1	3.4	87.70	0.69	0.84
$400^2, 400$	255	16×16	cyclic	1	2.3	129.98	0.51	0.62
$400^2, 400$	511	32×16	cyclic	1	2.5	117.85	0.23	0.28
$400^2, 400$	15	1×16	dynamic	1	22.8	13.08	0.87	1.00
$400^2, 400$	31	2×16	dynamic	1	11.6	25.62	0.83	0.98
$400^2, 400$	63	4×16	dynamic	1	6.1	48.66	0.77	0.93
$400^2, 400$	127	8×16	dynamic	1	4.0	75.22	0.59	0.72
$400^2, 400$	255	16×16	dynamic	1	3.9	75.58	0.30	0.36
$400^2, 400$	511	32×16	dynamic	1	4.1	72.56	0.14	0.17
$400^2, 400$	15	1×16	dynamic	10	24.6	11.92	0.79	1.00
$400^2, 400$	31	2×16	dynamic	10	13.1	22.48	0.73	0.94
$400^2, 400$	63	4×16	dynamic	10	8.8	33.36	0.53	0.70

$N_{x_1} \times N_{x_2}, M$	p	$n_d \times n_c$	Partition	Block	T_p	E_{n_d}
$400^2, 400$	16	1×16	cyclic	1	22.48	1.00
$800^2, 800$	128	8×16	cyclic	1	26.75	0.84
$1600^2, 1600$	1024	64×16	cyclic	1	36.12	0.62
$400^2, 400$	16	1×16	dynamic	1	22.79	1.00
$800^2, 800$	128	8×16	dynamic	1	26.54	0.86
$1600^2, 1600$	1024	64×16	dynamic	1	35.70	0.64

Ačiū už dėmesį.