

VILNIAUS UNIVERSITETAS

Dovilė
STUMBRIENĖ

Duomenų apgaubties metodas švietimo sistemų efektyvumo analizėje

DAKTARO DISERTACIJA

Gamtos mokslai,
Informatika N 009

VILNIUS 2019

Disertacija rengta 2014–2018 metais Vilniaus universitete.

Mokslinė vadovė – prof. dr. Audronė Jakaitienė (Vilniaus universitetas, gamtos mokslai, informatika – N 009).

Padėka

Visų pirma norėčiau padėkoti mokslinei darbo vadovei prof. dr. Audronei Jakaitienei už nuoseklų vadovavimą, suteiktas žinias ir palaikymą doktorantūros studijų metu. Taip pat esu nuoširdžiai dėkinga prof. dr. Anai Camanho (Porto universitetas) už pagalbą atliekant mokslinį tyrimą, prof. habil. dr. Antanui Žilinskui už vertingas mokslines konsultacijas, socialinių mokslų atstovams prof. habil. dr. Rimantui Želviui ir dr. Ritai Dukynaitei už gautų rezultatų interpretavimą socialinių mokslų kontekste, disertacijos recenzentams dr. Remigijui Paulavičiui ir prof. dr. Tomui Balaženčiui už vertingas pastabas ir komentarus tobulinant disertaciją.

Taip pat norėčiau padėkoti Vilniaus universiteto Duomenų mokslo ir skaitmeninių technologijų instituto direktoriui prof. habil. dr. Gintautui Dzemidai už visapusišką paramą studijuojant doktorantūroje, doktorantūros komiteto pirmininkei prof. dr. Olgai Kurasovai ir administracijai už pagalbą sprendžiant su doktorantūra susijusius klausimus. Pabaigoje norėčiau padėkoti savo šeimai už jų kantrybę ir nuoširdų palaikymą.

Dovilė Stumbrienė
Vilnius
2019 m. gegužės 23 d.

Santrauka

Dėl skirtingos istorinės ir geografinės aplinkos, ekonominių ir politinių sąlygų Europos šalių švietimo sistemų būklė ir pasiekimai yra nevienodi. Vertinant švietimo sistemų efektyvumą, tenka spręsti sudėtingą daugiakriterinį uždavinį. Šiame darbe atliekama 29 Europos šalių švietimo sistemų analizė, o jų efektyvumui vertinti skaičiuojamas sudėtinis rodiklis.

Remiantis atliktais eksperimentiniais tyrimais, galima teigti, kad švietimo sistemų efektyvumo vertinimas ir sudėtinių rodiklių skaičiavimas turėtų būti atliekamas taikant DEA (angl. *Data Envelopment Analysis*) metodą vietoj tradicinio SAW (angl. *Simple Additive Weighting*) metodo. Taikant DEA metodą, nors ir yra tenkinamos mokslinėje literatūroje pateiktos rodiklių ir vertinamų šalių skaičiaus santykio proporcijos, tačiau DEA modelio skiriamoji geba yra nepakankama, kai skaičiuojamas sudėtinis rodiklis šalių rangavimui atlikti, todėl šiame darbe analizuojami du alternatyvūs DEA modelio skiriamosios gebos didinimo būdai – svorių apribojimų įtraukimas į DEA modelį ir duomenų dimensijos mažinimas prieš taikant DEA modelį.

Įtraukus svorių apribojimus į DEA modelį, buvo pasiūlyta nauja svorių lankstumo išraiška, leidžianti laipsniškai pereiti nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių. Remiantis eksperimentiniu tyrimu, parodyta, kad DEA modelio geba išskirti šalis didėja, didėjant pasiūlytam laisvumo parametru. Ištyrus hibridinio PCA-DEA modelio tinkamumą Europos šalių švietimo sistemų efektyvumui vertinti, gauta, kad šio modelio, kaip alternatyvos svorių apribojimams, skiriamoji geba yra didesnė nei DEA modelio, tačiau išliko nepakankama šalių rangavimui atlikti. Gautų rezultatų pagrindu pasiūlyta Europos šalių švietimo sistemų efektyvumo vertinimo metodika.

Summary

Due to the different historical and geographical environment, economic and political conditions, the state of European countries' education systems is uneven. Comparing the effectiveness of countries' education systems is a difficult multi-criteria optimization task. This study proposes the methodology for effectiveness estimation of 29 European countries' education systems by applying the Composite Indicator (CI) paradigm.

Given that the results of SAW (Simple Additive Weighting) aggregations can be replicated by DEA (Data Envelopment Analysis), the CIs should be constructed using the DEA model. In the context of the CIs construction, we expect a high discrimination power to enable the construction of rankings, but the DEA model showed limited discrimination power in this study. Two alternative ways to enhance discrimination power of the DEA model are analyzed – the use of weight restrictions in the DEA model and the reduction of data dimension before the DEA model.

The main contribution of this study is the development of a new type of weight restriction that allows gradual transition from fixed to flexible weighting systems and solves the problem of insufficient discrimination of the DEA model. The use of hybrid PCA-DEA approach for effectiveness assessment has been investigated in this study. Despite the fact that this model has a higher discrimination power than the unrestricted DEA model when assessing the European countries' education systems, it has remained insufficient to perform ranking of the countries analysed. According to the research, the methodology for effectiveness estimation of education systems was proposed.

Turinys

1 Įvadas	1
1.1 Tyrimo objektas	1
1.2 Darbo aktualumas	2
1.3 Darbo tikslas ir uždaviniai	3
1.4 Mokslinis darbo naujumas	4
1.5 Ginamieji teiginiai	5
1.6 Darbo rezultatų apibavimas	6
1.7 Disertacijos struktūra	9
2 Sudėtinis rodiklis švietimo sistemų efektyvumui vertinti	11
2.1 Efektyvumo vertinimas ir jo svarba	11
2.2 Sudėtinis rodiklis efektyvumui vertinti	14
2.3 Sudėtinio rodiklio skaičiavimo etapai	17
2.3.1 Rezultatų rodiklių parinkimas	18
2.3.2 Duomenų apdorojimas ir normalizavimas	23
2.3.3 Sviurių priskyrimas ir agregavimas	27
2.4 Sudėtinio rodiklio skaičiavimas, taikant fiksuotųjų sviurių metodą	29
2.5 Apibendrinimas	33
3 DEA metodas efektyvumui vertinti	36
3.1 Lanksčiųjų sviurių priskyrimas	36
3.2 DEA metodo taikymo tyrimų apžvalga	38
3.2.1 DEA metodo sudėtiniam rodikliams skaičiuoti	38
3.2.2 DEA metodas Lietuvoje	39
3.2.3 DEA metodas švietimo srities tyrimuose	39
3.3 Lyginamosios analizės tyrimai švietimo srityje	40
3.4 DEA metodas efektyvumui vertinti	50
3.4.1 Efektyvumo matavimas	50
3.4.2 Klasikinis DEA modelis	53

3.4.3	DEA modelio modifikacijos	56
3.4.4	Invariantiškumas postūmio atžvilgiu	60
3.4.5	DEA modelio modifikacijų apibendrinimas	63
3.5	Europos šalių švietimo sistemų efektyvumo analizė, taikant DEA modelį	65
3.6	DEA metodo problematika	66
3.6.1	Rodiklių ir vertinamų šalių skaičiaus santykio proporcijos užtikrinimas	67
3.6.2	DEA modelio skiriamosios gebos didinimo būdai	70
3.7	Apibendrinimas	70
4	Svorių apribojimai DEA modelyje	73
4.1	Apribojimai gryniesiems svoriams	73
4.2	Apribojimai virtualiesiems svoriams	74
4.3	Fiksuotųjų svorių realizavimas DEA modelyje	76
4.4	Laipsniško perėjimo prie lanksčiųjų svorių realizavimas	80
4.5	DEA modelio naudojimas švietimo sistemai tobulinti	83
4.6	Apibendrinimas	89
5	Duomenų dimensijos mažinimas prieš taikant DEA modelį	93
5.1	Hibridinis PCA-DEA modelis	93
5.2	Gautų rezultatų analizė	96
5.3	Apibendrinimas	98
6	Švietimo sistemų efektyvumo vertinimo metodika	101
7	Pagrindiniai rezultatai ir išvados	105
	Literatūra	110
A	Duomenų rinkiniai	126
B	DEA modelio rezultatai	133
C	Hibridinio PCA-DEA modelio rezultatai	142
	Autorės publikacijų sąrašas disertacijos tema	146
	Trumpai apie autore	147

Žymėjimai

Santrumpos:

- ADD-DEA – neorientuotas adityvusis (angl. *Additive*) DEA modelis
- ARI – ARI tipo svorių apribojimai (angl. *Assurance Region Type I*)
- BCC – kintamoji masto graža (angl. *Variable Returns to Scale*)
- CRS – pastovioji masto graža (angl. *Constant Returns to Scale*)
- DEA – duomenų apgaubties analizė (angl. *Data Envelopment Analysis*)
- DDF – kryptinė atstumo funkcija (angl. *Directional Distance Function*)
- DMU – sprendimų priėmimo vienetas (angl. *Decision Making Unit*)
- EBPO – Ekonominio bendradarbiavimo ir plėtros organizacija
- ET2020 – strateginė programa „Švietimas ir mokymas 2020“ (angl. *“Education and Training 2020”*)
- FDH – laisvo nustatymo paviršius (angl. *Free Disposable Hull*)
- MDS – daugiamačių skalių (angl. *Multidimensional Scaling*) metodas
- NR – neradialinis poslinkis
- PCA – pagrindinių komponentų analizė (angl. *Principal Component Analysis*)
- PIRLS – tarptautinis 4 klasės mokinių skaitymo gebėjimų tyrimas (angl. *Progress in International Reading Literacy Study*)
- PISA – tarptautinis penkiolikmečių tyrimas (angl. *Programme for International Student Assessment*)
- PPS – galima produkcijos aibė (angl. *Production Possibility Set*)
- R – radialinis poslinkis
- SAW – paprastasis adityvusis svorinis metodas (angl. *Simple Additive Weighting*)
- SD – standartinis nuokrypis
- SFA – stochastinė fronto analizė (angl. *Stochastic Frontier Analysis*)

- TIMSS – tarptautinis matematikos ir gamtos mokslų gebėjimų tyrimas (angl. *Trends in International Mathematics and Science Study*)

Simboliai:

- $a_r, r = 1, \dots, s$ – absoliučiuju svorių apatinis režis
- $b_r, r = 1, \dots, s$ – absoliučiuju svorių viršutinis režis
- $\alpha_r, r = 1, \dots, s$ – grynujų ARI svorių apatinis režis
- $\beta_r, r = 1, \dots, s$ – grynujų ARI svorių viršutinis režis
- $C = \{c_{kl}, k, l = 1, \dots, s\}$ – rezultatų vektorius Y koreliacijų matrica
- $\delta_r, r = 1, \dots, s$ – virtualiuju svorių apribojimų, priklausančių nuo DMU, viršutinis režis
- $\gamma_r, r = 1, \dots, s$ – virtualiuju svorių apribojimų, priklausančių nuo DMU, apatinis režis
- e_{jO} – vertinamo DMU efektyvumo rodiklis
- I_j – j šalies sudėtinis rodiklis
- $y_{rj}, r = 1, \dots, s, j = 1, \dots, n$ – j -ojo DMU r -asis rezultatų rodiklis
- $\bar{y}_r, r = 1, \dots, s$ – vidutinis visų DMU rezultatų rodiklis
- $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_s)$ – rezultatų rodiklių vektorius
- $\tilde{Y}_i, i = 1, \dots, m$ – rezultatų duomenys, gauti PCA taikant pradiniam rezultatų rodikliams
- jO vertinamas DMU
- $\eta_r, r = 1, \dots, s$ – koreliacijų matricos C tikrinės reikšmės
- θ – atvirkštinis sudėtinio rodiklio I rezultatas
- L_1 – atstumas nuo vertinamo DMU iki efektyvumo fronto
- l_1, l_2, \dots, l_s – koreliacijų matricos C tikriniai vektoriai
- λ – DEA modelio koeficientai
- m – išteklių rodiklių skaičius
- n – DMU skaičius
- $PC_r = \{p_{rj}, r = 1, \dots, s, j = 1, \dots, n\}$ – pagrindinės komponentės
- $PC_k = \{p_{kj}, k = 1, \dots, d, j = 1, \dots, n\}$ – pagrindinių komponentių pirmosios d
- s – rezultatų rodiklių skaičius
- s^- – fiktyvūs kintamieji (angl. *slacks*) vertinami kaip išteklių perteklius (angl. *excesses*)
- s^+ – fiktyvūs kintamieji vertinami kaip rezultatų trūkumas (angl. *shortfalls*)
- σ – svorio lankstumo parametras
- $u_r, r = 1, \dots, s$ – r -ojo rezultatų rodiklio svoris

- $v_i, i = 1, \dots, m$ – i -ojo išteklių rodiklio svoris
- $w_r, r = 1, \dots, s$ – svoris, priskirtas rezultatų rodikliui y_{rj}
- $\phi_r, r = 1, \dots, s$ – virtualiųjų svorių apribojimų, nepriklausančių nuo DMU, apatinis režis
- $\psi_r, r = 1, \dots, s$ – virtualiųjų svorių apribojimų, nepriklausančių nuo DMU, viršutinis režis
- $x_{ij}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$ – j -ojo DMU i -asis išteklių rodiklis
- $z_j, j = 1, \dots, n$ – atstumas nuo vertinamo DMU iki efektyvumo fronto

1. Įvadas

1.1 Tyrimo objektas

Švietimas yra daugialypė kompleksinė sistema, kurią sudaro įvairaus dydžio ir sudėtingumo posistemiai (ikimokyklinis ugdymas, bendrasis ugdymas, profesinis rengimas, aukštasis mokslas, suaugusiųjų mokymasis ir kt.), o švietimo būklę nusako ir rezultatus lemia daug skirtingų veiksnių. Sistemos kompleksiskumas kuria erdvę įvairaus tipo uždaviniams, ypač kai reikia atlikti švietimo sistemos vertinimą ir skirtingų šalių sistemų palyginimą. Įvairių šalių švietimo sistemų palyginimas yra sudėtingas daugiakriterinis optimizavimo uždavinys.

Kai analizuojama kompleksinė sistema ir pavienių rodiklių analizė yra ribota, įprasta skaičiuoti sudėtinius rodiklius, siekiant apibendrinus individualius rodiklius gauti vieną agreguotą rodiklį, nusakantį visos sistemos būklę. Paprasčiausias būdas agreguoti rodiklius – paprastasis adityvusis svorinis metodas (SAW, angl. *Simple Additive Weighting*), kai naudojami vienodi svoriai. Tačiau dėl skirtingos aplinkos ir sąlygų Europos šalių švietimo sistemų būklė ir pasiekimai yra nevienodi, todėl vertinti jų remiantis vienodais kriterijais nėra tikslinga. Be to, kaip pažymėjo Silva ir kt. (2017) [141], sistemos efektyvumo vertinimas absoliučiais skaičiais dažniausiai nėra toks vertingas kaip palyginimas su kitomis sistemomis – gerosios praktikos pavyzdžių pateikimas gali tapti sistemų tobulinimo pagrindu. Šio darbo pagrindinis objektas – duomenų apgaubties analizė (DEA, angl. *Data Envelopment Analysis*) ir jos taikymas 29 Europos šalių švietimo sistemų efektyvumui vertinti, naudojant 2013–2015 m. Eurostato ir EBPO duomenis.

1.2 Darbo aktualumas

Dėl švietimo sistemos kompleksiško ir sudėtingumo mokslinėje literatūroje tik nedaugelyje tyrimų atliekama šalies lygmens analizė (sprendimų priėmimo vienetas – šalis), tačiau mokyklos lygmens analizė yra plačiai tiriamą tema [161]. Gali būti išskirta keletas švietimo efektyvumo tyrimų ([4–6, 9, 52, 86, 92, 143, 149, 152]), kuriuose yra atlikta šalies lygmens analizė, tačiau šiuose tyrimuose analizuojama ne visa šalies švietimo sistema, o jos posistemiai (pradinis, pagrindinis ar vidurinis ugdymas, aukštasis mokslas). Atskirų švietimo posistemių analizė neatspindi visos švietimo sistemos, tik atlikus visų švietimo posistemių analizę, galima vertinti šalies švietimo sistemos būklę. Turimomis žiniomis, tik Bogetoft ir kt. (2015) [30] analizavo švietimo sistemų kaip visumos (pradinio, pagrindinio ir vidurinio ugdymo bei aukštojo mokslo) efektyvumą ir palygino skirtingų šalių duomenis. Galima teigti, kad švietimo sistemos (kaip visumos) analizė yra mažai nagrinėta mokslinių tyrimų sritis.

Pastaraisiais metais rodikliams agreguoti vis dažniau naudojamas DEA metodas [38, 46, 95, 115, 116, 165, 166], kurį taikant atliekamas lanksčiųjų svorių priskyrimas rodikliams. Tačiau dėl lengvo pritaikomumo ir skaidrumo nepamiršamas ir SAW metodas, pagal kurį atliekamas fiksuotųjų svorių priskyrimas rodikliams. Vis dėlto mokslinėje literatūroje nėra aprašyto laipsniško perėjimo nuo fiksuotųjų svorių priskyrimo prie lanksčiųjų, t. y. šie metodai nėra susieti.

Lankstumas parenkant svorius yra vienas iš pagrindinių DEA metodo privalumų, tačiau, esant gana dideliame rodiklių skaičiui ir palyginti mažam vertinamų šalių skaičiui, kai kuriems rodikliams gali būti priskirti nuliniai svoriai ir DEA skiriamoji geba (angl. *discrimination power*) sumažėja, todėl didelė dalis šalių švietimo sistemų gali būti įvertintos kaip efektyviai veikiančios [108], o tai yra nepageidaujama, sprendžiant šalių rangavimo uždavinius.

Mokslinėje literatūroje [23, 32, 68, 69, 142] yra aprašytos vertinamų rodiklių ir sprendimų priėmimo vienetų (DMU, angl. *Decision Making Unit*) skaičiaus santykio proporcijos, kurios turėtų būti išlaikytos taikant DEA metodą, kai

analizuojamas sunaudotų išteklių pavertimas rezultatais, tačiau mokslinėje literatūroje nėra aprašyta vertinamų rodiklių ir DMU skaičiaus santykio proporcijos, kai skaičiuojamas sudėtinis rodiklis ir atliekamas DMU rangavimas. Šio tipo uždaviniams, kai turimi tik rezultatų rodikliai, o išteklių rodikliai yra fiktyvūs, būtina maksimali modelio skiriamoji geba, kad būtų galima atlikti šalių rangavimą.

Siekiant atlikti efektyviai veikiančių sistemų šalių rangavimą, į DEA modelį gali būti įtraukiamos papildomos prielaidos. Mokslinėje literatūroje [67, 69, 134, 150, 153, 154, 162, 166] dažniausiai pasitaikanti DEA modelio modifikacija, didinanti skiriamąją gebą, – svorių apribojimų įtraukimas. Turimomis žiniomis, kol kas nėra pasiūlyta dalinė svorių lankstumo išraiška, leidžianti palaipsniui pereiti nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių priskyrimo DEA modelyje ir užtikrinanti pakankamą DEA modelio skiriamąją gebą bei visų rodiklių įtraukimą į modelį.

Kai turimų rodiklių skaičius, lyginant su vertinamų DMU skaičiumi, stipriai išaugs, patraukli alternatyva, padedanti spręsti DEA modelio skiriamosios gebos problemą, bus duomenų dimensijos mažinimas prieš atliekant DEA. Darbuose [1, 2, 157] pagrįsta idėja sujungti PCA ir DEA yra gana retai taikoma (rasta vos keliolika mokslinių darbų), atliekant empirinius tyrimus aviacijos [1], gamybos [18, 126], logistikos [15, 43, 100], ekologijos [106, 120], žemdirbystės [64], finansų [104] ir sveikatos apsaugos [16] srityse. Turimomis žiniomis, yra tik du darbai, kuriuose prieš taikant DEA modelį yra atliekamas duomenų dimensijos mažinimas, tai pradinis Adler ir Golany [2] tyrimas, kuriame buvo vertinami septynių universitetų padalinių veiklos rezultatai bei Cordero-Ferrera ir kt. [57] tyrimas, kuriame analizuojamas vieno iš Ispanijos regionų 80 mokyklų efektyvumas.

1.3 Darbo tikslas ir uždaviniai

Darbo tikslas – pasiūlyti švietimo sistemų efektyvumo vertinimo metodiką, paremtą duomenų apgaubties analize.

Tikslui pasiekti sprendžiami šie uždaviniai:

1. Atlikti švietimo sistemų efektyvumo vertinimo tyrimų analizę, išskirtinį dėmesį skiriant darbams, kuriuose atliekama šalies lygmens analizė.
2. Taikant sudėtinių rodiklių metodiką, agreguoti atrinktus švietimo sistemos vertinimo rodiklius.
3. Pritaikyti DEA modelį visos švietimo sistemos efektyvumui vertinti ir šalies lygmens analizei atlikti.
4. Pasiūlyti DEA modelio modifikaciją, kaip laipsniškai pereiti nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių.
5. Įvertinti duomenų dimensijos mažinimo metodo tinkamumą pakankamai DEA modelio skiriamajai gebai užtikrinti.
6. Remiantis atliktais tyrimais, pasiūlyti švietimo sistemų vertinimo metodiką.

1.4 Mokslinis darbo naujumas

Sudėtinių rodiklių skaičiavimas yra dažnai naudojamas, siekiant kiekybiškai įvertinti socialinius ir ekonominius reiškinius, tačiau pasaulyje švietimo procesams įvertinti buvo skaičiuojami vos keli sudėtiniai rodikliai. Lietuvos švietimo sistema šiame kontekste nebuvo vertinta nei vieną kartą. Šiame darbe apskaičiuotas naujas sudėtinis rodiklis Europos šalių švietimo sistemų efektyvumui vertinti, taikant DEA metodiką, analizuojant visą švietimo sistemą, o ne atskirus jos posistemius, ir atliekant šalies lygmens analizę. Skaičiuojant Europos šalių švietimo sistemų sudėtinius rodiklius, parodyta, kad mokslinėje literatūroje pateiktos rodiklių ir vertinamų šalių skaičiaus santykio proporcijos yra nepakankamos, kai skaičiuojamas sudėtinis rodiklis, skirtas šalių rangavimui atlikti.

