VILNIAUS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS
SISTEMŲ ANALIZĖS SKYRIAUS OPERACIJŲ TYRIMO SEKTORIUS

# DOKTORANTŪROS METINĖ ATASKAITA

2015 m. spalio mėn. 1 d. – 2016 m. rugsėjo mėn. 30 d.

INFORMATIKOS STUDIJŲ PROGRAMOS
**DOKTORANTĖ JŪRATĖ VAIČIULYTĖ**

- **DISERTACIJOS TEMA:**
  PASLĖPTŲJŲ MARKOVO MODELIŲ TAIKYMAS APTARNAVIMO SISTEMŲ BEI TINKLŲ MODELIAVIMUI IR OPTIMIZAVIMUI

- **VADOVAS PROF. HABIL. DR. LEONIDAS SAKALAUSKAS**

- **Įstojimo į doktorantūrą metai** 2015 m. spalio mėn. 1 d.
- **Doktorantūros baigimo metai** 2019 m. rugsėjo mėn. 30 d.

- **Tyrimo objektas:**
  - Paslėptieji Markovo modeliai

- **Tyrimo tikslai:**
  - Paslėptųjų Markovo modelių parametrų įvertinimo algoritmų tyrimas
  - Rekurentinio algoritmo Paslėptųjų Markovo Modelio parametrams vertinti sudarymas

# 2015/2016 m.m. darbo planas

1. 2015/2016 m.m. buvo suplanuota išlaikyti 2 egzaminus.
2. Mokslinių tyrimų disertacijos tema apžvalga ir analizė:
   - atlikti paslėptųjų Markovo modelių analitinę apžvalgą
   - identifikuoti mokslines problemas, kylančias uždaviniuose, susijusiuose su paslėptųjų Markovo modelių taikymu atsitiktinių sekų analizėje.
3. Dalyvauti 6-oje Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijoje „Operacijų tyrimas ir taikymas“
4. Parengti ir pateikti 1 straipsnį į žurnalą „Jaunųjų mokslininkų darbai“

# 2015/2016 m.m. ataskaita

| |
|---|
| Išlaikyti egzaminai:<br>•“Statistinis modeliavimas”. Vertinimo komisija: prof. habil. dr. L. Sakalauskas, doc. dr. O. Kurasova, doc. dr. S. Minkevičius. 2016-02-09. Įvertinimas 10 (puikiai)<br>•“Informatikos matematiniai metodai”. Vertinimo komisija: prof. dr. J. Žilinskas, prof. dr. A. Čaplinskas, doc. dr. O. Kurasova. 2016-09-29. Įvertinimas 8 (gerai). |
| Dalyvauta konferencijoje (2016-04-08) “Operacijų tyrimas ir taikymai”, pranešimo tema: “Paslėptųjų Markovo modelių parametrų vertinimo algoritmo tyrimas”. |
| 1 publikacija priimta spausdinimui. Publikacijos tema: “Paslėptųjų Markovo modelių metodo tyrimas ir taikymas balso įrašams stenografuoti” |

# Gautų rezultatų apžvalga

- Identifikuotos Paslėptųjų Markovo grandinių rekurentinių modelių problemos
- Sudarytas didžiausio tikėtinumo algoritmas modelio parametrams vertinti.
- Sudarytu algoritmu įvertinta diagonaliosios ir pilnosios kovariacijų matricos įtaka skaičiavimams.

# PMM matematinio modelio parametrai

- Būsenų skaičius *N*
- būsenų perėjimų tikimybių matrica $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1N} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{N1} & \cdots & a_{NN} \end{pmatrix}$
- pradinio buvimo būsenoje tikimybių vektorius $\pi = \begin{pmatrix} \pi_1 \\ \vdots \\ \pi_N \end{pmatrix}$
- stebėjimo tikimybės tankio funkcija

$$N(o, \mu_s, \sigma_s) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\sigma_s|}} \exp(-\frac{1}{2}(o - \mu_s)^T \sigma_s{}^{-1} (o - \mu_s))$$

- stebėjimus aprašantys atsitiktiniai dydžiai, pasiskirstę pagal duotus vidurkius $\mu_s$ ir kovariacijų matricas $\sigma_s$, $1 \leq S \leq N$

# PMM parametrų įvertinimas

- Tarkime, stebime atsitiktinį dydį *O*, kurio tankis $b(O)$ priklauso nuo nežinomų parametrų.
- Stebėjimo tikimybių tankis yra užrašomas tokiu pavidalu: $\sum_{j=1}^{N} \pi_j \cdot b_j(O)$

čia $\pi_j$ yra buvimo j-toje būsenoje tikimybė, o stebėjimo j-oje būsenoje tikimybė yra aprašoma daugiamačiu Gauso dėsniu:

$$b_j(O) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \left|\sigma_j\right|}} e^{-\frac{1}{2}(o-\mu_j)^T \sigma_j^{-1} (o-\mu_j)}$$

- Įvedama logaritminė tikėtinumo funkcija, aprašanti stebėjimą atskiroje būsenoje, į kurią įtraukta buvimo būsenoje tikimybė *π*:

$$l(o,\sigma,\mu,\pi) = -\ln b(o) - \ln(\pi) = \frac{(o-\mu)^T \sigma^{-1} (o-\mu)}{2} + \ln\left(\frac{\sqrt{|\sigma|}}{\pi}\right)$$

# PMM parametrų įvertinimas

- Expectation-Maximization (EM) algoritmas
  - Pasinaudojus didžiausio tikėtinumo metodu išvestos rekurentinės formulės
  - tikėtinumo funkcijos išvestinės pagal μ ir σ

$$b_j(o) = \sum_{j=1}^{N} N(o; \mu_j, \sigma_j)$$

$$\gamma_j = e^{-l(o, \sigma_i, \mu_i, \pi_i)}$$

$$\overline{\sigma}_j = \frac{\sum_{j=1}^{T} \gamma(j) \cdot (O - \mu_j)(O - \mu_j)^T}{\sum_{j=1}^{T} \gamma(j)}$$

$$\overline{\mu}_j = \frac{\sum_{t=1}^{T} \gamma(j) \cdot O}{\sum_{t=1}^{T} \gamma(j)}$$

$$\overline{a}_{ij} = \frac{skaicius\ perėjimu\ is\ b\bar{u}senos\ S_i\ i\ b\bar{u}sena\ S_j}{skaicius\ perėjimu\ is\ b\bar{u}senos\ S_i}$$

$$\pi_{i+1} = A \cdot \pi_i$$

# 2016-2017 m.m. darbo planas

- Studijų planas:
  - Išlaikyti egzaminą “Duomenų gavyba”
  - Išlaikyti egzaminą “Daugiamatė statistika, laiko eilutės”
- Mokslinių tyrimų planas:
  - Tyrimo metodikos iškeltam uždaviniui spręsti parinkimas
  - Paslėptųjų Markovo modelio kalibravimo metodų tyrimas
- Rezultatų pristatymo planas:
  - Dalyvauti mokslinėje konferencijoje “Operacijų tyrimas ir taikymai”
- Mokslinių publikacijų planas:
  - Planuojamas mokslinis straipsnis: “Paslėptųjų Markovo modelių kalibravimas didžiausio tikėtinumo metodu”