Mokslinėje literatūroje iki šiol nebuvo analizuotas perėjimas nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių, skaičiuojant sudėtinį rodiklį. Šio darbo naujumas informatikos mokslų srityje – ištirtas laipsniškas perėjimas ir pasiūlytas DEA metodo taikymas kartu su nauja svorių apribojimų formuluote, kurią taikant išsprendžiama DEA modelio nepakankamos skiriamosios gebos problema, užtikrinamas visų rodiklių įtraukimas į skaičiuojamą sudėtinį rodiklį ir gaunama papildoma informacija, kuri gali būti naudojama siste-

mos veiklai gerinti. Taip pat buvo empiriškai ištirtas vos du kartus švietimo duomenų analizėje taikytas hibridinio PCA-DEA modelio, kaip alternatyvos svorių apribojimams, naudojimas švietimo sistemų efektyvumui vertinti.

Praktinis šio darbo naujumas – sukurtas naujas sudėtinis rodiklis Europos šalių švietimo sistemų efektyvumui vertinti ir pasiūlyta metodika švietimo sistemų efektyvumui analizuoti. Šis darbas yra svarbus ne tik dėl švietimo tyrimų teorijos plėtojimo, bet ir dėl praktinio pritaikomumo. Per pastarąjį dešimtmetį buvo įgyvendintos naujos Europos šalių švietimo sistemų plėtros strategijos ir ES patvirtino tikslus, kurie turėtų būti pasiekti iki 2020 m. penkiose srityse, tarp kurių yra ir švietimas. Remiantis šiame darbe pasiūlyta švietimo sistemų efektyvumo vertinimo metodika, atsižvelgiant į ET2020 tikslus, galima įvertinti Europos šalių švietimo strategijų įgyvendinimo sėkmę ir nustatyti analizuojamų šalių švietimo sistemų tobulintinas sritis. Be to, pasiūlyta metodika gali būti priemonė nustatant siektinus tikslus ateityje ne tik švietimo, bet ir kitose srityse.

1.5 Ginamieji teiginiai

1. Švietimo sistemų efektyvumo vertinimas ir sudėtinių rodiklių skaičiavimas turėtų būti atliekamas taikant DEA metodą vietoje tradicinio SAW metodo.
2. Kai rodiklių skaičius yra neproporcingas vertinamų šalių skaičiui, būtina į DEA modelį įtraukti svorių apribojimus.
3. Sudėtiniam rodikliui skaičiuoti gali būti naudojamas DEA modelis su ARI svorių apribojimais ir realizuojamas perėjimas nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių.
4. Taikant DEA modelį su ARI tipo svorių apribojimais ir naujai pasiūlytu laisvumo parametru $\sigma \in [0; 1]$ galima laipsniškai pereiti nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių.
5. Hibridinio PCA-DEA modelio, kaip alternatyvos svorių apribojimams, skiriamoji geba yra didesnė nei DEA modelio, vertinant Europos šalių švietimo sistemų efektyvumą.

1.6 Darbo rezultatų apibavimas

Tyrimų rezultatai buvo paskelbti 3 periodiniuose recenzuojamuose leidiniuose (vienas straipsnis dar recenzuojamas), pristatyti 10 tarptautinių ir 6 nacionalinėse konferencijose.

Straipsniai periodiniuose recenzuojamuose leidiniuose:

1. Stumbrienė, D., Camanho, A. S., Jakaitienė, A. (). *The performance of education systems in the light of Europe 2020 strategy. Annals of Operations Research, (recenzuojamas)*. [WoS]
2. Jakaitienė, A., Žilinskas, A., Stumbrienė, D. (2018). Analysis of Education Systems Performance in European Countries by Means of PCA-DEA. *Informatics in Education*, 17(2), 245–263.[Emerging WoS]
3. Stumbrienė, D., Jakaitienė, A., Želvys, R. (2017). Švietimo sistemos stebėseną: išteklių ir rezultatų indeksų sąveika. *Lietuvos statistikos darbai*, 56(1).
4. Želvys R., Jakaitienė A., Stumbrienė D. (2017). Moving towards different educational models of the welfare state: comparing the education systems of the Baltic countries. *Filosofija. Sociologija*. ISSN 0235-7186. Nr. 2. [WoS]

Skaityti pranešimai 4 tarptautinėse konferencijose:

1. Stumbriene, D., Camanho, A. S., Jakaitiene, A. 2018. Monitoring the performance of education systems: a new procedure to aggregate the data with Data Envelopment Analyses. 4th LEER Conference on Education Economic, 2018 m. kovo 28–29 d., Liuvenas, Belgija.
2. Stumbriene, D., Camanho, A. S., Jakaitiene, A. 2017. The Construction of Composite Indicators for Monitoring the Performance of Education Systems: from performance assessment (control) to performance

management (improvement). 5th Workshop on Efficiency in Education Efficiency in education and performance measurement in public sector, 2017 m. spalio 19–20 d., Budapeštas, Vengrija.

3. Stumbriene, D., Camanho, A. S., Jakaitiene, A. 2017. Data Envelopment Analysis in Construction a Composite Indicator for Education Monitoring. 6th Workshop on Efficiency and productivity Analysis, 2017 m. birželio 9 d., Portas, Portugalija.
4. Stumbrienė, D., Jakaitienė, A., Želvys R. 2016. Constructing a Composite Indicator for Education Monitoring. COMPSTAT 2016 (The 22nd International Conference on Computational Statistics), 2016 m. rugpjūčio 23–26 d., Ovjedas, Ispanija.

Skaityti pranešimai 4 nacionalinėse konferencijose:

1. Stumbriene, D., Camanho, A. S., Jakaitiene, A. 2017. Data Envelopment Analyses: from Education Systems Performance Assessment (Control) to Performance Management (Improvement). 9th International Workshop Data Analysis Methods for Software Systems, 2017 m. lapkričio 30 d. – gruodžio 2 d., Druskininkai, Lietuva.
2. Stumbrienė, D. 2017. Skirtingų švietimo sistemų modelių link: posocialistinių šalių švietimo nelygybės analizė. 9-oji Sociologų draugijos konferencija, 2017 m. lapkričio 17 d., Kaunas, Lietuva.
3. Stumbrienė, D., Jakaitienė, A., Želvys R. 2016. Švietimo stratifikacijos identifikavimas taikant daugiamatę regresiją: PISA 2012 duomenų analizė. Lietuvos matematikų draugijos LVII konferencija, 2016 m. birželio 20–21 d., Vilnius, Lietuva.
4. Stumbrienė, D., Jakaitienė, A. Švietimo duomenų tyryba: apžvalga ir tyrimų kryptys. Lietuvos matematikų draugijos LVI konferencija, 2015 m. birželio 16–17 d., Kaunas, Lietuva.

Stendinis pranešimas pristatytas nacionalinėje konferencijoje:

1. Jakaitienė, A., Stumbrienė, D., Želvys, R. 2016. Principal Component versus Data Envelopment analysis in Construction a Composite Indicator for Education Monitoring. DAMSS 2016 (Data Analysis Methods for Software Systems), 2016 m. gruodžio 1–3 d., Druskininkai, Lietuva.

Bendraautorė tarptautinėse konferencijose 6 skaitytų pranešimų:

1. Jakaitienė, A., Žilinskas, A., Stumbrienė D. 2018. Analysis of Education Systems Performance in European Countries: PCA-DEA approach. International Conference on Education Economics, 2018 m. lapkričio 21–23 d., Budapeštas, Vengrija.
2. Raižienė, S., Stumbrienė, D., Ringienė, L., Dukynaitė, R., Jakaitienė, A. 2018. Student's Science Performance and Teaching Practices across EU countries: Evidence from PISA 2015. 9th ICEEPSY The International Conference on Education and Educational Psychology, 2018 m. spalio 2–5 d., Atėnai, Graikija.
3. Stumbriene, D., Jakaitiene, A. 2018. Monitoring the performance of education systems: PCA-DEA approach. DEA40: International Conference on Data Development Analysis, 2018 m. balandžio 16–18 d., Birmingemas, JK.
4. Stumbriene, D., Jakaitiene, A. 2017. Data Envelopment Analysis in Construction a Composite Indicator for Education Monitoring. 15th International Conference on Data Envelopment Analysis, 2017 m. birželio 26–29 d., Praha, Čekija.
5. Želvys, R., Jakaitiene, A., Stumbriene, D. 2016. Moving towards different models of the welfare state: education in the baltic countries. CESE XXVII (Comparative Education Society in Europe), 2016 m. gegužės 31 d. – birželio 3 d., Glazgas, Škotija.
6. Jakaitiene, A., Želvys, R., Stumbriene D. 2015. Towards an education monitoring index. CMStatistics 2015 (The 8th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics), 2015 m. gruodžio 12–14 d., Londonas, Didžioji Britanija.

Bendraautorė nacionalinėje konferencijoje skaityto pranešimo:

1. Jakaitienė, A., Stumbrienė, D., Želvys, R. 2015. Construction of Education Monitoring Index. DAMSS 2015 (Data Analysis Methods for Software Systems), 2015 m. gruodžio 3–5 d., Druskininkai, Lietuva.

Doktorantūros metu pagal ERASMUS+ programą atlikta stažuotė Porto universitete (2017 vasario 2 d. – birželio 30 d.), Portas, Portugalija.

Dalyvauta dviejose doktorantų mokyklose:

1. Chipset training school "Big Data Processing in the Internet of Everything Era" 2017 rugsėjo 20–22 d., Novi Sadas, Serbija.
2. Summer School on Applied Techniques "Hands-on Data in Education Research" 2017 spalio 16–18 d., Budapeštas, Vengrija.

Vykdyti / vykdomi projektai, susiję su disertacijos tema:

1. Mokslininkų grupių projektai – „Lietuvos švietimo sistemos būklės ir jos įtakos veiksnių modeliavimas“ (2015–2017).
2. Mokslininkų kvalifikacijos tobulinimas vykdant aukšto lygio MTEP projektus – „ES šalių švietimo sistemų efektyvumo ir našumo analizė naudojant antrinius didelės apimties duomenis“ (2018–2022).

1.7 Disertacijos struktūra

Disertaciją sudaro 7 skyriai, literatūros sąrašas ir priedai. Disertacijos skyriai: *Įvadas, Sudėtinis rodiklis švietimo sistemų efektyvumui vertinti, DEA metodas efektyvumui vertinti, Svorinių apribojimų DEA modelyje, Duomenų dimensijos mažinimas prieš taikant DEA modelį, Švietimo sistemų efektyvumo vertinimo metodika ir Pagrindiniai rezultatai ir išvados.*

Pirmajame skyriuje aprašomas tyrimo objektas, darbo aktualumas ir mokslinis naujumas, bei pristatomi darbo tikslai, uždaviniai ir ginamieji teiginiai. Antrajame skyriuje aptariama švietimo sistemų efektyvumo vertinimo svarba, pasiūloma skaičiuoti sudėtinį rodiklį Europos šalių švietimo sistemų efektyvumui vertinti ir suskaičiuojamas sudėtinis rodiklis, taikant fiksuotųjų svorių metodą. Trečiajame skyriuje pereinama prie lanksčiųjų svorių metodo taikymo indeksams skaičiuoti: pristatoma tyrimų apžvalga (DEA metodo taikymas ir lyginamoji analizė švietimo srityje) ir DEA metodas efektyvumui vertinti bei atliekama Europos šalių švietimo sistemų efektyvumo analizė, taikant DEA modelį, bei aptariama šio modelio problematika. Ketvirtajame skyriuje pristatoma pirmoji alternatyva pakankamam DEA modelio skiriamosios gebos užtikrinimui – svorių apribojimų įtraukimas į DEA modelį, atliekamas fiksuotųjų svorių realizavimas DEA modelyje ir pasiūlomas naujos rūšies ribojimas, kurį taikant DEA modelyje galima palaipsniui pereiti nuo fiksuotųjų svorių prie lanksčiųjų, bei detaliai parodoma, kokia informacija gali būti gauta neefektyviai veikiančių šalių švietimo sistemų gerinimui. Penktajame skyriuje pristatoma antroji alternatyva pakankamai DEA modelio skiriamajai gebai užtikrinti – duomenų dimensijos mažinimas prieš taikant DEA modelį. Šeštajame skyriuje, remiantis atliktais tyrimais, pasiūloma švietimo sistemų vertinimo metodika. Paskutiniame skyriuje pateikiami pagrindiniai darbo rezultatai ir bendrosios darbo išvados.

2. Sudėtinis rodiklis švietimo sistemų efektyvumui vertinti

2.1 Efektyvumo vertinimas ir jo svarba

Švietimas yra vienas pagrindinių veiksnių, užtikrinančių šalies gerovę, todėl svarbu įvertinti ir stebėti švietimo sistemos būklę. Europos Komisija stebi švietimo sistemų veikimą ES šalyse pagal strateginę programą „Švietimas ir mokymas 2020“ (ET2020, angl. *Education and Training 2020*)¹, tačiau dėl skirtingos istorinės ir geografinės aplinkos, ekonominių ir politinių sąlygų Europos šalių švietimo sistemų būklė ir pasiekimai yra nevienodi, vertinti juos, remiantis vienodais kriterijais, netikslinga. Be to, švietimas yra daugialypė sistema, kurią sudaro įvairaus dydžio ir sudėtingumo posistemiai (bendrasis ugdymas, profesinis rengimas, aukštasis mokslas, suaugusiųjų mokymasis ir kt.), todėl švietimo sistemų efektyvumo vertinimas ir palyginimas laikomas sudėtingu, daugiakriteriniu uždaviniu.

Mokslinėje literatūroje atskirų švietimo sistemos posistemų (bendrojo ugdymo ir aukštojo mokslo) efektyvumo analizė yra plačiai tiriama tema, tačiau tik nedaugelyje tyrimų analizuojama visa švietimo sistema (atliekama šalies lygmens analizė) ir atliekamas skirtingų šalių palyginimas [161]. Tokio masto tyrimai yra itin svarbūs naujose ES šalyse dėl vykdomų švietimo sistemų struktūrinių reformų. 2004–2013 m. vykdyta ES plėtra ir naujų valstybių įstojimas į ES tapo šių šalių švietimo sistemų kaitos ir konvergencijos su

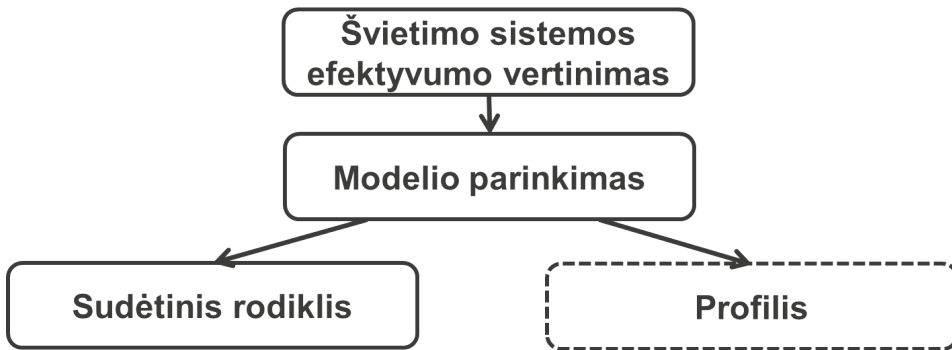
¹daugiau informacijos: [https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=celex:52009XG0528\(01\)](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=celex:52009XG0528(01))

senųjų ES šalių švietimo sistemomis prielaida. Nepaisant to, kad kiekviena ES šalis yra atsakinga už savo švietimo sistemą, o ES politika skirta tik nacionaliniams veiksams remti, 2009 m. buvo nustatyti keturi bendri ES tikslai ir septyni ES švietimo lyginamieji kriterijai visoms ES šalims (plačiau aprašomi 2.3.1 skyriuje).

Beblavy ir kt. [26], Želvys ir kt. [168] padarė išvadą, kad pokomunistinės šalys Europoje po įvykdytų struktūrinių reformų nesudarė vieningos švietimo sistemų grupės, o pajudėjo skirtingų švietimo sistemų kūrimo link. Atsižvelgiant į tai, kad nėra vienintelio būdo, tinkančio visoms šalims, pagerinti švietimo sistemas, svarbu įvertinti kiekvienos šalies švietimo sistemos veiklos rezultatus ir kiekvienai iš šalių pateikti rekomendacijas, kurių ji turėtų laikytis, kad pagerintų savo švietimo sistemos veikimą. Kaip pažymėjo Silva ir kt. [141], sistemos efektyvumo vertinimas absoliučiais skaičiais dažniausiai nėra toks vertingas kaip palyginimas su kitomis sistemomis, gerosios praktikos pavyzdžių pateikimas šalims, kurių švietimo sistemos veikia neefektyviai, gali tapti švietimo sistemų tobulinimo pagrindu.

Šalių švietimo sistemų efektyvumą galima vertinti kaip išteklių ir rezultatų palyginimą [109] arba kaip laipsnį, kuriuo šalyje yra pasiekti nustatyti švietimo sistemos tikslai [37]. Šiame darbe Europos šalių švietimo sistemų efektyvumas bus vertinamas pagal pasiektus rezultatus, t. y. bus analizuojami tik rezultatų rodikliai, neatsižvelgiant į išteklių rodiklius. Kadangi darbe vertinamos Europos šalių švietimo sistemos, todėl nustatytų tikslų pasiekimo laipsnis nustatomas pagal Europos Komisijos strategijoje bendradarbiavimo švietimo ir mokymo srityje (ET2020) iškeltų švietimo ir mokymosi tikslų pasiekimą. Tos šalies švietimo sistema, kurios pasiekimai šių rodiklių kontekste yra aukštesni, yra laikoma efektyviau veikiančia sistema už kitos šalies švietimo sistemą, kurios pasiekimai yra žemesni.

Europos Komisijos atrinkti švietimo sistemos rodikliai (ET2020 tikslai) apibūdina tam tikras šalies švietimo sistemos charakteristikas, tačiau, kaip teigiama [87] darbe, pavieniai rodikliai, nors ir leidžia stebėti bei vertinti įvairius sistemos aspektus, tačiau apriboja visuminį, apibendrintą sistemos suvokimą bei palyginimą. Kompleksiškam švietimo sistemos efektyvumo vertinimui atlikti, kai neturima tiesiogiai matuojamo rodiklio, siūloma nau-



2.1 pav.: Modelio parinkimas švietimo sistemų vertinimui atlikti. *Punktyrine linija pažymėtas blokas toliau darbe neanalizuojamas.*

doti matematinius modelius. Kaip teigiama [59], yra du sistemų palyginimo būdai (žiūrėti 2.1 paveikslą), kai jos apibūdinamos keletu rodiklių, vienas iš jų – naudoti profilius (angl. *profiles*), kitas – agreguoti turimus rodiklius į vieno matavimo sudėtinį rodiklį (angl. *composite indicator*). Pirmuoju atveju atrinkti rodikliai vaizduojami grafiškai (*voratinkline diagrama*) ir kiekvienos šalies švietimo sistema lyginama pagal kiekvieną iš rodiklių, tačiau tokiu būdu sistemų veikla negali būti įvertina pagal visus rodiklius. Antruoju atveju skaičiuojamas *socialinis* sudėtinis rodiklis panašus į ekonominius rodiklius, tokius kaip bendrasis vidaus produktas, kuriuo remiantis būtų galima įvertinti švietimo sistemos būklę [87].

Šiame darbe, atliekant Europos šalių švietimo sistemų efektyvumo vertinimą, pasirinkta skaičiuoti sudėtinį rodiklį. Pagrindinis sudėtinio rodiklio privalumas – galimybė vykdyti sistemos stebėseną skirtingose šalyse ir skirtingu laiku, nes sudėtinis rodiklis atspindi apibendrintą reiškinių būseną vienu skaičiumi [60, 132]. Nepaisant to, kad sudėtinis rodiklis palengvina reiškinių supratimą ir stebėjimą (užuot stebėjus keliasdešimt rodiklių, imamas tik vienas rodiklis), naudojant jį praktiniam vertinimui neturėtų būti pamiršamas sudėtinio rodiklio ribotumas, t. y. kad jis atspindi tik tuos reiškinių aspektus, kurie yra įtraukti į jo skaičiavimą. Taip pat turi būti vertinamos išteklių, t. y. rezultatų, sąveikos skirtingu laiku, t. y. skirtingų šalių švietimo sistemų inertiškumas yra skirtingas, todėl išteklių pasikeitimai atsispindi rezultatuose skirtingose šalyse po skirtingo laiko tarpo [147].

2.2 Sudėtinis rodiklis efektyvumui vertinti

Sudėtinio rodiklio, dar kitaip vadinamo indekso, skaičiavimas yra gana populiarus daugelyje sričių, tai lemia sąlyginis jų paprastumas ir aiškumas, kai norima palyginti keletą šalių ar vertinti reiškinių dinamiką. Sudėtiniai rodikliai yra pripažinti naudinga ir tinkama priemone sistemų efektyvumo palyginimui, politikos analizei ir viešajai komunikacijai įvairiose srityse – ekonomikoje, aplinkosaugoje ir visuomenėje (angl. *society*) [53]. Socialiniams reiškiniams vertinti naudojamas žmogaus socialinės raidos indeksas (angl. *Human Development Index*) [97], socialinės plėtros indeksas (angl. *Social Development Index*) [78], gerovės indeksas (angl. *Wellbeing Index*) [129], aplinkosaugos srityje skaičiuojamas klimato kaitos indeksas (angl. *Climate change performance index*) [35], aplinkos gerovės indeksas (angl. *Environmental Performance Index*) [73], ekonomikoje – technologinių pasiekimų indeksas (angl. *Technology Achievement Index*) [123], užimtumo indeksas (angl. *Employment Index*) [145] ir daug kitų indeksų.

Mokslinėje literatūroje sudėtinių rodiklių skaičiavimas yra dažnai taikomas, siekiant kiekybiškai įvertinti socialinius ir ekonominius reiškinius. Nuo 1975 m. leidžiamas tarpdisciplininis žurnalas *Social Indicators Research*². (Springer), kuriame didelė dalis straipsnių yra susijusi su sudėtinių rodiklių skaičiavimu kiekybiniam gyvenimo kokybės matavimui.

Lietuvoje rasta vos keletas darbų, kuriuose būtų analizuojamas sudėtinių rodiklių skaičiavimas. Čiegis ir kt. (2009a) [48] nagrinėjo darnaus vystymosi ir jo rodiklių koncepcija, aptarė pagrindines iškylančias problemas ir pateikė 2003–2008 metų Lietuvos darnaus vystymosi vertinimą. Čiegis ir kt. (2009b) [49] nagrinėjo teorinius rodiklių ir indeksų naudojimo darniam vystymuisi įvertinti aspektus, pateikė darnaus vystymosi rodiklių ir indeksų kūrimo metodologinius principus. Čiegis ir Ramanauskienė (2011) [47] analizavo Lietuvos darnaus vystymosi vertinimo dėsningumus ir apskaičiavo 2000–2009 metų Lietuvos integruotą darnaus vystymosi indeksą. Adlytė ir kt. (2015) [3] sudarė modelį šalies investicijoms į technologijas įvertinti, siekiant identifikuoti stipriausias ir tobulintinas šalies sritis, sukūrė komp-

²<https://link.springer.com/journal/11205>

leksinio vertinimo indeksą ir sukurtu indeksu įvertinio 28 Europos šalių investicijas į technologijas. Darbe taikyta faktorinė, klasterinė, koreliacinė ir Grangerio priežastingumo analizės. Tyrimas parodė Lietuvos potencialą ir silpnąsias sritis, kurios turi būti tobulinamos, kad būtų pasiekti Lietuvos inovacijų strategijos 2010–2020 tikslai.

Švietimo sistemai vertinti ir stebėti pasaulyje buvo skaičiuoti vos keli sudėtiniai rodikliai. Kanadoje 2006 m. buvo sukurtas pirmasis pasaulyje švietimo stebėsenos indeksas (CLI, angl. *Composite Learning Index*), kurio tikslas – sekti mokymosi visą gyvenimą progresą. Indeksą sudaro keturios rodiklių grupės, kurias pasiūlė tarptautinė UNESCO komisija Švietimas dvidešimt pirmam amžiui (angl. *Education for the Twenty-first Century*) [61] ir kurios atspindi skirtingas mokymosi visą gyvenimą aplinkas: mokyklos (mokymasis žinoti), darbo (mokymasis veikti), bendruomenės (mokymasis gyventi kartu) ir namų (mokymasis būti). Šis indeksas yra sudarytas iš 24 kintamųjų. Konstruojant CLI indeksą buvo sudaryti 25 skirtingi scenarijai: svoriams parinkti naudota pagrindinių komponentų analizė, faktorinė analizė, regresinė analizė, taikyti vienodi svoriai; naudotas tiesinis, geometrinis arba daugiakriteris agregavimas. Įvertinus visus sukonstruotus indeksus, CLI indeksui konstruoti buvo parinktas vienas iš scenarijų, pagal kurį naudojami normalizuoti duomenys (z reikšmės), taikoma pagrindinių komponentų analizė, faktorinė analizė ir regresinė analizė, naudojamas tiesinis agregavimas [131]. Paskutiniame iš 25 scenarijų buvo taikomas neparimetrinis duomenų apgaubties metodas [40], pagal kurį optimalūs regiono svoriai parenkami taikant optimizavimą, o ne naudojant vienodą svorių rinkinį visiems regionams.

Remiantis CLI indeksu, 2011 m. buvo sukurtas Europos mokymosi visą gyvenimą stebėsenos rodiklis (ELLI, angl. *European Lifelong Learning Indicators*) ir Vokietijos švietimo žemėlapis (angl. *German Learning Atlas*)³. ELLI sudėtinis rodiklis skirtas mokymuisi visą gyvenimą šalies lygmeniu vertinti, jis suskaičiuotas 23 Europos šalims (tarp kurių nėra Lietuvos), naudojant bendrą rodiklių sistemą, kurią sudaro 36 rodikliai iš Europos Sąjungos statistikos tarnybos (Eurostato) ir kitų viešai prieinamų duomenų bazių [96]. 2010 m. suskaičiuoto ELLI sudėtinio rodiklio rezultatai rodo, kad Šiaurės

³<http://www.deutscher-lernatlas.de/>

šalys (Danija, Švedija ir Suomija; Norvegijos indeksas nebuvo suskaičiuotas) ir Nyderlandai geriausiai Europoje įgyvendina mokymosi visą gyvenimą idėją. Vokietijos švietimo žemėlapis – pirmoji švietimo stebėsenos priemonė Europoje, skirta detalesnei šalies vidaus švietimo būsenos stebėsenai. Sudėtinis rodiklis suskaičiuotas 412 Vokietijos administracinių rajonų ir miestų bei federalinių žemių [144].

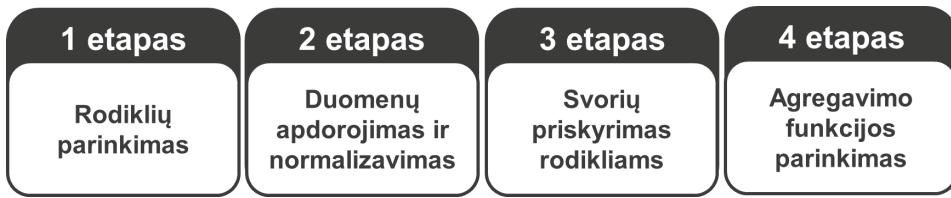
Lietuvoje iki šiol nebuvo skaičiuotas švietimo sistemos efektyvumo indeksas. Žalimienė ir kt. 2011 m. [164] parengė Lietuvos socialinio teisingumo rodiklių sistemą, kurią sudaro statistiniai rodikliai, suskaičiuoti indeksai (indeksams skaičiuoti naudojama logistinė regresija) ir Gini indeksas, ir įvertino socialinį teisingumą Lietuvos švietimo sistemoje 2007 ir 2008 metais atskirai kiekvieno švietimo lygmens – ikimokyklinio ugdymo, vidurinio mokslo, aukštojo mokslo ir neformaliojo ugdymo. Galima išskirti dar keletą Lietuvoje atliktų kiekybinių švietimo tyrimų, kuriuose analizuojami nacionalinių švietimo duomenų bazių ar didelės apimties tarptautinių švietimo tyrimų duomenys, taikomi statistiniai metodai.

Rudienė (2004) [130] nagrinėjo 2003 metų IV klasių mokinių mokymosi rezultatų tyrimų duomenis – tyrė ryšį tarp IV klasių mokinių matematikos mokymosi rezultatų ir jų mokytojų profesinės kompetencijos ir įvertino išorinius bei vidinius veiksnius, darančius įtaką mokinių mokymosi rezultatams. Analizei atlikti buvo naudota regresinė analizė. Salienė (2005) [158] atliko lietuvių kalbos žinių ir gebėjimų analizę, remdamasi brandos egzaminų rezultatais. Buvo skaičiuojamas Pirsono koreliacijos koeficientas, tiriant santykį tarp žinių, įgūdžių ir gebėjimų. Elijio ir Murauskas (2005) [72], naudodami PIRLS 2001 duomenis, atliko Lietuvos mokinių skaitymo gebėjimų struktūrinę analizę – remdamiesi kitų autorių [91] pasiūlytu modeliu, sudarė struktūrinį modelį, aprašantį skaitymo gebėjimų ryšį su latentiniais faktoriais. Dudaitė (2005) [65], naudodama TIMSS tyrimo duomenis, nagrinėjo Lietuvos VIII klasių mokinių matematikos pasiekimų priklausomybę nuo namų socioedukacinės aplinkos. Elijio (2006) [71], naudodamasi PIRLS 2001 duomenimis ir taikydama hierarchinį tiesinį modeliavimą (angl. hierarchical linear modeling), analizavo švietimo teisingumo (angl. equity) skirtumus tarp miesto ir kaimo, lygino trijų šalių grupių rezultatus: Rytų Europos, Skandinavijos ir anglosaksiškųjų šalių. Blonskis ir kt. (2009)

[29] nagrinėjo informacinių technologijų valstybinio brandos egzamino struktūrą, praktinių užduočių ypatumus ir mokinių rezultatus. Ališauskas (2009) [13], analizuodamas švietimo sistemos raidą, naudojo tarptautinio tyrimo TIMSS antrinius duomenis, nacionalinius ir ES šalių statistinius švietimo sistemos duomenis, atliko duomenų lyginamąją analizę ir taikė aprašomosios statistikos metodus. Želvys (2014) [167], naudodamas PISA 2012 antrinius duomenis, nagrinėjo mokyklų ir jų vadovų savarankiškumo sąsają su ugdymo kokybe. Dudaitė (2016) [66] analizavo Lietuvos mokinių (tyrime dalyvavo 512 VIII klasių mokinių iš 162 mokyklų) socialinės ir ekonominės namų aplinkos poveikį mokymosi rezultatams, gautus rezultatus lygino su kitų šalių rezultatais ir nustatė, kurie iš aplinkos veiksnių daro stipresnį ar silpnesnį poveikį mokinių pasiekimams. Analizei atlikti buvo naudota faktorinė ir regresinė analizė. Stupurienė ir kt. (2016) [148] analizavo informatikos ir informatinio mąstymo konkurso *Bebras* šešerių metų Lietuvos duomenis. Dagienė ir kt. (2017) [58] atliko pagrindinio ugdymo Lietuvos mokinių matematinių gebėjimų tyrimą, remdamiesi VIII klasės matematikos standartizuotų testų ir PISA rezultatų duomenimis, nagrinėjo pasiekimų skirtumus pagal gebėjimų ir turinio sritis, analizavo skirtumus tarp lyčių. Apibendrinant galima teigti, kad Lietuvoje atlikti kiekybiniai švietimo tyrimai apsiriboja Lietuvos švietimo lauko analize ir dažniausiai modeliuojamas stebimas kintamasis.

2.3 Sudėtinio rodiklio skaičiavimo etapai

Sudėtinio rodiklio skaičiavimas gali būti išskaidytas į keturis pagrindinius etapus (žiūrėti 2.2 paveikslą): (1) rezultatų rodiklių parinkimas, (2) duomenų apdorojimas ir normalizavimas, (3) svorių priskyrimas rodikliams ir (4) agregavimo funkcijos parinkimas [53]. Sudėtinio rodiklio kokybė priklauso nuo kiekvieno iš etapų, todėl dažnai jie konstruojami pagal keletą skirtingų scenarijų ir tada palyginami tarpusavyje.



2.2 pav.: Sudėtinio rodiklio skaičiavimo etapai.

2.3.1 Rezultatų rodiklių parinkimas

Pradinių rezultatų rodiklių pasirinkimas yra subjektyvus uždavinys, nes nėra vienintelio galutinio rodiklių rinkinio vertinamam reiškiniui matuoti. Todėl sudarytą sudėtinį rodiklį naudojant praktiniam vertinimui neturėtų būti pamirštas jo ribotumas, t. y. sudėtinis rodiklis atspindi tik tuos reiškinio aspektus, kurie yra įtraukti į jo skaičiavimą. Skaičiuojant sudėtinį rodiklį svarbu nuspręsti, ką jis matuos, t. y. kokie sistemos aspektai bus vertinami, ir nuo to priklausys rezultatų rodiklių parinkimas sudėtiniam rodikliui konstruoti. Rodiklių parinkimas turėtų būti pagrįstas analitiniu patikimumu, išmatuojamumu, aprėptimi analizuojamose šalyse, rodiklių aktualumu vertinamam reiškiniui ir atsižvelgiama į tarpusavio ryšius [53]. Atsižvelgiant į tai, kad konstruojamas sudėtinis rodiklis skirtas šalių švietimo sistemų efektyvumui vertinti, svarbu, kad visi parinkti rezultatų rodikliai būtų palyginami tarp šalių. Kaip buvo minėta 2.1 skyriuje, Europos šalių švietimo sistemų efektyvumas šiame darbe bus vertinamas kaip nustatytų tikslų (ET2020) pasiekimo laipsnis, t. y. švietimo sistema, kurios pasiekimai (sudėtinis rodiklis) šių rodiklių kontekste yra aukštesni, bus laikoma efektyviau veikiančia sistema už kitą švietimo sistemą, kurios pasiekimai yra žemesni.

Europos Komisijos strategijoje bendradarbiavimo švietimo ir mokymo srityje (ET2020) išskirti keturi pagrindiniai švietimo ir mokymo tikslai, kurių siekiama pasiekti iki 2020 metų. Šie tikslai yra: (1) mokymosi visą gyvenimą ir švietimo mobilumo tapimas realybe; (2) švietimo ir mokymo kokybės ir efektyvumo didinimas; (3) lygybės, socialinio solidarumo ir aktyvaus pilietiškumo skatinimas; (4) kūrybiškumo ir inovacijų, įskaitant verslumą, stiprinimas visuose švietimo ir mokymo lygmenyse. Norint pasiekti šiuos

tikslus, buvo įvardyti septyni uždaviniai (du pirmieji buvo išskirti kaip pagrindiniai), kurie turėtų būti pasiekti iki 2020 metų.

1. Sumažinti iki 10 proc. 18–24 metų amžiaus asmenų ankstyvą pasitraukimą iš švietimo ir mokymo programų;
2. Užtikrinti, kad bent 40 proc. 30–34 metų amžiaus asmenų turėtų aukštąjį išsilavinimą;
3. Pasiiekti, kad ne mažiau nei 95 proc. vaikų (nuo 4 metų iki privalomojo mokyklinio amžiaus) dalyvautų ankstyvajame ugdyime;
4. Pasiiekti, kad absolventų (20–34 metų amžiaus, turinčių bent vidurinį išsilavinimą ir pasitraukusių iš švietimo ir mokymo programų prieš 1–3 metus) užimtumas būtų ne mažesnis nei 82 proc.;
5. Padidinti iki 15 proc. suaugusiųjų dalyvavimą mokymosi procese;
6. Užtikrinti, kad ne daugiau nei 15 proc. penkiolikmečių skaitymo, matematikos ir gamtos mokslų žinios būtų prastos;
7. Užtikrinti, kad ne mažiau nei 20 proc. aukštųjų mokyklų absolventų ir ne mažiau nei 6 proc. 18–34 metų amžiaus gyventojų, turinčių profesinę kvalifikaciją, būtų studijavę ar mokęsi užsienyje.

Šiuos septynis uždavinius atitinka šie rodikliai: (1) mokyklos nebaigę asmenys, (2) tretinį išsilavinimą įgiję asmenys, (3) dalyvavimas ankstyvajame ugdyime ir priežiūroje, (4) absolventų užimtumas, (5) suaugusiųjų dalyvavimas mokymosi visą gyvenimą programose, (6) prasti penkiolikmečių mokymosi rezultatai (skaitymo, matematikos, gamtos mokslų žinios – antro lygmens ir prastesnės) pagal PISA tyrimą, (7) mokymosi mobilumas. Iš septynių stebimų rodiklių, tik šalių mokymosi mobilumui įvertinti kol kas nėra pakankamai duomenų [77].

Pirmųjų penkių strategijos ET2020 rodiklių duomenys yra pateikti viešai prieinamoje Eurostato duomenų bazėje, šešto rodiklio, nusakančio prastus penkiolikmečių mokymosi rezultatus pagal PISA tyrimą, duomenys yra pateikti EBPO (Ekonominio bendradarbiavimo ir plėtros organizacija)

duomenų bazėje. Kas trejus metus vykstančio tarptautinio penkiolikmečių tyrimo PISA tikslas yra įvertinti švietimo sistemas visame pasaulyje (2015 m. tyrime dalyvavo daugiau nei 70 pasaulio šalių), tikrinant 15 metų moksleivių įgūdžius ir žinias skaitymo, matematikos ir gamtamokslio raštingumo srityse. Didelės apimties PISA duomenų rinkiniai yra plačiai naudojami mokslinėje bendruomenėje, sprendžiant plataus masto mokslinius klausimus [76], nes yra tinkami palyginimui tarp šalių atlikti.

Mokslinėje literatūroje nerasta tyrimų, kuriuose ET2020 tikslai (juos atitinkantys rodikliai) būtų nagrinėjami ir modeliuojami kaip visuma. Dažniausiai ET2020 tikslai minimi, analizuojant mokymąsi visą gyvenimą (rodiklis Y_5): aptariamos suaugusiųjų dalyvavimo švietime formos ir duomenys [160], analizuojami iššūkiai, kylantys vertinant ES mokymosi visą gyvenimą politiką ir programas, bei pasiūloma keletas kryptių šiems iššūkiams įveikti [50, 51], nagrinėjamos kliūtys, trukdančios dalyvauti švietimo ir mokymo programose Lenkijoje, bei tiriama socialinių-ekonominių savybių ryšys su mokymosi visą gyvenimą kliūtimis [88]. Kita tyrimų kryptis, kurioje minimi ET2020 tikslai, – absolventų užimtumas (rodiklis Y_4), nagrinėjamos ir modeliuojamos absolventų įsidarbinimo galimybės Europos šalyse [83].

Siekiant išsamesnio švietimo sistemų vertinimo, ET2020 strategijoje pateikti pagrindiniai švietimo sistemos rezultatų rodikliai buvo papildyti dar dviem rodikliais. Pirmasis rodiklis – puikūs penkiolikmečių mokymosi rezultatai (5 ir 6 lygiai skaitymo, matematikos, gamtamokslio raštingumo srityse) pagal PISA tyrimą. Kaip rašoma Breakspear darbe [33], PISA tyrime nepakankamus (žemiau negu 2 lygis) ir puikius (5 ir 6 lygiai) mokinių gebėjimus nusakantys rodikliai yra neatsiejami formuojant švietimo politiką ir praktiką. Europos Sąjungoje ir Korėjoje stebimi nepakankamus ir puikius mokinių gebėjimus nusakantys rodikliai ir atliekami veiksmai, siekiant sumažinti mokinių, kurie nepasiekia minimalios 2 lygmens ribos skaitymo, matematinio ir gamtos mokslų raštingumo srityse, dalį ir padidinti mokinių, kurie pasiekia aukščiausius lygmenis (5 ir 6 lygius), dalį pagal PISA tyrimą. Singapūre švietimo sistemos efektyvumui vertinti kartu su nacionaliniais mokinių vertinimo duomenimis naudojami ir PISA rodikliai (nepakankami ir puikūs 15 metų jaunuolių gebėjimai). Vienas iš švietimo sistemos vertinimo tikslų Nyderlandų Karalystėje yra padidinti mokinių, pasiekusių

2.1 lentelė: Atrinkti švietimo sistemos rezultatų rodikliai.

Rodiklis	Aprašymas	Šaltinis	
Y ₁ *	Mokyklos nebaigę asmenys	18–24 metų amžiaus gyventojų, kurie neturi vidurinio išsilavinimo ir nedalyvavo švietimo ir mokymo programose per paskutines keturias savaites, procentinė dalis	Eurostatas
Y ₂	Aukštąjį išsilavinimą įgiję asmenys	30–34 metų amžiaus gyventojų, kurie sėkmingai įgijo aukštąjį išsilavinimą, procentinė dalis	Eurostatas
Y ₃	Dalyvavimas ankstyvajame ugdyme ir priežiūroje	Gyventojų nuo 4 metų iki privalomojo mokyklinio amžiaus, dalyvaujančių ikimokykliniame ugdyme, procentinė dalis	Eurostatas
Y ₄	Absolventų užimtumas	Turinčių darbą 20–34 metų amžiaus absolventų, kurie prieš 1–3 metus įgijo išsilavinimą, procentinė dalis	Eurostatas
Y ₅	Mokymasis visą gyvenimą	25–64 metų amžiaus gyventojų, kurie dalyvavimo švietimo ir mokymo programose per paskutines 4 savaites, procentinė dalis	Eurostatas
Y ₆ *	Nepakankami gebėjimai pagal PISA tyrimą	pagal PISA tyrimą nepakankamai (žemiau negu 2 lygis) skaitymo, matematinių ir gamtos mokslų gebėjimų įgijusių 15 metų jaunuolių procentinė dalis	EBPO
Y ₇	Puikūs gebėjimai pagal PISA tyrimą	pagal PISA tyrimą puikius (5 ir 6 lygiai) skaitymo, matematinių ir gamtos mokslų gebėjimus įgijusių 15 metų jaunuolių procentinė dalis	EBPO
Y ₈	Aukštesnį nei vidurinis išsilavinimas įgiję asmenys	25–64 metų amžiaus gyventojų, sėkmingai įgijusių aukštesnį nei vidurinis išsilavinimą, procentinė dalis	Eurostatas

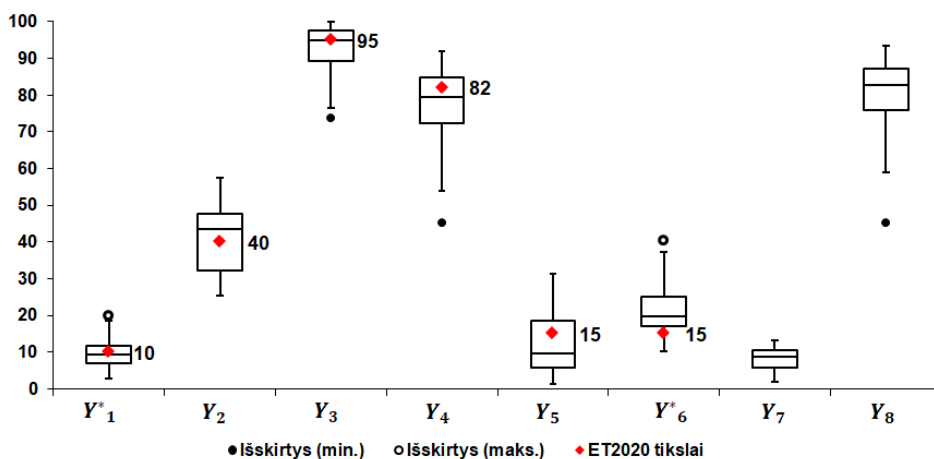
* – rodikliai, kurių mažesnė reikšmė atitinka geresnį švietimo sistemos veiklos rezultata.

aukščiausius rezultatus pagal PISA tyrimą, procentinę dalį, Japonijoje – sumažinti prastai pasirodžiusių PISA tyrime mokinių dalį ir padidinti gerai pasirodžiusių mokinių dalį.

Antrasis rodiklis – asmenys (25–64 metų), sėkmingai įgiję aukštesnį nei vidurinį išsilavinimą. Šis rodiklis parodo, kuri populiacijos dalis turi minimalią reikiamą kvalifikaciją aktyviai dalyvauti socialiniame ir ekonominiame šalies gyvenime. Kaip teigiama Fuentes (2009) darbe [81], vidurinis išsilavinimas yra minimalus išsilavinimas, kurį turi įgyti visi darbuotojai, dirbantys dideles pajamas gaunančiose šalyse (angl. *high-income economies*). Nebaigtas vidurinis išsilavinimas yra tiesiogiai susijęs su nedarbu. Kaip teigia Van Vught (2006) [159], nedarbo lygis tiesiogiai koreliuoja su išsilavinimo lygiu – aukštesnis išsilavinimo lygis atitinka mažesnę tikimybę būti bedarbiu. Be to, kuo žemesnis vidurinio išsilavinimo lygis, tuo didesnė skurdo rizika [133]. Taigi, vidurinį ir aukštesnį išsilavinimą įgijusių asmenų dalis yra susijusi su žemu nedarbo lygiu šalyje ir maža skurdo rizika.

Visi švietimo sistemų analizei naudojami rezultatų rodikliai pateikti 2.1 lentelėje. Šiame darbe bus analizuojamos 29 Europos šalių švietimo sistemos, naudojant 2013–2015 m. Eurostato ir EBPO duomenis. Europos Komisija stebi 28 Europos Sąjungos (ES) šalių švietimo sistemų rodiklius, šiame darbe analizuojamos 26 iš 28 ES šalių švietimo sistemos, nes Kipro ir Maltos duomenys yra nepakankami, be to, analizuojamų šalių sąrašas buvo papildytas dar 3 Europos šalimis (Islandija, Norvegija ir Šveicarija), kurios nepriklauso ES.

Kiekvieno rodiklio 2015 m. reikšmės atvaizduotos stačiakampėmis diagramomis (angl. *box-plot*) 2.3 paveiksle, pateiktos išskirtys ir Europos Komisijos nustatyti tikslai 2020 m., čia rezultatų rodiklių Y_1^* ir Y_6^* mažesnės vertės atitinka geresnį rodiklio vertinimą. Šiame paveiksle matome, kad rezultatų rodiklių reikšmių sklaida yra skirtinga: labiausiai varijuoja Y_8 rodiklis (*aukštesnį nei vidurinį išsilavinimą įgiję asmenys*), mažiausiai – Y_7 rodiklis (*puikūs gebėjimai pagal PISA tyrimą*), t. y. Lietuvoje net 93,5 proc. gyventojų yra įgiję vidurinį išsilavinimą arba aukštesnį nei vidurinį išsilavinimą, palyginti Portugalijoje ši gyventojų dalis yra mažiausia iš visų vertinamų šalių ir siekia vos 45,1 proc. Mažiausiai iš šalių puikiais penkiolikmečių gebėjimais



2.3 pav.: Atrinktų rezultatų rodiklių stačiakampės diagramos (2015 m.)

pagal PISA tyrimą išsiskiria Suomija, kurioje didžiausia dalis jaunuolių (13,2 proc.) rodo geriausius skaitymo, matematinių ir gamtos mokslų gebėjimus. Palyginti Rumunijoje yra vos 2 proc. mokinių, pasiekusių aukščiausius PISA tyrimo lygmenis. Kadangi duomenų išskirčių nėra daug (Y_1^* : 20,0 – Ispanija; Y_3 : 73,8 – Kroatija; Y_4 : 45,2 – Graikija; Y_6^* : 40,5 – Bulgarija; Y_8 : 45,1 – Portugalija), jos nebuvo panaikintos.

2.3.2 Duomenų apdorojimas ir normalizavimas

Atrinkus rezultatų rodiklius švietimo sistemoms vertinti, atliekamas naudojamų duomenų apdorojimas: užpildomos praleistos reikšmės ir koreguojamos skalės. Kai gana dideliame duomenų rinkinyje praleistas nedidelis skaičius stebėjimų, nėra būtina taikyti sudėtingų duomenų įterpimo metodų [53]. Pavienės praleistos stebėjimų reikšmės buvo pakeistos artimiausia esama rezultatų rodiklio reikšme. Du rodikliai (Y_1^* ir Y_6^*) buvo pakoreguoti pagal naudos principą (angl. *profit type*) – „didesnis yra geresnis“, kad šių rodiklių didesnė reikšmė atitiktų didesnę sudėtinio rodiklio reikšmę. Abu rodikliai buvo pakoreguoti 100 proc. skalėje (t. y. iš 100 buvo atimta rodiklio reikšmė) ir tada juos galima interpretuoti kaip Y_1 – neturinčių vidurinio išsilavinimo 18–24 metų amžiaus gyventojų, kurie dalyvavo švietimo

ir mokymo programose per paskutines keturias savaites, procentinė dalis ir Y_6 – penkiolikmečių, kurie pagal PISA tyrimą pasiekė 2 ar aukštesnį lygį, dalis .

2.2 lentelėje matome, kad vidutiniškai visų rezultatų rodiklių reikšmės, išskyrus Y_6 (penkiolikmečių, kurie pagal PISA tyrimą pasiekė 2 ar aukštesnį lygį, dalis) ir Y_7 (penkiolikmečių, kurie pagal PISA tyrimą pasiekė 5 ir 6 lygius, dalis), yra didesnės 2015 m. palyginti su 2013 m. Du iš ET2020 tikslų (Y_1 – neturinčių vidurinio išsilavinimo 18–24 metų amžiaus gyventojų, kurie dalyvavo švietimo ir mokymo programose per paskutines keturias savaites, procentinė dalis ir Y_2 – 30–34 metų amžiaus gyventojų, kurie sėkmingai įgijo aukštąjį išsilavinimą, procentinė dalis) jau buvo pasiekti 2014 m., tačiau, žiūrint šalies lygiu, 12 iš 29 vertinamų šalių (Ispanija, Rumunija, Islandija, Italija, Bulgarija, Portugalija, Vengrija, Estija, Didžioji Britanija, Norvegija, Vokietija ir Belgija) nepasiekė pirmojo tikslo (Y_1 rodiklis) ir 10 šalių iš 29 šalių (Italija, Rumunija, Slovakija, Čekija, Kroatija, Portugalija, Bulgarija, Vokietija, Vengrija ir Austrija) nepasiekė antrojo tikslo (Y_2 rodiklis) 2015 m. Švietimo sistemų veikimo efektyvumas turėtų būti gerinamas atsižvelgiant į Y_3 – Y_6 rodiklius beveik visose analizuojamose šalyse.

Rezultatų rodiklių koreliacinė analizė (2.3 lentelė) parodė, kad tarp kai kurių rodiklių yra vidutinio stiprumo koreliacija. Esant stipriai koreliacijai, gali sumažėti DEA metodo skiriamoji geba (daugiau apie tai 3.6 skyriuje). Didžiausia koreliacija yra tarp Y_6 rodiklio (nepakankami gebėjimai pagal PISA tyrimą) ir Y_7 rodiklio (puikūs gebėjimai pagal PISA tyrimą) – 0,759 (2013 m.), 0,753 (2014 ir 2015 m.), stipri koreliacija taip pat yra tarp Y_4 rodiklio (absolventų užimtumas) ir Y_5 rodiklio (mokymasis visą gyvenimą) – 0,726 (2013 m.), 0,632 (2014 m.), 0,574 (2015 m.); tarp Y_5 rodiklio (mokymasis visą gyvenimą) ir Y_7 rodiklio (puikūs gebėjimai pagal PISA tyrimą) – 0,552 (2013 m.), 0,647 (2014 m.), 0,649 (2015 m.); tarp Y_1 rodiklio (neturinčių vidurinio išsilavinimo 18–24 metų amžiaus gyventojų, kurie dalyvavo švietimo ir mokymo programose per paskutines keturias savaites, procentinė dalis) ir Y_8 (aukštesnį nei vidurinis išsilavinimas įgiję asmenys) rodiklio – 0,648 (2013 m.), 0,635 (2014 m.), 0,609 (2015 m.).

Kai atrinkti rezultatų rodikliai yra skirtingų matavimo vienetų ir jų matavimo skalės skiriasi, konstruojant sudėtinį rodiklį reikia atlikti duomenų

2.2 lentelė: ET2020 tikslai ir rezultatų rodiklių aprašomosios statistikos atlikus duomenų apdorojimą.

		Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8
ET2020 tikslai		90,0	40,0	95,0	82,0	15,0	85,0	-	-
2013	Vid.	89,6	38,8	91,3	74,1	12,5	80,2	8,8	79,1
	SD	5,0	9,3	7,9	12,2	9,0	7,1	3,4	12,0
	Med.	90,3	42,3	94,1	75,8	10,0	80,8	8,9	81,8
	Maks.	96,1	52,6	100,0	89,8	31,4	91,8	15,3	93,4
	Min.	76,4	22,5	71,4	39,6	2,0	60,0	1,9	39,8
2014	Vid.	90,2	40,5	91,7	75,1	12,4	78,5	8,3	79,8
	SD	4,7	8,8	7,0	11,6	9,3	7,1	3,1	11,4
	Med.	91,0	42,3	94,4	77,4	9,6	80,2	8,8	82,7
	Maks.	97,3	53,3	100,0	89,0	31,9	89,8	13,2	93,3
	Min.	78,1	23,9	72,4	44,0	1,5	59,5	2,0	43,3
2015	Vid.	90,2	41,4	92,2	76,3	12,6	78,5	8,3	80,2
	SD	4,3	8,9	7,0	11,2	9,3	7,1	3,1	11,0
	Med.	90,8	43,4	95,0	79,5	9,7	80,2	8,8	82,7
	Maks.	97,2	57,6	100,0	92,0	31,3	89,8	13,2	93,5
	Min.	80,0	25,3	73,8	45,2	1,3	59,5	2,0	45,1

normalizavimą. Šis žingsnis būtinas prieš agregavimo procesą, kad rodikliai su skirtingomis matavimo skalėmis taptų palyginami ir būtų išvengta neproporcingos svarbos suteikimo kitų atžvilgiu [85]. Literatūroje siūloma daug normalizavimo metodų, tokių kaip perskaičiavimas (angl. *rescaling*), standartizavimas, rangavimas (angl. *ranking*) ir kt. [79], tačiau būtina pažymėti, kad sudėtinio rodiklio rezultatas priklausomas nuo transformacijos pasirinkimo [53]. Netinkamas normalizavimo metodo parinkimas gali sukelti problemų, susijusių su informacijos intervalo lygio praradimu (angl. *loss of the interval level of the information*), jautrumu išskirtims ar svorių parinkimu [53].

Šiame darbe atrinkti rezultatų rodikliai buvo standartizuoti skaičiuojant z reikšmes, atimant rodiklių vidurkį (\bar{Y}) ir padalijant iš standartinio nuokrypio (SD_Y). Siekiant išvengti neigiamų ir nulinių reikšmių, buvo pakore-

2.3 lentelė: Spirmano koreliacijos koeficientai.

	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆	Y ₇	Y ₈
2013	Y ₁	1						
	Y ₂	0,116	1					
	Y ₃	-0,348	0,391*	1				
	Y ₄	0,146	0,462*	0,279	1			
	Y ₅	0,098	0,626*	0,417*	0,726*	1		
	Y ₆	0,252	0,287	0,129	0,391*	0,412*	1	
	Y ₇	0,254	0,417*	0,327	0,531*	0,552*	0,759*	1
	Y ₈	0,648*	0,046	-0,481*	0,325	-0,038	0,305	0,145
2014	Y ₁	1						
	Y ₂	0,202	1					
	Y ₃	-0,35	0,378*	1				
	Y ₄	0,146	0,546*	0,334	1			
	Y ₅	0,008	0,611*	0,447*	0,632*	1		
	Y ₆	0,131	0,383*	0,194	0,299	0,508*	1	
	Y ₇	0,12	0,437*	0,296	0,502*	0,647*	0,753*	1
	Y ₈	0,635*	0,09	-0,425*	0,359	-0,032	0,231	0,185
2015	Y ₁	1						
	Y ₂	0,252	1					
	Y ₃	-0,455*	0,311	1				
	Y ₄	0,081	0,508*	0,365	1			
	Y ₅	0,009	0,600*	0,476*	0,574*	1		
	Y ₆	0,186	0,426*	0,217	0,239	0,475*	1	
	Y ₇	0,172	0,441*	0,291	0,420*	0,649*	0,753*	1
	Y ₈	0,609*	0,115	-0,454*	0,328	-0,051	0,251	0,171

* Koreliacija yra reikšminga, kai reikšmingumo lygmuo yra 0,05.

guotos gautos z reikšmės, pridėdant minimalią z reikšmę ir $\epsilon = 0,001$, kaip parodyta formulėje:

$$Y^{norm} = \frac{Y - \bar{Y}}{SD_Y} + \left| \min \left(\frac{Y - \bar{Y}}{SD_Y} \right) \right| + \epsilon \quad (2.1)$$

Nenormalizuotų 2013, 2014 ir 2015 m. duomenų rinkiniai pateikti A.1, A.2 ir A.3 lentelėse prieduose, normalizuotų 2013, 2014 ir 2015 m. duomenų

rinkiniais – A.4, A.5 ir A.6 lentelėse prieduose.

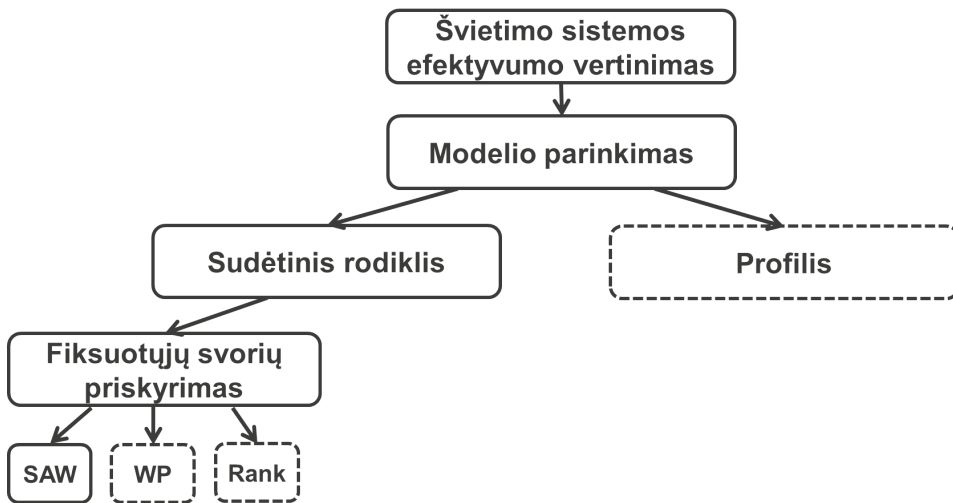
2.3.3 Sviurių priskyrimas ir agregavimas

Skaičiuojant sudėtinį rodiklį pagrindinis klausimas – kaip priskirti rezultatų rodikliams svorius ir kokią agregavimo funkciją parinkti [60]. Sviuriams priskirti gali būti naudojami įvairūs metodai, metodo parinkimas priklauso nuo sudėtinio rodiklio kūrimo tikslo. Šiame darbe analizuojamos dvi modeliavimo alternatyvos, priklausančios nuo sviurių pobūdžio: pirmuoju atveju priskiriami fiksuotieji sviuriai, antruoju atveju – lankstieji sviuriai (plačiau aprašoma 3.1 skyriuje). Rezultatų rodikliams priskyrimas sviuriam, atliekamas agregavimas. Dažniausiai skaičiuojant sudėtinius rodiklius taikomas tiesinis ir geometrinis agregavimas [118].

Fiksuotųjų sviurių priskyrimo atveju visiems vertinamiems sprendimų priėmimo vienetams (DMU) – šiuo atveju šalims – priskiriami vienodi sviuriai. Šie sviuriai gali būti vienodi visiems rodikliams arba jie gali būti skirtingi. Kai vertinamų šalių ir turimų rodiklių sviuriai yra vienodi, sudarytą sudėtinį rodiklį lengva suprasti ir interpretuoti. Skirtingus sviuriam priskyrimas rodikliams, nustatoma kiekvieno iš rodiklių svarba konstruojamame sudėtiniame rodiklyje.

Naudojant fiksuotųjų sviurių metodus, kai visoms šalims priskiriamas vienodas sviurių rinkinys, galima atlikti vertinamų šalių rangavimą, tačiau taikant šiuos metodus nėra atsižvelgiama į specifines kiekvienos šalies švietimo sistemos savybes. Tokiu būdu konkrečios šalies švietimo sistemos rodiklio svarbos lygmuo ignoruojamas ir nustatyti pagrindines prastos veiklos priežastis tampa sudėtinga [140].

Daugelyje mokslinių tyrimų kaip lengviausiai pritaikomas ir skaidriausias metodas sudaryti sudėtinį rodiklį pristatomas SAW metodas [28]. Taikant šį metodą, atliekamas duomenų normalizavimas, fiksuotųjų sviurių priskyrimas rodikliams ir tiesinis agregavimas. Kadangi sviuriai turi būti žinomi prieš taikant šį metodą, sviurių parinkimui dažnai taikomas ekspertinis vertinimas, tačiau šis sviurių parinkimas mokslinėje literatūroje kritikuojamas dėl subjektyvumo. Visiems rodikliams suteikus vienodo dydžio sviuriam,



2.4 pav.: Fiksuotųjų svorių metodai švietimo sistemos efektyvumui vertinti. Punktyrine linija pažymėti blokai toliau darbe neanalizuojami.

gauname paprastą adityvų vienodų svorių metodą, kuriame kiekvienas rodiklis turi tokį patį poveikį konstruojamam sudėtiniam rodikliui [79]. Nepaisant to, kad šis SAW metodas su vienodais svoriais dažnai naudojamas sudėtiniam rodikliams skaičiuoti, tai prieštarauja rodiklių prigimčiai, t. y. nepaisant to, kad rodikliai turi būti nepriklausomi vienas nuo kito ir atspindėti skirtingo masto reiškinio aspektus, jiems suteikiama vienoda svarba.

Kaip alternatyva SAW metodui (žiūrėti 2.4 paveikslą) mokslinėje literatūroje pristatomas kitas fiksuotųjų svorių metodas – svorinis rezultatų metodas (WP, angl. *Weighted Product*), dar vadinamas geometrinu agregavimo metodu. Taikant šį metodą, taip pat kaip ir SAW metodo atveju, svoriai turi būti žinomi iš anksto, tačiau nėra būtinas duomenų normalizavimas [155, 156, 170]. Priskyrus rodikliams vienodus svorius, sudėtinis rodiklis atitinka rodiklių geometrinį vidurkį. Kita fiksuotųjų svorių priskyrimo alternatyva yra paremta šalių rangavimu. Taikant adityvų rangavimo metodą (Rank, angl. *Additive Ranking*), kiekvienai šaliai priskiriamas rangas nepriklausomai pagal kiekvieno vertinamo rodiklio rezultatą, gauti rangai sudedami. Adityvusis rangavimo metodas yra atsparus išskirtims, tačiau

prarandama absoliuti informacijos vertė (angl. *absolute value of information is lost*) [53].

Toliau šiame darbe sudėtiniam rodikliui skaičiuoti, taikant fiksuotuosius svorius, bus naudojamas SAW metodas. Kitos alternatyvos, nurodytos (2.4 paveiksle) darbe, nėra nagrinėjamos.

2.4 Sudėtinio rodiklio skaičiavimas, taikant fiksuotųjų svorių metodą

Tegul n yra šalių skaičius, kurioms bus skaičiuojami sudėtiniai rodikliai iš s rodiklių, o y_{rj} yra rezultatų rodiklio r ($r = 1, \dots, s$) reikšmė šaliai j ($j = 1, \dots, n$). Visi rodikliai yra skalėje, kur didesnė rodiklio reikšmė reiškia didesnę švietimo sistemos efektyvumo rezultatą. Sudėtinio rodiklio I_j skaičiavimo tikslas – atskirų rodiklių y_{rj} agregavimas į vieno skaičiaus matavimą šaliai j .

Taikant SAW metodą sudėtiniam rodikliui skaičiuoti naudojami normalizuoti duomenys (rodikliai aprašyti 2.3.1 skyriuje, normalizuoti duomenys pateikti A.5 lentelėje prieduose). SAW modelis sudėtiniam rodikliui skaičiuoti:

$$I_j^{SAW} = \sum_{r=1}^s w_r y_{rj}, \quad (2.2)$$

čia w_r ($w_r \in \mathbb{R}^+$) yra svoris, priskirtas rezultatų rodikliui y_{rj} , vertinant šalies j sistemos veiklos rezultatą.

Taikant SAW metodą sudėtiniam rodikliui skaičiuoti, rodikliams dažnai priskiriami vienodi svoriai, tokiu būdu visų rodiklių svarba sudėtiniame rodiklyje yra vienoda [79]. Tokiu atveju visų rezultatų rodiklių svoriai tampa lygūs $w_r = \frac{1}{s}$, o jų suma lygi vienetui ($\sum_{r=1}^s w_r = 1$). Vadinasi, sudėtinis rodiklis atitinka rezultatų rodiklių aritmetinį vidurkį.

2.4 lentelė: Europos šalių sudėtiniai rodikliai ir rangai, taikant SAW modelį (2013–2015 m.).

Šalis	I_{2013}^{SAW}	R_{2013}^{SAW}	I_{2014}^{SAW}	R_{2014}^{SAW}	I_{2015}^{SAW}	R_{2015}^{SAW}
SWE	2,91	5	3,10	2	3,04	1
DNK	2,96	4	3,06	3	3,03	2
CHE	3,14	1	3,11	1	3,02	3
NOR	2,86	7	2,99	4	3,00	4
NLD	3,02	3	2,92	6	2,96	5
FIN	3,09	2	2,93	5	2,87	6
EST	2,90	6	2,91	7	2,84	7
IRL	2,83	9	2,76	10	2,82	8
GBR	2,76	11	2,78	9	2,80	9
SVN	2,66	14	2,70	13	2,70	10
DEU	2,81	10	2,73	11	2,68	11
AUT	2,61	16	2,70	12	2,64	12
FRA	2,73	12	2,69	14	2,63	13
LUX	2,85	8	2,82	8	2,63	14
LTU	2,50	17	2,52	17	2,60	15
POL	2,70	13	2,57	16	2,60	16
BEL	2,64	15	2,57	15	2,51	17
ISL	2,43	20	2,47	18	2,48	18
CZE	2,48	18	2,40	19	2,37	19
LVA	2,47	19	2,37	20	2,32	20
HUN	2,10	21	2,03	21	2,04	21
SVK	1,86	22	1,69	22	1,69	22
PRT	1,47	26	1,59	25	1,69	23
ESP	1,66	23	1,68	23	1,66	24
HRV	1,56	24	1,66	24	1,62	25
BGR	1,43	27	1,36	27	1,38	26
ITA	1,49	25	1,39	26	1,35	27
GRC	1,18	28	1,24	28	1,21	28
ROU	1,09	29	0,95	29	0,90	29

I^{SAW} – sudėtinis rodiklis, R^{SAW} – rangas.

Šiame darbe Europos šalių švietimo sistemų sudėtiniai rodikliai skaičiuojami naudojant vienodus svorius $w_r = \frac{1}{8}$ visiems rodikliams Y_r , kai $r = 1, \dots, 8$. Sudėtinių rodiklių skaičiavimas atliekamas, naudojant R programą. Gauti sudėtiniai rodikliai (žiūrėti 2.4 lentelėje) gali būti naudojami vertinamų šalių švietimo sistemų rangavimui atlikti, kai didesnė sudėtinio rodiklio reikšmė I^{SAW} atitinka aukštesnę rangą R^{SAW} ir rodo geresnį šalies švietimo sistemos vertinimą. Pateiktoje lentelėje šalys išrikiuotos 2015 m. rango (R_{2015}^{SAW}) didėjimo tvarka.

Kaip matome, pirmajame penketuke yra Skandinavijos šalys (Švedija, Danija, Norvegija), Šveicarija ir Nyderlandų Karalystė. Lietuva užima 15 vietą iš 29 šalių, o sąrašo apačioje yra Rumunija, Graikija, Italija, Bulgarija ir Kroatija.

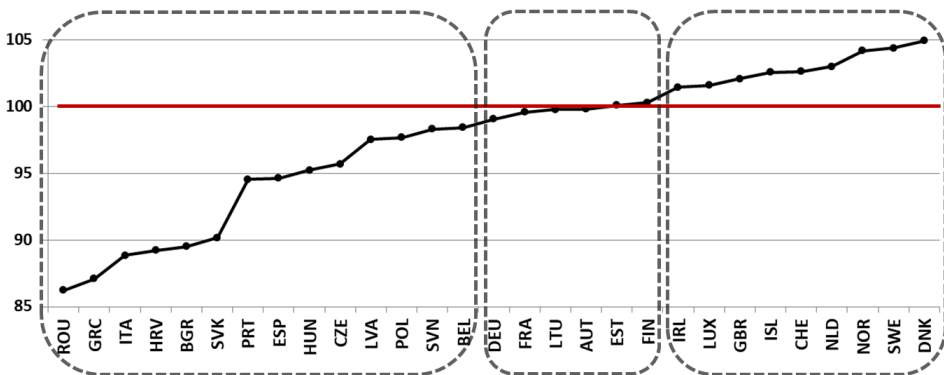
Kai žinomas tikslas (šiuo atveju ET2020 tikslai), šalių švietimo sistemų efektyvumą galima vertinti kaip skirtumo iki siektinų tikslų vidurkį (žiūrėti 2.4 lentelėje). Sudėtinis rodiklis, rodantis skirtumo iki ET2020 siektinų tikslų vidurkį (I_{2015}^{ET2020}), skaičiuojamas iš kiekvienos rodiklio reikšmės atimant to rodiklio ET2020 tikslo reikšmę ir pridėdant 100, tada suskaičiuojamas kiekvienos šalies gautų reikšmių vidurkis. Šiame darbe Europos šalių švietimo sistemų efektyvumui vertinti naudojami 8 rodikliai (žiūrėti 2.1 lentelėje), o ET2020 tikslai nustatyti tik 6 rodikliams, todėl lyginti I_{2015}^{SAW} ir I_{2015}^{ET2020} nėra prasminga, tačiau galima I_{2015}^{ET2020} pavaizduoti grafiškai (žiūrėti 2.5 paveikslą).

Šalis, pagal skirtumą iki ET2020 tikslų, galima suskirstyti į tris grupes (žiūrėti 2.5 paveikslą). Pirmosios grupės šalių (Danijos, Švedijos, Norvegijos, Nyderlandų Karalystės, Šveicarijos, Islandijos, Didžiosios Britanijos, Liuksemburgo ir Airijos) skirtumo iki ET2020 siektinų tikslų vidurkis yra didesnis už 101, antrosios grupės šalių (Suomijos, Estijos, Austrijos, Lietuvos, Prancūzijos ir Vokietijos) vidurkis yra didesnis už 99, bet mažesnis už 101, o trečiajai šalių grupei priklauso visos likusios šalys, kurių vidurkis yra mažesnis už 99. Nepaisant to, kad pirmosios grupės šalių skirtumo iki ET2020 siektinų tikslų vidurkis yra didesnis už 101, tačiau nė vienos šalies visų rodiklių reikšmės 2015 metais nebuvo didesnės arba lygios nustatytiems ET2020 tikslams, vienu rodiklių reikšmės kompensuoja kitų rodiklių

2.5 lentelė: Rodiklių skirtumas iki ET2020 tikslų ir sudėtinis rodiklis, rodantis skirtumo iki ET2020 siektinų tikslų vidurki, (2015 m.).

Šalis	$\Delta Y1$	$\Delta Y2$	$\Delta Y3$	$\Delta Y4$	$\Delta Y5$	$\Delta Y6$	I_{2015}^{ET2020}
DNK	102,2	107,6	103,5	99,7	116,3	100,2	104,9
SWE	103,0	110,2	100,0	103,9	114,4	94,7	104,4
NOR	99,8	110,9	102,3	108,9	105,1	98,1	104,2
NLD	101,8	106,3	102,6	106,2	103,9	97,2	103,0
CHE	104,8	109,3	86,3	102,6	115,8	96,9	102,6
ISL	91,2	107,1	102,6	110,0	113,1	91,3	102,6
GBR	99,2	107,9	105,0	103,7	100,7	95,9	102,1
LUX	100,7	112,3	101,6	102,7	103,0	89,2	101,6
IRL	103,2	113,8	102,7	95,9	91,5	101,5	101,4
FIN	100,8	105,5	88,6	93,5	110,4	103,0	100,3
EST	97,8	105,3	96,9	98,4	97,4	104,8	100,1
AUT	102,7	98,7	99,8	104,9	99,4	93,3	99,8
LTU	104,5	117,6	95,8	100,1	90,8	89,9	99,8
FRA	100,8	105,0	105,0	90,4	103,6	92,7	99,6
DEU	99,9	92,3	102,4	108,4	93,1	98,2	99,1
BEL	99,9	102,7	103,3	97,5	91,9	95,2	98,4
SVN	105,0	103,4	95,5	89,5	96,9	99,6	98,3
POL	104,7	103,4	95,1	95,4	88,5	99,0	97,7
LVA	100,1	101,3	100,0	96,8	90,7	96,2	97,5
CZE	103,8	90,1	93,0	100,2	93,5	93,5	95,7
HUN	98,4	94,3	100,3	98,4	92,1	87,9	95,2
ESP	90,0	100,9	102,7	83,2	94,9	96,1	94,6
PRT	96,3	91,9	98,6	90,2	94,7	95,5	94,5
SVK	103,1	88,4	83,4	93,2	88,1	84,8	90,2
BGR	96,6	92,1	94,2	92,6	87,0	74,5	89,5
HRV	107,2	90,8	78,8	80,9	88,1	89,5	89,2
ITA	95,3	85,3	101,2	66,5	92,3	92,5	88,9
GRC	102,1	100,4	85,5	63,2	88,3	83,1	87,1
ROU	90,9	85,6	92,6	86,1	86,3	75,9	86,2
Vid.	100,2	101,4	97,2	95,3	97,7	93,5	97,5
Maks.	107,2	117,6	105,0	110,0	116,3	104,8	104,9
Min.	90,0	85,3	78,8	63,2	86,3	74,5	86,2

I_{2015}^{ET2020} – sudėtinis rodiklis, aprašantis skirtumo iki ET2020 tikslų vidurki.



2.5 pav.: Sudėtinis rodiklis (I_{2015}^{ET2020}), rodantis skirtumo iki ET2020 siektinų tikslų vidurkį (2015 m.).

reikšmes visose analizuojamose šalyse.

Analizuojant kiekvieno rodiklio šalių skirtumo iki ET2020 tikslų, matome, kad vidutiniškai rodiklių Y_1 (*neturinčių vidurinio išsilavinimo 18-24 metų amžiaus gyventojų, kurie dalyvavo švietimo ir mokymo programose per paskutines keturias savaites, procentinė dalis*) ir Y_2 (*30–34 metų amžiaus gyventojų, kurie sėkmingai įgijo aukštąjį išsilavinimą, procentinė dalis*) tikslai buvo pasiekti 2015 m., tuo tarpu rodiklio Y_6 (*penkiolikmečių dalis, kurie PISA tyrime pasiekė 2 ar aukštesnę lygmenį*) ET2020 tikslą pasiekė vos keturios šalys (Estija, Suomija, Airija ir Danija).

2.5 Apibendrinimas

Švietimo sistemos dėl jos kompleksiško (sistemą sudaro įvairaus dydžio ir sudėtingumo posistemai – ikimokyklinis ugdymas, bendrasis ugdymas, profesinis rengimas, aukštasis mokslas, suaugusiųjų mokymasis ir kt.) ir unikalumo (šalių švietimo sistemos rezultatus lemia skirtingi veiksniai, nes sistemos veikia skirtingoje istorinėje ir geografinėje aplinkoje, yra veikiamos skirtingų ekonominių ir politinių sąlygų) vertinti remiantis vienodais kriterijais netikslinga, todėl skirtingų šalių švietimo sistemų palyginimas tampa sudėtingu daugiakriteriniu uždaviniu.



2.6 pav.: Europos šalių švietimo sistemų sudėtinių rodiklių skaičiavimas, taikant fiksuotuosius svorius.

Sudėtinių rodiklių skaičiavimas yra gana populiarus mokslinėje literatūroje kiekybiškai vertinant socialinius ir ekonominius reiškinius, o švietimo procesams vertinti ir stebėti pasaulyje buvo skaičiuoti vos keli sudėtiniai rodikliai. Lietuvos švietimo sistema šiame kontekste nebuvo vertinta. Siekiant įvertinti Lietuvos ir kitų Europos šalių švietimo sistemų efektyvumą, šiame darbe buvo pasirinkta agreguoti pavienius rodiklius į vieną sudėtinį švietimo sistemos rodiklį.

Kaip jau buvo minėta 2.3 skyriuje, Europos šalių švietimo sistemų sudėtinių rodiklių skaičiavimas apima keturis etapus (žiūrėti 2.6 paveikslą). Pirmame etape buvo parinkti šeši rezultatų rodikliai, remiantis Europos Komisijos strategijoje ET2020 išskirtais pagrindiniais švietimo sistemos siekiniais, kurie buvo papildyti dar dviem rezultatų rodikliais, siekiant išsamesnio švietimo sistemų vertinimo. Antrame etape buvo užpildytos pavienės praleistos reikšmės ir atliktas dviejų rodiklių skalių koregavimas, kad visų rodiklių didesnė reikšmė atitiktų didesnę indekso reikšmę, be to, rodikliai buvo standartizuoti. Taikant SAW modelį (trečią ir ketvirtą etapą galima sujungti į vieną) priskiriami fiksuotieji svoriai ir atliekamas tiesinis agregavimas. Tokiu būdu suskaičiuotas sudėtinis rodiklis yra paprasčiausias ir skaidriausias, lengvai interpretuojamas. Jį galima naudoti šalims ranguoti ir palyginti su ET2020 tikslais.

Taikant SAW modelį sudėtiniams rodikliams skaičiuoti, visoms šalims buvo priskirtas vienodas svorių rinkinys su vienodais svoriais, tokiu būdu nebuvo atsižvelgiama į specifines kiekvienos šalies švietimo sistemos savybes ir buvo ignoruojamas konkrečios šalies rodiklio svarbos lygmuo.

Taikant SAW metodą galima atlikti vertinamų šalių švietimo sistemų rangavimą, tačiau nėra gaunama jokios papildomos informacijos, kuri galėtų būti naudojama vertinamų švietimo sistemų veiklai tobulinti. Mokslinėje literatūroje vienas iš pagrindinių keliamų klausimų, atliekant viešojo sektoriaus (švietimas, sveikata, transportas ir kt.) sistemų tyrimus, kaip įvertinti nepakankamą rezultatą (angl. *underperformance*) ir jo kilmę. Tai yra viena iš priežasčių, kodėl lyginamosios analizės (angl. *benchmarking*) metodai dažnai taikomi analizuojant viešojo sektoriaus būklę [80]. Kitame skyriuje bus pereita prie lanksčiųjų svorių metodų taikymo veiklai vertinti, t. y. indeksui skaičiuoti bus naudojamas vienas iš lyginamosios analizės metodų – duomenų apgaubties analizė (DEA).

3. DEA metodas efektyvumui vertinti

Šiame darbe naudojamas DEA modelis, kurį 1978 metais pasiūlė Charnes ir kt. [40] kaip neparimetrinį optimizavimo metodą, skirtą matuoti homogeninių DMU efektyvumui, kai proceso metu iš turimų išteklių (angl. *inputs*) gaunami rezultatai (angl. *outputs*). Netrukus po to, kai buvo pristatytas metodas, Charnes ir kt. [41] jį pritaikė JAV švietimo politikos analizei.

3.1 Lanksčiųjų svorių priskyrimas

Esant lanksčiųjų svorių priskyrimui, suteikiama galimybė skirtingus rodiklio svorius priskirti vertinamiems vienetams (šiuo atveju šalims). Lankstumas, priskiriant analizuojamų šalių skirtingus rodiklių svorius, leidžia maksimaliai padidinti vertinamos šalies rezultatą. Remiantis [45], didesnis (ar mažesnis) svoris turėtų būti priskirtas tiems šalies rodikliams, kurių vertė yra didesnė (mažesnė), darant prielaidą, kad buvo pasiekti geresni veiklos rezultatai, tų rodiklių, kurie yra svarbesni konkrečiai vertinamai šaliai. Tai reiškia, kad priskiriami kiekvieno rodiklio svoriai konkrečiai šaliai yra apskaičiuojami iš stebėjimų duomenų naudojant optimizavimo metodus.

Kadangi dažniausiai nėra patikimos ir vienodos informacijos apie svorius, kurie turėtų būti naudojami agreguojant rodiklius, taikant lanksčiųjų svorių priskyrimą nėra būtina iš anksto žinoti svorių, svoriai yra parenkami endogeniškai (angl. *endogenously*) ir jie maksimaliai padidina sudėtinio rodiklio



3.1 pav.: Lanksčiųjų svorių metodai švietimo sistemos efektyvumui vertinti. Punktyrine linija pažymėti blokai toliau darbe neanalizuojami.

vertę kiekvienai iš vertinamų šalių. Taigi, kiekvienai šaliai priskiriami skirtingi svoriai, atsižvelgiant į tos šalies rodiklių specifiką.

Fiksuotųjų svorių priskyrimo metodai yra orientuoti į veiklos kontrolę, o lanksčiųjų svorių priskyrimo metodai – į veiklos tobulinimą. Gerosios praktikos nustatymas švietimo srityje gali padėti rengiant švietimo politikos strategiją, skirtą šalių švietimo sistemų veiklos rezultatams pagerinti.

Lanksčiųjų svorių priskyrimas gali būti įgyvendintas taikant lyginamosios analizės metodus (žiūrėti 3.1 paveikslą) – DEA, stochastinę fronto analizę (SFA, angl. *Stochastic Frontier Analysis*), laisvo nustatymo paviršių (FDH, angl. *Free Disposable Hull*) ar kryptinės atstumo funkcijas (DDF, angl. *Directional Distance Function*). Toliau šiame darbe sudėtinio rodiklio skaičiavimui, taikant lanksčius svorius, bus naudojamas DEA metodas. Kitos alternatyvos, nurodytos (3.1 paveiksle) nėra šio darbo objektas, todėl darbe nėra nagrinėjamos.

Pagrindinis skirtumas tarp SAW ir DEA metodų yra tai, kad taikant DEA metodą svoriai rodikliams suskaičiuojami iš rodiklių duomenų, jie yra endogeniniai bei gali skirtis tarp vertinamų šalių, o taikant SAW metodą, svoriai

yra fiksuotieji ir vienodi visoms šalims. Vienas iš pagrindinių DEA metodo privalumų, lyginant su SAW metodu, yra galimybė nustatyti kiekvienai šaliai, kurios švietimo sistema veikia neefektyviai, siektinus tikslus (angl. *targets*) ir artimiausius kaimynus (angl. *peers*), į kuriuos reikėtų lygiuotis, norint pasiekti numatytus tikslus.

3.2 DEA metodo taikymo tyrimų apžvalga

3.2.1 DEA metodo sudėtiniais rodikliams skaičiuoti

Pirmą kartą DEA metodo panaudojimas veiklos rezultatams įvertinti pagrindinį dėmesį skiriant pasiekimams (kas svarbu sudarant sudėtinį rodiklį), o ne išteklių pavertimui rezultatu, buvo atliktas Cook ir Kress 1990 metais [54]. Šio tyrimo tikslas buvo sukurti preferencinį balsavimo modelį balsams surinkti. Toliau sekė Melyn ir Moesen (1991) darbas [113], kuriame, taikant DEA metodą, buvo įvertinti šalių makroekonominiai rezultatai. Sukurtas keturias veiklos sritis atspindintis sudėtinis makroekonominės veiklos rodiklis LIMEP (angl. *Leuven Index of Macroeconomic Performance*), taikant šalims skirtingus svorių rinkinius.

Kiti tyrimai, paremti empiriniu DEA metodo taikymu sudėtiniais rodikliams skaičiuoti, buvo atlikti vertinant makroekonominę veiklą [110], stojamuosius egzaminus į universitetą [93], universitetų kokybę [116], žmogaus socialinę veiklą [62, 63, 111], socialinį nepriteklių [163], aplinkos gerovę [75, 165], tvarų energijos naudojimą [169], technologinius pasiekimus [46], statybos bendrovių finansinį patikimumą [95], miesto gyvenimo kokybę [115], miestų gyvenimo sąlygas [166], hidroelektrinių veiklą [38]. Visi šie tyrimai apima sudėtinį rodiklių skaičiavimą, kai agreguojami pagrindiniai veiklos rodikliai. Šiuose tyrimuose visi nagrinėti rodikliai priskiriami rezultatų rodikliams, o išteklių rodikliai visiems vertinamiems DMU yra konstanta, lygi vienetui.

3.2.2 DEA metodas Lietuvoje

Lietuvoje DEA metodas pradėtas taikyti neseniai, taikomas retai ir fragmentiškai. Yra atlikta keletas tyrimų ekonomikos, žemės ūkio, transporto ir inovacijų srityse, o švietimo srityje DEA metodo taikymo pavyzdžių nebuvo rasta.

Jaržemskienė (2009) [98] nagrinėjo DEA privalumus, lygindama su regresine analize, transporto sektoriaus terminalų našumui įvertinti. Jaržemskienė (2012) [99], taikydama DEA, nagrinėjo 15 Baltijos jūros regiono šalių oro uostų infrastruktūros eksploatacinio efektyvumo rodiklius, nustatė, kaip vieno iš parametrų keitimas veikia oro uostų eksploatacinį efektyvumą. Balaženčiai (2012) [20], taikydami DEA ir Liunbergerio produktyvumo indeksą, analizavo 200 Lietuvos ūkininkų ūkius ir nustatė jų galimas plėtros kryptis. Galinienė ir Dzemydaitė (2012) [82], taikydamos erdvinį DEA metodą, vertino Lietuvos regionų infrastruktūros vystymo netolygumą ir, remdamosi gautais rezultatais, nustatė galimas Lietuvos regionų plėtros kryptis. Balažentis ir kt. (2013) [22] atliko neparimetrinę (taikant DEA) Lietuvos kredito unijų veiklos analizę, kad iširtų kredito unijų veiklos efektyvumą ir plėtros galimybes bei įvertintų pasirinktų efektyvumo veiksnių įtaką. Balažentis ir Kriščiukaitienė mokslo studijoje (2013) [21] panaudojo DEA ir SFA metodus Lietuvos ūkininkų ūkių techniniam ir ekonominiam efektyvumui įvertinti. Balažentis (2015) [19] analizavo Lietuvos ūkininkų ūkių struktūrinį efektyvumą, taikydamas DEA metodą. Dzemydaitė ir kt. (2016) [70] atliko naujųjų ES šalių regionų inovacijų efektyvumo vertinimą, taip pat taikydami DEA metodą.

3.2.3 DEA metodas švietimo srities tyrimuose

Kaip teigiama Liu ir kt. (2013) [107] DEA metodo taikymas švietimo srityje yra vienas iš penkių pagrindinių (kitos sritys – žemės ūkis, sveikatos priežiūra, transportas ir bankininkystė) metodo taikymo sričių. Galima išskirti dvi naujausias temas – aplinkos kintamųjų įtraukimas į DEA modelį ir nestebimo heterogeniškumo problemos (angl. *problem of unobserved heterogeneity*) DEA modelyje sprendimas – susijusias su DEA metodo vystymu,

kurios buvo pasiūlytos atliekant švietimo srities tyrimus [161].

Švietimo srities tyrimuose DEA metodas taikomas skirtingų lygmenų analizei atlikti, t. y. vertinami DMU gali būti švietimo sistemos posistemiai, geografiniai vienetai ar švietimo procese dalyvaujantys asmenys. Dažniausiai DEA metodas taikomas aukštojo mokslo lygmens analizei atlikti [161]. Aukštojo mokslo institucijų efektyvumas analizuojamas [10, 11, 112, 119, 138, 151] darbuose, mokyklos lygmuo tiriamas [7, 8, 17, 34, 36, 89, 102, 128, 135] darbuose, kiek rečiau analizuojamas mokinio ir studento lygmuo [101, 114, 127], rajono ir miesto lygmuo [25, 103, 117] bei šalies lygmuo [9, 30, 86, 143].

DEA metodo taikymas atskiriems švietimo sistemos lygmenims yra pagrįsta praktika, šiame darbe bus išnagrinėtas DEA metodo taikymas visos švietimo sistemos analizei ir palyginimui tarp šalių.

3.3 Lyginamosios analizės tyrimai švietimo srityje

Tik keletas švietimo srities mokslinių tyrimų, kuriuose taikomi lyginamosios analizės metodai, apima šalies ar daugiašalę analizę, t. y. DMU yra šalis. De Witte ir kt. [161] įvardijo dvi pagrindines priežastis, kodėl yra atlikta tiek mažai švietimo tyrimų, kuriuose atliekama skirtingų šalių analizė. Pirmoji priežastis – palyginamų duomenų nacionaliniu lygmeniu trūkumas, antroji – probleminis pagrindinės ribinio efektyvumo prielaidos (vertinami vienetai turi vienodas gamybos sąlygas ir technologijas) užtikrinimas, t. y. šalių švietimo sistemos nėra homogeniški vienetai.

Šalių dalyvavimas tarptautiniuose didelės apimties švietimo tyrimuose, tokiuose kaip tarptautinis penkiolikmečių tyrimas (PISA, angl. *Programme for International Student Assessment*), tarptautinis matematikos ir gamtos mokslų gebėjimų tyrimas (TIMSS, angl. *Trends in International Mathematics and Science Study*) ir tarptautinis IV klasių mokinių skaitymo gebėjimų tyrimas (PIRLS, angl. *Progress in International Reading Literacy Study*), suteikia galimybę mokslininkams analizuoti laisvai prieinamas švietimo duomenų bazes, kuriose pateikti skirtingų šalių lyginamieji duomenys. Nepaisant

to, kad švietimo politikos ir technologijos (angl. *education policies and technologies*) skirtingose šalyse yra heterogeninės, tik lyginant jas kitų šalių kontekste galima nustatyti gerąsias praktikas švietimo srityje.

Gali būti išskirta keletas švietimo efektyvumo tyrimų, kuriuose taikomi lyginamosios analizės metodai ir atliekama skirtingų šalių analizė, t. y. vertinami DMU yra šalis (žiūrėti 3.1 lentelėje). Šiame skyriuje pristatoma literatūros apžvalga, remiantis keturiais pagrindiniais aspektais: 1) tyrimuose analizuojami švietimo sistemos lygmenys (pradinis ugdymas, vidurinis ugdymas, aukštasis mokslas); 2) naudojami išteklių ir rezultatų rodikliai, duomenų bazės; 3) tyrimuose taikomi metodai ir 4) tyrimų klausimai ir pagrindinės išvados.

3.1 lentelė: Lyginamosios analizės tyrimų švietimo srityje santrauka.

Autorius	DMU	Lygmuo	Duom.	Išteklių rodikliai	Rezultatų rodikliai	Metodai
Clements (2002) [52]	20 šalių	Pradinis ir vidurinis ugdymas	TIMSS 1995, EB-PO	Mokinių ir mokytojų skaičiaus santykis, išlaidos vienam mokiniui	Mokinių TIMSS 1995	pasiekimai FDH
Hanushek ir Luque (2003) [92]	18 ir 33 šalių	Pradinis ir vidurinis ugdymas	TIMSS 1995	Mokyklos savybės (klasės dydis, įsitraukimas, mokytojų savybės) ir mokinių šeimos savybės	Mokinių TIMSS 1995	Tiesinė gamybos funkcija
Afonso ir Aubyn (2005) [5]	17 šalių	Vidurinis ugdymas	PISA 2000, EBPO	Mokymosi valandos per metus ir mokytojų skaičius 100 mokinių	Mokinių pasiekimai PISA 2000	FDH ir DEA
Afonso ir Aubyn (2006) [4]	25 šalių	Vidurinis ugdymas	PISA 2003, EBPO	Mokymosi valandos per metus ir mokytojų skaičius 100 mokinių	Mokinių pasiekimai PISA 2003	DEA ir regresija

Gimenez ir kt. (2007) [86]	31 šalis	Vidurinis ugdymas	TIMSS 1999	Mokymo paslaugų prieinamumas, priemonių suvartojimas, akademinio personalo kokybė	ištekliai, TIMSS 1999	Mokinių pasiekimai	DEA
Giambona ir kt. (2011) [84]	24 šalis	Vidurinis ugdymas	PISA 2006	Švietimo išteklių kiekis namuose, šeimos savybės	Mokinių pasiekimai PISA 2006	DEA kartu su savanka	
Sutherland ir kt. (2010) [149]	30 šalių	Vidurinis ugdymas	PISA 2006	Mokytojų mokinių, socialinio-ekonominio statuso mokyklos vidurkis	100 mokinių 2006	Mokinių pasiekimai PISA 2006	SFA
Agasisti (2011) [6]	18 šalių	Aukštasis mokslas	EBPO	Aukštojo mokslo priemumai, finansiniai ir žmogiškieji ištekliai	Aukštaji išsilavinimą	DEA	

Thieme ir kt. (2012) [152]	54 šalių Vidurinis ugdymas	PISA 2006	Mokymosi priemonių prieinamumas, žmogiškieji ištekliai ir kokybės indeksas	Mokinių pasiekimai PISA 2006 ir švietimo nelygybė	DDF
Agasisti (2014) [9]	20 šalių Vidurinis ugdymas	PISA 2006, 2009, EBPO	Mokinių ir mokytojų skaičiaus santykis ir išlaidos vienam mokiniui	Mokinių pasiekimai PISA 2006 ir 2009	DEA, regresija ir Malquits indeksas
Bogetoft ir kt. (2015) [30]	20 šalių Pradinis ir vidurinis ugdymas, aukštasis mokslas	EBPO, Eurostatas	Išlaidos vienam mokiniui, studentui	Istojų skaičius, dalis, tikėtinas užmokestis	studentų DEA

Šonje ir kt. (2018) [143]	11 šalių	Vidurinis ugdymas ir aukštasis mokslas	PISA 2009, 2012, 2015, UNESCO, Pasaulio bankas	Išlaidų, skirtų viduriniam ugdymui, dalis nuo visų švietimui skiriamų išlaidų ir išlaidos vienam studentui (tretinis išsilavinimas), tui (tretinis išsilavinimas), procentais nuo BVP viešam gyventojui	Mokinių pasiekimai PISA 2006, 2009 ir 2012; bedarbių, turinčių aukštąjį išsilavinimą, dalis nuo visų bedarbių ir pagrindinių nacionalinių universitetų reitingas Šanchajuje	DEA
---------------------------	----------	--	--	---	---	-----

Kaip matome 3.1 lentelėje, tarp atliktų tyrimų dažniausiai analizuojamas vidurinis ugdymas (10 darbų iš 11), o pradinis ugdymas (3 darbuose) ir aukštasis mokslas (3 darbuose) rečiau. Tai galėjo lemti laisvas priėjimas prie didelės apimties ir skirtingų šalių palyginamų tarptautinių švietimo tyrimų duomenų bazių (PISA, TIMSS, PIRLS), be to, švietimo tyrimų srityje dažniausiai tiriamos besimokančiųjų duomenų bazės, kuriose yra ne tik mokomųjų dalykų įvertinimai, bet ir kontekstinė informacija [146]. Tačiau pradinio ugdymo, vidurinio ugdymo ir aukštojo mokslo analizė ir skirtingų šalių palyginimas atskirai neatspindi visos švietimo sistemos. Tik visų švietimo lygmenų analizė kartu gali nusakyti šalies švietimo sistemos efektyvumą. Turimomis žiniomis, tik Bogetoft ir kt. (2015) [30] analizavo visos švietimo sistemos (pradinio, pagrindinio ir vidurinio ugdymo bei aukštojo mokslo) duomenis, tačiau jo tikslas buvo įvertinti vidurinio ugdymo efektyvumą Šiaurės šalyse (Danijoje, Suomijoje, Norvegijoje, Švedijoje ir Islandijoje) ir palyginti su 15 turtingiausių EBPO šalių grupe.

Lyginamosios analizės tyrimuose naudojami tarptautinių mokinių pasiekimų tyrimų (PISA ir TIMSS) ir duomenų bazių (EBPO, Eurostatas, UNESCO ir Pasaulio bankas) duomenys. Didžiojoje dalyje analizuojamų tyrimų (10 iš 12) buvo naudoti PISA arba TIMSS duomenys, todėl nenuostabu, kad šiuose tyrimuose dažniausiai naudojamas rezultatų rodiklis yra mokinių pasiekimai pagal PISA arba TIMSS tyrimą. Tik Agasisti (2011) [6] ir Bogetoft ir kt. (2015 m.) [30] darbuose tarp rezultatų rodiklių nebuvo tarptautinių mokinių pasiekimų rezultatų. Pirmajame iš jų buvo vertintas aukštasis mokslas, čia rezultatų rodikliams buvo priskirti aukštąjį išsilavinimą įgijusių asmenų dalis, absolventų įsidarbinimo galimybė ir aukštojo mokslo patrauklumas, o antrajame buvo naudoti tokie rezultatų rodikliai kaip įstojusiu studentų skaičius, baigusiujų dalis ir tikėtinas darbo užmokestis.

Pirmuosiuose šešiuose 3.1 lentelės tyrimuose ([4, 5, 52, 86, 92, 149]) pradinio ir (arba) vidurinio ugdymo efektyvumas skaičiuojamas naudojant vieną rezultatų rodiklį – mokinių pasiekimus, vėlesniuose tyrimuose atsiranda daugiau rezultatų rodiklių. Thieme ir kt. (2012) [152] į švietimo efektyvumo analizę įtraukė ne tik mokinių pasiekimus pagal PISA tyrimą, bet ir nelygybės indeksą. Šonje ir kt. (2018 m.) [143] įtraukė dar du papildomus rezultatų rodiklius – bedarbių, turinčių aukštąjį išsilavinimą, dalį ir

universitetų reitingą (angl. *Shanghai ranking of leading national universities*).

Išteklių rodikliai švietimo efektyvumo tyrimuose yra išlaidos (pvz., išlaidos vienam mokiniui / studentui, išlaidų, skirtų viduriniam ugdymui, dalis nuo visų švietimui skiriamų išlaidų, išlaidos vienam studentui, procentais nuo BVP vienam gyventojui), švietimo išteklių kiekis ir kokybė (mokymo ištekliai, paslaugų prieinamumas, priemonių suvartojimas, žmogiškieji ištekliai, akademinio personalo kokybė, kokybės indeksas), mokyklos savybės (mokinių ir mokytojų skaičiaus santykis, klasės dydis, įsitraukimas, mokymosi mokykloje valandos per metus), socialinės, ekonominės ir kultūrinės sąlygos (mokytojų ir šeimos savybės, mokyklos mokinių socialinio-ekonominio statuso mokyklos vidurkis). Aplinkos (arba kontekstiniai) rodikliai buvo įtraukti tik į Afonso ir Aubyn (2006) [4], Gimenez ir kt. (2007) [86], Thieme ir kt. (2012) [152] ir Agasisti (2014) [9] tyrimus.

Efektyvumui vertinti švietimo tyrimuose dažniausiai taikomas DEA metodas (8 darbuose iš 12). Dviejuose empiriniuose tyrimuose ([4, 9]) buvo pritaikytas dviejų pakopų modelis, kuriame įtraukiami ne tik išteklių ir rezultatų rodikliai, bet ir aplinkos rodikliai – DEA modelis naudojamas pirmame etape, o regresija antrame. Galima išskirti Agasisti (2014) [9] atliktą tyrimą, kuriame analizuojama 20 Europos šalių vidurinio ugdymo efektyvumo kaita laike (2006 m. ir 2009 m.) ir naudojamas Malmkvisto (angl. *Malmquits*) indeksas. Kituose darbuose buvo naudojami kiti neparimetriniai metodai - FDH ([5, 52]) ir DDF ([152]). Dviejuose darbuose buvo pritaikyti parametriniai metodai – SFA ([149]) ir tiesinė gamybos funkcija ([92]).

Toliau bus aprašyti visuose šiuose tyrimuose (žiūrėti 3.1 lentelėje) kelti klausimai ir gautos pagrindinės išvados. Clements (2002) [52] pirmasis įvertino švietimui skiriamų išlaidų efektyvumą ES. Tyrimo rezultatai parodė, kad kai kurių ES šalių (Suomija, Graikija ir Airija) švietimo sistemos veikia efektyviai, o kai kurių (Portugalija ir Ispanija) – ne. Jis pabrėžė, kad kai kurios šalys gali pasiekti tuos pačius ugdymo rezultatus, turėdamos 25 proc. mažesnius išteklius. Hanushekas ir Luque (2003) [92] atkreipė dėmesį į žmogiškojo kapitalo kokybę ir analizavo, kaip mokyklos išteklių politika (mokytojų rengimo tobulinimas ir klasių mažinimas) yra susijusi

su mokinių pasiekimais pradiniam ir viduriniame ugdyme.

Afonso ir Aubyn (2004; 2006) [4, 5] vertino 25 šalių (dauguma EBPO narių) vidurinio ugdymo efektyvumą. 2004 m. tyrime jie nustatė, kad vidurinis ugdymas Švedijoje, Japonijoje ir Korėjoje veikia efektyviai, nepriklausomai nuo tyrimo naudojamų metodų. 2006 m. tyrime jie parodė, kad aplinkos veiksniai (BVP vienam gyventojui ir suaugusiųjų išsilavinimas) yra stipriai susiję su švietimo sistemos neefektyvumu. Remiantis gautais rezultatais, buvo patvirtintas didelis išteklių švaistymas (vidutiniškai nagrinėtų šalių vidurinio ugdymo rezultatai galėtų būti pagerinti 11,6 proc., naudojant tuos pačius išteklius).

Gimenez ir kt. (2007) [86] taip pat nagrinėjo aplinkos veiksnius, atlikdami efektyvumo rodiklio dekompoziciją į „didžiausią potencialą“ (angl. *maximum potential output*) (aplinkos veiksniai yra esminiai, siekiant paaiškinti struktūrinius švietimo sistemos skirtumus tarp šalių) ir „valdymo efektyvumą“ (angl. *managerial efficiency*) (išteklių paskirstymą). Buvo nustatyta, kad efektyviausias švietimo sistemų valdymas yra pokomunistinėse šalyse (Rusijos Federacijoje, Vengrijoje ir Moldovoje), taip pat gana aukštas valdymo efektyvumas buvo nustatytas Belgijoje, Bulgarijoje, Čekijoje, Italijoje, Latvijoje, Nyderlanduose ir Rumunijoje – šiose šalyse pagerinus aplinkos veiksnius, būtų pasiektas aukštesnis efektyvumo laipsnis. Taip pat šiame darbe buvo pastebėta, kad didžioji dalis išsivysčiusių šalių galėtų pagerinti mokinių pasiekimus, naudodamos mažiau išteklių.

Sutherland ir kt. (2009) [149] analizavo pradinio ir vidurinio ugdymo efektyvumą šalies ir mokyklos lygmeniu. Gauti rezultatai parodė, kad šalies lygmens analizės (pašalinus socialinio-ekonominio statuso poveikį) rezultatai yra panašūs į gautus atliekant mokyklos lygmens analizę. Buvo nustatyta, kad efektyviausiai veikiančios švietimo sistemos yra Belgijoje, Suomijoje, Airijoje, Lenkijoje ir Portugalijoje. Socialinio-ekonominio statuso poveikį analizavo ir Giambona ir kt. (2011) [84], kurie tyrime įvertino vidurinio ugdymo efektyvumą ir jo ryšį su šeimos savybėmis ir namuose turimais švietimo ištekliais. Jų rezultatai parodė didelę diferenciaciją tarp ES šalių: reitingo viršuje yra Čekija (efektyviausiai veikianti), Estija, Nyderlandai, Suomija ir Slovakija, o reitingo apačioje – Italija (žemiausias efektyvumo

lygis), Liuksemburgas, Portugalija, Jungtinė Karalystė ir Ispanija.

Agasisti (2011) [6] pirmasis įvertino aukštojo mokslo efektyvumą Europos šalyse, naudodamas šalies lygmens duomenis. Remiantis gautais rezultatais, Šveicarijoje ir Jungtinėje Karalystėje aukštasis mokslas veikia efektyviai. Darbe taip pat nagrinėjamas viešojo sektoriaus vaidmuo aukštajame moksle, aprašomos politikos tendencijos analizuojamose šalyse ir analizuojamas ryšys tarp viešojo sektoriaus vaidmens, švietimo sistemos savybių ir gauto efektyvumo rodiklio. Straipsnyje teigiama, kad didelės valstės (angl. *public*) išlaidos aukštajam mokslui lemia geresnius rezultatus, bet tik tada, kai jos tiesiogiai paskirstomos aukštojo mokslo institucijoms.

Thieme ir kt. (2012 m.) [152] pirmieji vidurinio ugdymo efektyvumui vertinti naudojo net tik mokinių pasiekimus atlikdami tarptautinį tyrimą, bet ir švietimo nelygybės indeksą. Atlikus tyrimą buvo nustatyta, kad tik keliose šalyse (Suomijoje, Honkonge, Pietų Korėjoje ir Kanadoje) yra aukšti mokinių pasiekimai ir žemas nelygybės indeksas. Ištyrus išteklių prieinamumą ir socialinio–ekonominio statuso poveikį švietimo rezultatams, buvo padaryta išvada, kad didžiausia problema viduriniame ugdyme yra susijusi su išteklių valdymu. Finansinių išteklių paskirstymo efektyvumo pokytį viduriniame ugdyme tarp dviejų laikotarpių (2006 m. ir 2009 m.) vertino Agasisti (2014). Rezultatai parodė, kad šalių rangavimas yra gana stabilus (t. y. mažai kinta šalių rangai lyginant du laikotarpius), o konvergencijos procesas yra gana lėtas. Kaip ir ankstesniuose švietimo efektyvumo tyrimuose, gauti duomenys, kad vidurinis ugdymas Suomijoje ir Šveicarijoje veikia efektyviai, o Portugalijoje ir Ispanijoje – neefektyviai. Tyrime nebuvo nustatyta tiesinė priklausomybė tarp išlaidų viduriniam ugdymui ir pasiektų rezultatų, be to, kaip ir Gimenez ir kt. (2007) [86] atliktame tyrime, padaryta išvada, kad tokie patys vidurinio ugdymo rezultatai gali būti pasiekti 10 proc. mažesnėmis išlaidomis.

Bogetoft ir kt. (2015 m.) [30] analizavo švietimo sistemų kaip visumos efektyvumą Šiaurės šalyse, pagrindinį dėmesį skirdami vidurinio ugdymo pakopai. Šiame tyrime tikėtinas darbo užmokestis laikomas pagrindiniu švietimo sistemos rezultatų rodikliu. Efektyvumui vertinti buvo sudaryti modeliai tik iš kiekybinius aspektus vertinančių rodiklių (mokinių ir

studentų skaičius) ir modeliai, kuriuose buvo įtraukti kiekybinius ir kokybinius aspektus vertinantys rodikliai (baigusiujų dalis, tikėtinas darbo užmokestis). Atlikus tyrimą, gauta išvada, kad Suomijos švietimo sistema veikia efektyviai nepriklausomai nuo pasirinkto modelio, o Danijos ir Norvegijos – įtraukus į modelį kokybinius rodiklius. Šonje ir kt. (2018 m.) [143] nagrinėjo vidurinio ugdymo ir aukštojo mokslo efektyvumą naujose ES šalyse (Bulgarijoje, Kroatijoje, Čekijoje, Estijoje, Vengrijoje, Latvijoje, Lietuvoje, Lenkijoje, Rumunijoje, Slovakijoje ir Slovėnijoje), didžiausią dėmesį skirdami Kroatijai. Gauti rezultatai patvirtino, kad valstybinės išlaidos švietimui Kroatijoje yra neefektyviai naudojamos ir jų sumažinimas 10 proc. neturės įtakos švietimo sistemos rezultatams.

Apžvelgus švietimo efektyvumo tyrimus, atliktus šalies lygmeniu, galima teigti, kad švietimo sistemos kaip visumos analizė dar neatrasta mokslinių tyrimų sritis.

3.4 DEA metodas efektyvumui vertinti

Atlikus lyginamosios analizės tyrimų švietimo srityje literatūros apžvalgą (žiūrėti 3.3 skyrių), buvo nustatyta, kad šalių švietimo sistemų posistemų (pradinio ir vidurinio ugdymo, aukštojo mokslo) efektyvumui vertinti dažniausiai taikomas DEA metodas (1978 m. pasiūlytas Charnes ir kt. [40]), kuris skirtas homogeninių DMU efektyvumui vertinti, kai proceso metu iš turimų išteklių yra gaunami rezultatai.

3.4.1 Efektyvumo matavimas

Efektyvumas gali būti apibrėžtas kaip santykis tarp esamų ir optimalių rezultatų (produkcijos) arba išteklių santykio (gamybos plano). DMU laikomas efektyviu tada ir tik tada, kai neįmanoma padidinti (arba sumažinti) produkcijos (išteklių) kiekio, nesumažinant (arba nepadidinant) kitos produkcijos (išteklių) kiekio (Koopmans, 1951). Šis efektyvumo apibrėžimas vadinamas Pareto-Koopmans koncepcija.

M. J. Farrell (1957) pasiūlė ribinę efektyvumo analizę ir išskyrė dvi efektyvumo rūšis: techninį efektyvumą (angl. *technically efficient*) ir paskirstymo efektyvumą (angl. *allocative efficiency*). Šiame darbe vadovaujamasi techninio efektyvumo (toliau – efektyvumas) koncepcija, kuri remiasi pajėgumu pasiekti maksimalius rezultatus esant skirtingiems ištekliams ir technologijai, t. y. tos šalies švietimo sistemos bus laikomos efektyviomis, kurios pasiekia maksimalius rezultatus esant ribotiems išteklių kiekiams ir technologijai.

Tarkime, naudojamas išteklių rinkinys $x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}_m^+$ rezultatų rinkiniui $y = (y_1, y_2, \dots, y_s) \in \mathbb{R}_s^+$ pasiekti. Vertinamas santykinis DMU efektyvumas, t. y. vertinamo DMU efektyvumas lyginamas su didžiausiu galimu efektyvumo įverčiu esant konkrečiai technologijai. Norint įvertinti DMU efektyvumą, būtina nustatyti galimos produkcijos aibę (PPS, angl. *Production Possibility Set*), kuri apima visus iš principo įmanomus išteklių ir rezultatų rinkinius (gamybos planus), ne tik gautus iš turimų stebėjimų: $P = \{(x, y) \mid \text{turint } x \text{ pasiekama } y\}$.

Galimos produkcijos aibė (PPS), esant pastoviajai masto gražai (galima tiesiškai keisti išteklių ir rezultatų dydį, išlaikant tą patį efektyvumo lygį):

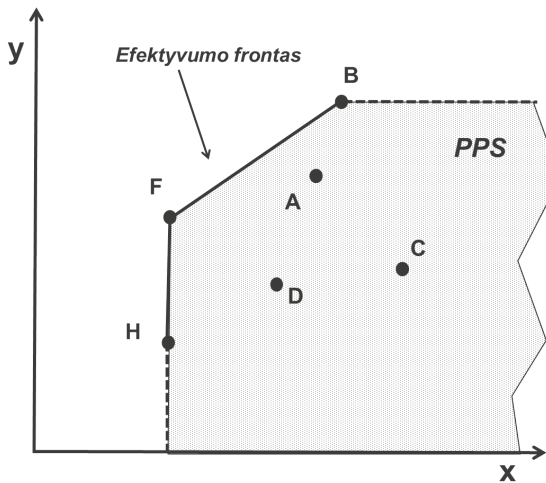
$$\forall (x, y) \in P, (\lambda x, \lambda y) \in P, \lambda \geq 0, \quad (3.1)$$

tenkina laisvo disponavimo (angl. *disposability*) (3.2) ir išgaubtumo (angl. *convexity*) (3.3) prielaidas:

$$\forall (x, y) \in P, \exists (x', y') \in P, x' \geq x, y' \leq y, \quad (3.2)$$

$$\forall (x, y) \in P, (x', y') \in P \exists (\lambda x + (1 - \lambda)x', \lambda y + (1 - \lambda)y') \in P, 1 \geq \lambda \geq 0, \quad (3.3)$$

Efektyvumo frontas (PPS riba) nustatomas sujungiant kraštutinius dominuojančius taškus, kuriems negalima rasti kito geresnio gamybos plano (žiūrėti 3.2 paveikslą). Taškai, esantys ant efektyvumo fronto, yra domi-



3.2 pav.: DEA modelio efektyvumo frontas.

nuojantys (Pareto optimalūs) DMU, o nepatekę ant efektyvumo fronto – dominuojami DMU, t. y. (x, y) dominuoja (x', y') tada ir tik tada, jeigu $x \leq x', y \geq y'$ ir $(x, y) \neq (x', y')$.

Atliekant empirinę efektyvumo analizę, turima DMU stebėjimų aibė T su išteklių vektoriumi x_t ir rezultatų vektoriumi $y_t, \forall t \in \{1, \dots, T\}$. Stebėjimų aibė gali būti apibrėžta kaip $X = \{(x_t, y_t) | t \in \{1, \dots, T\}\}$, čia $X \subseteq P$.

Sujungus pastoviosios masto gražos (3.1), laisvo disponavimo (3.2) ir išgaubtumo (3.3) prielaidas, gaunama empirinė gamybos aibė:

$$\hat{P} = \left\{ (x, y) \mid x \geq \sum_{t=1}^T \lambda_t x_t, y \leq \sum_{t=1}^T \lambda_t y_t, \lambda_t \geq 0 \right\}. \quad (3.4)$$

Santykinis DMU A efektyvumas (arba Farrell efektyvumo matas) gali būti apibrėžiamas kaip tiesinio programavimo uždavinys:

$$E_A = \min_{\theta \in \mathbb{R}} \left\{ \theta \mid (\theta x_A, y_A) \in \hat{P} \right\}. \quad (3.5)$$

Santykinis efektyvumo rodiklis E_A apibrėžiamas maksimalus pasiektas rezultatas (pagamintas produkcijos kiekis) y_A su turimais ištekliais x_A . \forall DMU, kai $A \in \{1, \dots, T\}$ ir $(x_A, y_A) \in \hat{P}$, efektyvumo rodiklis $0 \leq E_A \leq 1$. DMU A yra efektyvus, kai $E_A = 1$. Mažesnė efektyvumo rodiklio E_A reikšmė reiškia mažesnę efektyvumo lygį, t. y. sumažinus išteklių kieki proporcingai E_A reikšmei, bus pasiektas tas pats rezultatas.

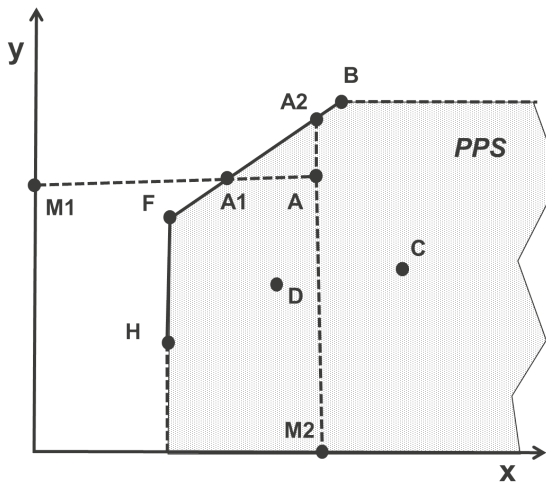
Empirinis E_A įvertis gali būti apskaičiuojamas sujungus (3.4) ir (3.5):

$$\begin{aligned} \widehat{E}_A &= \min \theta, \\ \theta x_A &\geq \sum_{t=1}^T \lambda_t x_t, \\ y_A &\leq \sum_{t=1}^T \lambda_t y_t, \\ \lambda_t &\geq 0, t \in \{1, \dots, T\}. \end{aligned} \tag{3.6}$$

3.4.2 Klasikinis DEA modelis

Klasikinis DEA modelis (orientuotas į išteklius), pirmą kartą pristatytas Charnes ir kt. (1978) darbe [40], skirtas vertinamų DMU santykiniam efektyvumui įvertinti. DEA yra neparаметrinis metodas, todėl nėra žinoma funkcija, jungianti išteklių ir rezultatų rodiklius. Efektyvumo frontas (paviršius) dar vadinamas „gerųjų praktikų“ frontu (angl. *best practice frontier*), apgautia tiesiškai nepriklausomus taškus (DMU), nereikalaujamas išankstinių prielaidų dėl paklaidų skirstinių. Paklaidos (atstumas tarp DMU ir efektyvumo fronto) paaiškinamos neefektyvumu.

Pagrindinę DEA metodo idėją galima pavaizduoti grafiškai (žiūrėti 3.3 paveikslą). Taškai (H, F ir B), esantys ant efektyvumo fronto, yra dominuojantys arba Pareto optimalūs DMU, o visi kiti (A, D ir C) – dominuojami DMU, t. y. veikiantys neefektyviai. Tarkime, vertinamas neefektyviai veikiančio DMU A efektyvumas. Taškas A gali būti projektuojamas į efektyvumo frontą dviem būdais (1) sumažinant išteklių kieki ir taip pasiekiant efektyvų

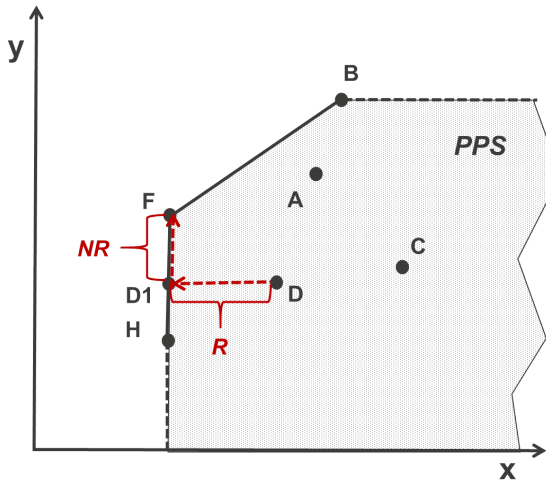


3.3 pav.: Efektyvumo vertinimas, kai modelis orientuotas į išteklius ir į rezultatus.

tašką A1 arba (2) gerinant rezultatus (didinant produkcijos kiekį) ir taip pasiekiant efektyvų tašką A2. Pirmuoju atveju modelis yra orientuotas į išteklius (angl. *input oriented*) ir DMU A efektyvumas yra lygus $\frac{M1 A1}{M1 A}$, t. y. vertė, kuria DMU A galėtų sumažinti išteklius, antruoju atveju – orientuotas į rezultatus (angl. *output oriented*) ir DMU A efektyvumas – $\frac{M2 A}{M2 A2}$, t. y. vertė, kuria DMU A galėtų pagerinti rezultatus.

Taikant DEA metodą, galima gauti daugiau informacijos nei vien tik DMU efektyvumo įvertinimą. Tarkime, turime klasikinį DEA modelį (orientuotas į išteklius) ir vertinamo DMU D siektinas išteklių ir rezultatų santykis D1 (žiūrėti 3.4 paveikslą) yra atkarpoje HF (dviejų efektyviai veikiančių DMU). Efektyviai veikiančios DMU H ir F yra vadinami artimiausiais efektyviai veikiančiais kaimynais ir gali būti naudojami kaip pavyzdiniai modeliai (angl. *benchmarks*) neefektyviai veikiančio DMU D veiklai gerinti.

Mažiausias DMU D išteklių kiekis gali būti apskaičiuotas, esamą išteklių kiekį dauginant iš DMU D efektyvumo įverčio. Gautas skirtumas tarp esamo išteklių kiekio ir optimalios reikšmės vadinamas radialiniu (angl. *radial*) poslinkiu. Nagrinėjamu atveju (žiūrėti 3.4 paveikslą), DMU D yra projektuojamas į efektyvumo frontą mažinant išteklių kiekį (atliktas radiali-



3.4 pav.: Artimiausių kaimynų ir siektinų tikslų radimas.

nis poslinkis žymimas raide R). Kadangi DMU D projekcijos į efektyvumo frontą taškas D1 yra atkarpoje, lygiagrečioje y ašiai, dar yra įmanomas rezultatų padidinimas esamais ištekliais, t. y. dar galima atlikti neradialinį poslinkį (NR), kuris atitinka fiktyvaus kintamojo (angl. *slack*) dydį, kad būtų pasiektas efektyvus DMU F.

Pateiktame pavyzdyje yra vienas išteklių ir vienas rezultatų rodiklis. Taisant DEA metodą, vertinimas gali būti atliekamas su daug išteklių ir rezultatų rodiklių. Klasikinis DEA (orientuotas į išteklius) [40] uždavinys daugiklių (angl. *multiplier*) forma:

$$\begin{aligned} \max e_{jO} &= \sum_{r=1}^s u_r y_{rjO}, & (3.7) \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ijO} &= 1, \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0, \\ u_r &\geq 0, v_i \geq 0, \end{aligned}$$

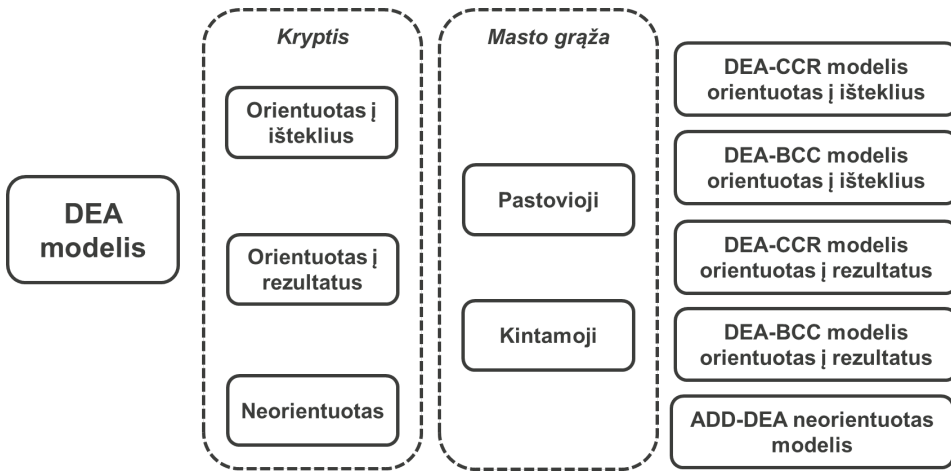
ir jam dualus uždavinys – apgaubties (angl. *envelopment*) forma:

$$\begin{aligned} \min \theta_{jO}, & & (3.8) \\ \theta x_{ijO} & \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \\ y_{rjO} & \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \\ \lambda_j & \geq 0, \end{aligned}$$

čia $j = 1, \dots, n$, $r = 1, \dots, s$, $i = 1, \dots, m$, y_{rj} – r -asis rezultatų rodiklis j -ajai šaliai, x_{ij} – i -asis išteklių rodiklis j -ajai šaliai, u_r – r -ojo rezultatų rodiklio svoris, v_i – i -ojo išteklių rodiklio svoris, $v_i x_{ij}$ ir $u_r y_{rj}$ apibrėžiami kaip virtualieji svoriai. Modeliuose 3.8 ir 3.7, taikant tiesinį programavimą, vertinamas kiekvienos šalies santykinis efektyvumas, naudojant išteklių ir rezultatų rodiklius. Modelis sprendžiamas kiekvienai šaliai jO įvertinti, tokiu būdu gaunami skirtingi šalių svoriai u_r ir v_i . DEA modelio efektyvumo rodiklis yra e_{jO} . Efektyviai veikiančioms šalims yra priskiriama reikšmė $e_{jO} = 1$, o ne efektyviai veikiančioms $e_{jO} < 1$. Kai efektyvumo įvertis $e_{jO} < 1$, jis gali būti interpretuojamas kaip didžiausias galimas faktorius, pagal kurį visi šalies jO ištekliai gali būti proporcingai sumažinti nesumažinant rezultatų, esant nustatytam PPS.

3.4.3 DEA modelio modifikacijos

Yra keletas DEA modelio modifikacijų (žiūrėti 3.5 paveiksle), kurios priklauso nuo atstumo iki fronto krypties ir masto gražos. Atsižvelgiant į modelio kryptį, DEA modelis gali būti orientuotas į išteklius, orientuotas į rezultatus arba neorientuotas. Kai DEA modelis orientuotas į išteklius, siekiama sumažinti sunaudojamų išteklių kiekį, kai orientuotas į rezultatus, – pagerinti rezultatus, kai neorientuotas, lygiagrečiai mažinamas sunaudojamų išteklių kiekis ir gerinami rezultatai, šis modelis vadinamas neorientuotu adityviuoju (angl. *Additive*) DEA modeliu [42].

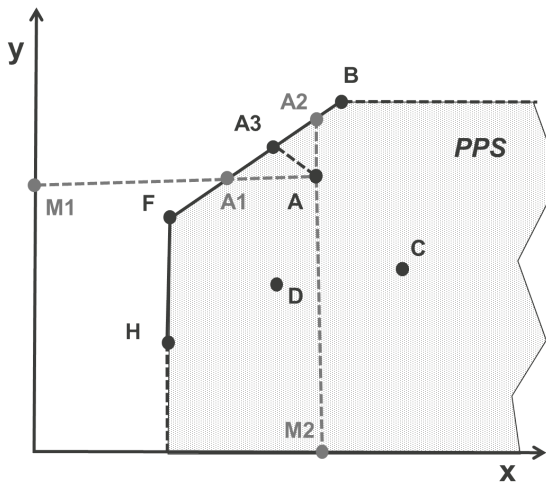


3.5 pav.: DEA modelio modifikacijos.

Jeigu grįžtume prie grafiško DEA modelio su vienu išteklių rodikliu ir vienu rezultatų rodikliu atvaizdavimo, kai turimas neorientuotas DEA modelis ir vienu metu mažinamas sunaudojamų išteklių kiekis bei gerinami rezultatai, gaunama vertinamo DMU E projekcija į efektyvumo frontą E3 (žiūrėti 3.6 paveikslą).

Kai DEA modelio masto graža yra pastovioji (DEA-CCR modelis, [40]), daroma prielaida, kad išteklių rodiklių pokyčiai lemia lygiaverčius rezultatų rodiklių pokyčius, nepriklausomai nuo matavimų skalės (angl. *scale size*), t. y. DMU skalė neturi įtakos nustatant efektyvumo įvertį ir aukščiausias efektyvumo lygis gali būti pasiektas visų dimensijų rodikliams. Esant kintamajai DEA modelio masto gražai (DEA-BCC modelis, [24]), į modelį įtraukiamas dimensijos faktorius, t. y. kiekvienas vienetas yra analizuojamas, atsižvelgiant į kito santykinį dydį.

Kai į sudėtinį rodiklį agreguojami rodikliai yra išreikšti procentine forma, informacijos apie rodiklių dimensiją nebėra, tokiu atveju sudėtiniam rodikliui skaičiuoti turėtų būti pasirinktas DEA-CCR modelis. Atsižvelgiant į šio darbo turinį – švietimo sistemų veiklos rezultatų vertinimą, toliau bus nagrinėjamas DEA-CCR modelis [40], orientuotas į rezultatus:



3.6 pav.: Efektyvumo vertinimas, taikant neorientuotą modelį.

$$\begin{aligned} \min e_{jO} &= \sum_{i=1}^m v_i x_{ijO}, & (3.9) \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rjO} &= 1, \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0, \\ u_r &\geq 0, v_i &\geq 0, \end{aligned}$$

čia $j = 1, \dots, n$, $r = 1, \dots, s$, $i = 1, \dots, m$, y_{rj} – r -asis rezultatų rodiklis j -ajam DMU, x_{ij} – i -asis išteklių rodiklis j -ajam DMU, u_r – r -ojo rezultatų rodiklio svoris, v_i – i -ojo išteklių rodiklio svoris, $v_i x_{ij}$ ir $u_r y_{rj}$ apibrėžiami kaip virtualieji svoriai. DEA-CCR modelio, orientuoto į rezultatus, efektyvumo rodiklis yra lygus $1/e_{jO}$. Jeigu DMU veikia efektyviai $e_{jO} = 1$, kai $e_{jO} > 1$, laikoma, kad DMU veikia neefektyviai. Kai naudojamas DEA-CCR modelis, abi modelio kryptys (orientacija į išteklius ir orientacija į rezultatus) duoda tą patį efektyvumo rodiklį.

Šiame darbe DEA modelis bus naudojamas švietimo sistemų efektyvumui

vertinti, t. y. rezultatų rodikliai bus agreguojami į sudėtinį rodiklį ir skaičiuojama, koku laipsniu pasiekti nustatyti tikslai, o ne tiriamas sunaudotų išteklių pavertimas rezultatais. Tokiu atveju, kai vertinami tik rezultatų rodikliai, taikoma tradicinio DEA modelio (DEA-CCR orientuotas į išteklius) modifikacija BoD (angl. *Benefit of the Doubt*), kurią 1991 m. pristatė Melyn and Moesen darbe [113]. Šiame modelyje naudojami išteklių rodikliai yra konstanta, lygi vienetui. Kaip Cherchye ir kt. (2007 m.) [45] pažymėjo, BoD modelis formaliai gali būti prilygintas tradiciniam DEA-CCR modeliui, orientuotam į išteklius [40].

Šiame darbe bus naudojama alternatyvi BoD modelio formuluotė, kurią pasiūlė Zanella ir kt. (2013 m.) [165], pagal kurią išteklių rodikliai yra konstanta, lygi vienetui, tačiau modelis (DEA-CCR) yra orientuotas ne į išteklius, o į rezultatus, kaip parodyta (3.10) formulėje. Ši modelio modifikacija labiau atitinka šio tyrimo tikslą, t. y. švietimo sistemos pasiektų rezultatų vertinimą (rezultatų maksimizavimą), be to, taikant šį modelį, galima tiesiogiai nustatyti siektinus tikslus ant efektyvumo fronto ir naudoti tam tikrus svorių apribojimus, kurių nebūtų galima naudoti taikant į išteklius orientuotą modelį.

$$\begin{aligned} \frac{1}{I^{DEA}} &= \min \nu, & (3.10) \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rjO} &= 1, \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \nu &\leq 0, \\ u_r &\geq 0, \nu \geq 0, \end{aligned}$$

iš čia kiekvienai šaliai jO , $I^{DEA} = \frac{1}{\nu^*}$, kur simbolis $*$ reiškia optimalų tiesinio programavimo uždavinio sprendinį. Sudėtinio rodiklio I^{DEA} reikšmė kiekvienai šaliai jO kinta intervale $[0; 1]$, čia 0 reiškia blogiausią švietimo sistemos įvertinimą, o 1 – geriausią.

Taikant DEA modelį gaunamas ne tik efektyvumo įvertis θ , bet ir papildoma informacija apie neefektyviai veikiančias šalis – artimiausi efektyviai

veikiantys kaimynai ir siektini tikslai. Jiems nustatyti naudojama duali (3.10) uždavinio forma:

$$\begin{aligned} & \max \theta, \\ & \theta y_{rj0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \leq 0, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1, \\ & \lambda_j \geq 0, \end{aligned} \tag{3.11}$$

čia kiekvienai įvertintai šaliai $j0$ siekiama nustatyti lyginamąjį elementą, t. y. sudėtinį DMU, atitinkantį tiesinį visų šalių rodiklių reikšmių agregavimą $\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}$, $r = 1, \dots, s$. Ši tiesinė išraiška yra neefektyviai veikiančios šalies projekcija ant DEA modelio efektyvumo fronto. Kai $\lambda_j > 0$, čia λ_j , $j = 1, \dots, n$ yra (3.11) uždavinio sprendimo kintamieji (angl. *decision variables*), šalis j yra artimiausia vertinamai šaliai $j0$ efektyviai veikianti kaimynė.

Neefektyviai veikiančios šalies $j0$ siektinas tikslas y_{rj0}^* , $r = 1, \dots, s$ parodo, kokie turėtų būti pasiekti rezultatai, kad neefektyviai veikianti šalis $j0$ veiktų efektyviai. Siektinas tikslas aprašomas (3.12) formule, čia λ_j^* atitinka optimalų λ_j sprendinį (3.11) modelyje.

$$y_{rj0}^* = \sum_{j=1}^n \lambda_j^* y_{rj}, \quad r = 1, \dots, s. \tag{3.12}$$

3.4.4 Invariantiškumas postūmio atžvilgiu

Pradiniame DEA modelyje, pristatytame Charnes ir kt. (1978) darbe [40], išteklių ir rezultatų rodikliai galėjo būti tik teigiami: $y_{rj} > 0$ ir $x_{ij} > 0$, $r = 1, \dots, s$, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$. Vėliau šis griežtas apribojimas buvo sušvelnintas [42] – bent vienas kiekvieno DMU išteklių ir rezultatų rodiklis

turi būti teigiamas, o kiti neneigiami. Kai į DEA modelį buvo įtraukta invariantiškumą postūmio atžvilgiu (angl. *translation invariance*) užtikrinanti savybė [12, 110, 122], t. y. transformuotų išteklių ir (arba) rezultatų rodiklių DEA modelio rezultatas gaunamas lygiai toks pat kaip taikant pradiniam rodikliams, modelio išteklių ir rezultatų rodiklių reikšmės galėjo būti ir neigiamos.

Tačiau ne visi DEA modeliai palaiko invariantiškumą postūmio atžvilgiu: DEA-CCR modelis šios savybės visai nepalaiko, DEA-BCC modelis palaiko kai kuriais atvejais, o ADD-DEA modelis visiškai palaiko šią savybę. Kai DEA-BCC modelis orientuotas į išteklius, invariantiškumas postūmio atžvilgiu palaikomas tik rezultatų rodikliams (bet ne išteklių rodikliams), o kai modelis yra orientuotas į rezultatus, atitinkamai invariantiškumas postūmio atžvilgiu palaikomas tik išteklių rodikliams (bet ne rezultatų rodikliams) [56]. ADD-DEA modelis palaiko invariantiškumą postūmio atžvilgiu tiek išteklių rodikliams, tiek rezultatų rodikliams, todėl ADD-DEA modelio rezultatas nepriklauso nuo naudojamos koordinatinių sistemos.

Tais atvejais, kai turimi duomenys yra neigiami, gali būti naudojamas neorientuotas ADD-DEA modelis [42]. Taikant šį modelį mažinamas sunaudojamų išteklių kiekis ir gerinami rezultatai, t. y. tiesiogiai sprendžiama išteklių pertekliaus (fiktyvus kintamasis s^-) ir rezultatų trūkumo (fiktyvus kintamasis s^+) problema. Į ADD-DEA modelį įtraukiama išgaubtumo sąlyga (angl. *convexity condition*) $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$, $\lambda_j \geq 0$, tokia pat kaip DEA-BCC modeliuose.

$$\max z_{jO} = \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+, \quad (3.13)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = x_{ijO} - s_i^-,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} = y_{rjO} + s_r^+,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1,$$

$$s_i^- \geq 0, s_r^+ \geq 0,$$

(3.14)

čia fiktyvūs kintamieji apibrėžiami kaip išteklių perteklius (angl. *excesses*) ir rezultatų (arba produkcijos) trūkumas (angl. *shortfalls*) ir atitinkamai žymimi s^- ir s^+ . Uždavinio (3.13) sprendinys z_{jO} yra lygus L_1 (angl. *city block*) atstumui nuo vertinamo DMU_{jO} iki efektyvumo fronto. Jeigu vertinamas DMU_{jO} yra efektyvus, tai $z_{jO} = 0$. Atitinkamai nenulinis atstumas yra neefektyvumo rodiklis, kuo šis atstumas didesnis, tuo vertinamas DMU_{jO} yra neefektyvesnis. Gautas atstumas z_{jO} gali būti naudojamas kaip neefektyviai veikiančių DMU rangavimo kriterijus.

Atsižvelgiant į tai, kad šiame darbe vertinami švietimo sistemų veiklos rezultatai ir naudojami fiktyvūs (angl. *dummy*) išteklių rodikliai, kurie yra prilyginami vienetui, vietoj pradinio ADD-DEA (3.13) modelio naudojama ši formulė:

$$\begin{aligned}
 \max z_{jO} &= \sum_{r=1}^s s_r^+, & (3.15) \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} &= y_{rjO} + s_r^+, \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1, \\
 s_r^+ &\geq 0.
 \end{aligned}$$

3.4.5 DEA modelio modifikacijų apibendrinimas

DEA modelio modifikacijos parinkimas gali turėti lemiamą įtaką rezultatui [56]. 3.2 lentelėje yra pateiktos apibendrintos pagrindinės DEA modelio savybės (adaptuota iš [56]), į kurias reikėtų atsižvelgti parenkant DEA modelio modifikaciją turimų duomenų analizei. Kaip buvo aptarta 3.4.3 skyriuje (žiūrėti 3.5 paveikslą), DEA modelio modifikacijos priklauso nuo atstumo iki fronto krypties (modelis orientuotas į išteklius, rezultatus arba neorientuotas) ir masto gražos (pastovioji arba kintamoji).

Visų pirma, DEA modelio modifikacija turėtų būti parinkta atsižvelgiant į turimus duomenis, t. y. kai išteklių ir rezultatų rodiklių reikšmės yra neneigiamos, galima taikyti bet kurią DEA modelio modifikaciją, tačiau tais atvejais, kai išteklių ar rezultatų rodiklių reikšmės yra neigiamos, taikomas DEA modelis turi palaikyti pervertimo invariantiškumo savybę.

DEA modelio modifikacijas galima suskirstyti į dvi grupes pagal tai, ar gaunamas ar ne efektyvumo įvertis θ^* (žiūrėti 3.2 lentelėje; kai modelis yra orientuotas į rezultatus, efektyvumo įvertis θ^* yra atvirkščiai proporcingas $\nu^* \geq 1$). Efektyvumo įvertis θ^* priklauso nuo vertinamų rodiklių koordinatinių sistemos. Kadangi ADD-DEA modelis visiškai palaiko pervertimo invariantiškumo savybę (šio modelio rezultatas nepriklauso nuo naudojamos koordinatinių sistemos), todėl nėra apskaičiuojamas efektyvumo įvertis θ^* . Vietoj jo DMU efektyvumas yra įvertinamas naudojant L_1 metriką – atstumas nuo vertinamo DMU_{jO} iki efektyvumo fronto, kuri nepriklauso

3.2 lentelė: DEA modelių savybių santrauka.

	DEA- CCR	DEA- CCR	DEA- BCC	DEA- BCC	ADD- DEA
Kryptis	Į ištek.	Į rezult.	Į ištek.	Į rezult.	Neorient.
Masto graža	Pastovioji	Pastovioji	Kintamoji	Kintamoji	Past./Kint. (*)
Pervertimo inv. (ištek.)	Ne	Ne	Ne	Taip	Taip (**)
Pervertimo inv. (rezult.)	Ne	Ne	Taip	Ne	Taip (**)
Vienetų nekintamu- mas	Taip	Taip	Taip	Taip	Ne
Efektyvumo įvertis θ^*	[0; 1]	[0; 1]	(0; 1]	(0; 1]	Ne

(*) Modelio masto graža yra pastovioji, kai nėra įtrauktos išgaubtumo sąlygos, kintamoji, kai yra nustatyta ši sąlyga. (**) Modelis palaiko perversimo invariantiškumą tik tada, kai į modelį yra įtraukta išgaubtumo sąlyga.

nuo koordinacių sistemos postūmio.

Kita svarbi DEA modelio savybė yra vienetų nekintamumo (angl. *unit invariance*) užtikrinimas, t. y. gauta rezultato reikšmė nepriklauso nuo turimų rodiklių matavimo vienetų [55]. DEA-CCR ir DEA-BCC modeliai palaiko vienetų nekintamumo savybę. Tačiau, kaip pažymėjo Cherchye ir kt. [45], net jeigu bendras DEA modelio rezultatas nėra paveiktas matavimo skalių svyravimo, svoriai v_i ir u_r priklauso atitinkamai nuo išteklių rodiklių x_{ij} ir rezultatų rodiklių y_{rj} matavimo vienetų. Norint gauti svorius, kurie nepriklauso nuo pradinių rodiklių matavimo vienetų, Cherchye ir kt. [45] pasiūlė du galimus kelius: normalizuoti pradinius duomenis, kaip tai padaryta [44], [140] darbuose, arba pereiti nuo rodiklių prie rodiklių dalių (angl. *indicator shares*), kurios yra visiškai nepriklausomos nuo matavimo vienetų.

3.5 Europos šalių švietimo sistemų efektyvumo analizė, taikant DEA modelį

Šiame skyriuje analizuojamos 29 Europos šalių švietimo sistemos, taikant DEA modelį (3.10) ir vartojant DEA terminologiją. Tegul Y_j , $j = 1, \dots, 29$ žymi vektorius, kurių komponentai $y_{rj} > 0$, $r = 1, \dots, 8$ yra atrinkti j -osios šalies švietimo sistemos rezultatų rodikliai. Remiantis šiais rodikliais, vertinamas Europos šalių švietimo sistemų efektyvumas. Rodiklių y_{rj} reikšmės pateiktos A.1, A.2 ir A.3 lentelėse prieduose.

Kaip paaiškinta 2.1 skyriuje, švietimo sistemos efektyvumas yra didėjanti visų rodiklių funkcija. Europos šalių švietimo sistemų efektyvumas, taikant DEA modelį (3.10), skaičiuojamas sprendžiant tiesinio optimizavimo uždavinį su R programa (*Benchmarking*¹, *lpSolveAPI*², *lpSolve*³ paketais). Gauti rezultatai pateikti 3.3 lentelėje.

Gauti rezultatai rodo (žiūrėti 3.3 lentelę), kad daugiau nei dviejų trečdalių šalių (2013 m. – 18 šalių, 2014 ir 2015 m. – 20 šalių) švietimo sistemos veikia efektyviai, t. y. yra Pareto optimalios šalys, tokiu atveju DEA modelis netenka skiriamosios gebos, nes visos Pareto optimalios šalys yra įvertinamos vienetu [56]. Be to, didelė dalis gautų svorių (žiūrėti B.1, B.2, B.3 priedų lentelėse) yra lygūs nuliui, vadinasi, dalis rodiklių yra ignoruojama skaičiuojant Europos šalių švietimo sistemos sudėtinį rodiklį, nes tie rodikliai, kurių svoriai yra lygūs nuliui, nėra įtraukiami į sudėtinio rodiklio skaičiavimą. Tokiu atveju, skaičiuojant švietimo sistemos sudėtinį rodiklį efektyvumui vertinti, Italijoje ir Lietuvoje (2015 m.) naudojamas tik vienas rodiklis iš aštuonių.

Remiantis gautais eksperimento rezultatais, racionalu būtų aptarti DEA metodo problemas ir pereiti prie modelio modifikacijų, padidinančių DEA metodo skiriamąją gebą ir užtikrinančių visų rodiklių įtraukimą į sudėtinio rodiklio skaičiavimą.

¹<https://cran.r-project.org/web/packages/Benchmarking/index.html>

²<https://cran.r-project.org/web/packages/lpSolveAPI/index.html>

³<https://cran.r-project.org/web/packages/lpSolve/index.html>

3.3 lentelė: Europos šalių švietimo sistemų efektyvumo analizės rezultatai.

Šalis	I_{2013}^{DEA}	I_{2014}^{DEA}	I_{2015}^{DEA}	Šalis	I_{2013}^{DEA}	I_{2014}^{DEA}	I_{2015}^{DEA}
AUT	1,00	1,00	1,00	POL	1,00	1,00	1,00
CHE	1,00	1,00	1,00	SVN	1,00	1,00	1,00
CZE	1,00	1,00	1,00	SWE	1,00	1,00	1,00
DEU	1,00	1,00	1,00	HRV	0,99	1,00	1,00
DNK	1,00	1,00	1,00	GBR	0,98	1,00	1,00
EST	1,00	1,00	1,00	BEL	0,99	0,99	0,99
FIN	1,00	1,00	1,00	SVK	0,99	0,99	0,98
FRA	1,00	1,00	1,00	ITA	0,99	0,97	0,96
IRL	1,00	1,00	1,00	ESP	0,97	0,98	0,98
ISL	1,00	1,00	1,00	HUN	0,97	0,97	0,98
LTU	1,00	1,00	1,00	PRT	0,94	0,95	0,95
LUX	1,00	1,00	1,00	BGR	0,94	0,94	0,94
LVA	1,00	1,00	1,00	GRC	0,94	0,95	0,96
NLD	1,00	1,00	1,00	ROU	0,89	0,88	0,89
NOR	1,00	1,00	1,00				

3.6 DEA metodo problematika

Klasikiniame DEA modelyje [40] yra leidžiamas visiškas svorių lankstumas, t. y. išteklių ir rezultatų rodiklių svoriai parenkami taip, kad vertinamo DMU rezultatas pasiektų maksimalią reikšmę, vertinant turimus išteklius ir pasiektus rezultatus. Lankstumas parenkant svorius yra vienas iš pagrindinių DEA modelio privalumų, tačiau, esant gana dideliame rodiklių skaičiui ir gana mažam vertinamų šalių skaičiui, tai tampa DEA modelio trūkumu, t. y. didžiąjai daliai rodiklių priskiriami nuliniai svoriai ir DEA modelio skiriamoji geba sumažėja [108], todėl didžiosios dalies šalių švietimo sistemos įvertinamos kaip efektyviai veikiančios. Klasikiniame DEA modelyje yra sąlyga, kad parenkami svoriai visiems išteklių ir rezultatų rodikliams turi būti teigiami, tačiau to nepakanka, kad būtų užtikrinta pakankama modelio skiriamoji geba. Be to, DEA modelio skiriamąją gebą mažina ir gali lemti nuokrypį (angl. *introduces bias*) ne tik didelė duomenų rinkinio dimensija, bet ir stipri koreliacija tarp jų [69, 121].

3.6.1 Rodiklių ir vertinamų šalių skaičiaus santykio proporcijos užtikrinimas

Taikant DEA modelį, reikšmingi rezultatai gaunami tik tada, kai išteklių rodiklių skaičius m ir rezultatų rodiklių skaičius s yra proporcingas vertinamų DMU skaičiui n . Dyson ir kt. (1990) darbe [68] teigiama, kad DEA modelio skiriamoji geba užtikrinama, kai $n \geq 3(m \cdot s)$. Banker ir kt. (1989) [23], Bowlin (1998) [32], Sinuany-Stern ir Friedman (1998) [142] teigia, kad būtina turėti tris kartus daugiau DMU nei išteklių ir rezultatų rodiklių kartu sudėjus, t. y. $n \geq 3(m + s)$, o Dyson ir kt. (2001) [69] rekomenduoja, kad DMU skaičius turėtų būti bent du kartus didesnis nei išteklių ir rezultatų rodiklių kartu sudėjus.

Visuose čia išvardytuose darbuose, kuriuose pateiktos rekomendacijos dėl rodiklių ir vertinamų DMU skaičiaus proporcijos išlaikymo, yra analizuojamas sunaudotų išteklių pavertimas rezultatais, o šiame darbe konstruojamas sudėtinis rodiklis iš atrinktų rezultatų rodiklių, t. y. šiame darbe turimi tik rezultatų rodikliai, o išteklių rodikliai yra konstantos, lygios vienetui. Be to, skaičiuojant sudėtinį rodiklių sistemų rangavimui atlikti būtina maksimali modelio skiriamoji geba.

Skaičiuojant Europos šalių švietimo sistemų sudėtinius rodiklius ($m = 1$, $s = 8$ ir $n = 29$), formaliai yra tenkinamos visos čia išvardytos rodiklių ir vertinamų šalių skaičiaus santykio proporcijos, tačiau DEA modelio skiriamoji geba yra nepakankama (žiūrėti 3.3 lentelėje) sudėtiniam rodikliui skaičiuoti ir sistemų rangavimui atlikti.

Siekiant nustatyti tinkamą rodiklių ir vertinamų šalių skaičiaus santykio proporciją, buvo atliktas rodiklių skaičiaus įtakos sudėtinio rodiklio rezultatui eksperimentinis tyrimas. Atliekant tyrimą buvo sudaryti 42 scenarijai – rodiklių skaičiaus ir minimalaus rodiklių rinkinio įtakai sudėtinio rodiklio rezultatui tirti. Visų pirma buvo tiriama rodiklių skaičiaus įtaka sudėtinio rodiklio rezultatui: pirmojo scenarijaus (SC1) metu (skaičiuojamas sudėtinis rodiklis I_{SC1}^{DEA}) naudojamas DEA modelis (3.10) ir vienas rezultatų rodiklis Y_1 , SC2 metu – du rezultatų rodikliai Y_1 ir Y_2 , SC3 metu – trys rezultatų rodikliai Y_1, \dots, Y_3 , SC4 metu – keturi rezultatų rodikliai Y_1, \dots, Y_4 , SC5 metu

3.4 lentelė: Rodiklių skaičiaus įtaka sudėtinio rodiklio rezultatui (2015 m.).

Šalis	I_{SC1}^{DEA}	I_{SC2}^{DEA}	I_{SC3}^{DEA}	I_{SC4}^{DEA}	I_{SC5}^{DEA}	I_{SC6}^{DEA}	I_{SC7}^{DEA}	I_{SC8}^{DEA}
BEL	0,92	0,94	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
BGR	0,89	0,90	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,94
CZE	0,97	0,97	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00
DNK	0,95	0,97	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DEU	0,92	0,93	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
EST	0,90	0,92	0,94	0,95	0,95	1,00	1,00	1,00
IRL	0,96	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
GRC	0,95	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
ESP	0,82	0,84	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
FRA	0,93	0,95	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
HRV	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
ITA	0,88	0,88	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
LVA	0,93	0,94	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	1,00
LTU	0,97	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
LUX	0,93	0,96	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
HUN	0,91	0,92	0,96	0,97	0,97	0,97	0,97	0,98
NLD	0,94	0,96	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
AUT	0,95	0,96	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
POL	0,97	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
PRT	0,89	0,89	0,94	0,94	0,94	0,95	0,95	0,95
ROU	0,83	0,83	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,89
SVN	0,98	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
SVK	0,96	0,96	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,98
FIN	0,93	0,95	0,95	0,96	0,96	1,00	1,00	1,00
SWE	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
GBR	0,92	0,94	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
ISL	0,84	0,86	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
NOR	0,92	0,95	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CHE	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
N^E	1	5	6	15	14	19	19	20

N^E – efektyviai veikiančių šalių skaičius.

– penki rezultatų rodikliai Y_1, \dots, Y_5 , SC6 metu – šeši rezultatų rodikliai Y_1, \dots, Y_6 , SC7 metu – septyni rezultatų rodikliai Y_1, \dots, Y_7 ir SC8 metu – visi rezultatų rodikliai Y_1, \dots, Y_8 .

Gauti eksperimento rezultatai pateikti 3.4 lentelėje. Kaip matome, sprendžiant šį uždavinį, kai $n = 29$ (šalių skaičius), maksimalus rezultatų rodiklių skaičius gali būti $s = 3$ (SC3 – trečias scenarijus, I_{SC3}^{DEA}), tada tik penktadalio šalių (6 šalys iš 29 šalių) švietimo sistemos yra priskiriamos Pareto optimalioms šalims (žiūrėti 3.4 lentelėje) ir pasiekama reikiama minimali skiriamoji modelio geba.

Toliau buvo tiriami minimalūs rodiklių rinkiniai šalių švietimo sistemų vertinimui atlikti, jų įtaka sudėtinio rodiklio rezultatui ir pakankamai DEA modelio skiriamajai gebai užtikrinti. Kai naudojamas vienas iš rodiklių (SC1, SC9–SC15 scenarijai), gaunama maksimali DEA modelio skiriamoji geba – visais atvejais gauta, kad tik vienos šalies švietimo sistema yra priskiriama Pareto optimalioms šalims, išskyrus dešimtą scenarijų (SC10), kai naudojamas Y_3 rodiklis, tada dviejų šalių švietimo sistemos priskiriamos Pareto optimalioms šalims (žiūrėti B.4 priedų lentelėse). Kai DEA modelyje naudojami du rezultatų rodikliai (SC2, SC16–SC42 scenarijai), užtikrinama pakankama DEA modelio skiriamoji geba (ne daugiau nei penkių šalių švietimo sistemos priskiriamos Pareto optimalioms šalims), nepriklausomai nuo rodiklių rinkinio (žiūrėti B.5, B.6 ir B.7 lentelių prieduose).

Kai naudojamas vienas iš rodiklių (SC1, SC9–SC15 scenarijai) gaunama maksimali DEA modelio skiriamoji geba – visais atvejais gauta, kad tik vienos šalies švietimo sistema yra priskiriama Pareto optimalioms, išskyrus dešimtą scenarijų (SC10), kai naudojamas Y_3 rodiklis, tuomet dviejų šalių švietimo sistemos priskiriamos Pareto optimalioms (žiūrėti B.4 lentelėje prieduose). Kai DEA modelyje naudojami du rezultatų rodikliai (SC2, SC16–SC42 scenarijai), užtikrinama pakankama DEA modelio skiriamoji geba (ne daugiau nei penkių šalių švietimo sistemos priskiriamos Pareto optimalioms), nepriklausomai nuo rodiklių rinkinio (žiūrėti B.5, B.6 ir B.7 lentelėse prieduose).

Remiantis gautais rezultatais, galima teigti, kad pakankama DEA modelio (3.10) skiriamoji geba Europos šalių švietimo sistemų efektyvumui vertinti,

kai naudojami rezultatų rodikliai (žiūrėti 2.1 lentelėje), gali būti pasiekta, kai $n \geq 6(m + s)$ arba $n \geq 8(m \cdot s)$.

3.6.2 DEA modelio skiriamosios gebos didinimo būdai

Siekiant tiksliau įvertinti Pareto optimalių šalių švietimo sistemas, į DEA modelį gali būti įtrauktos papildomos prielaidos. Mokslinėje literatūroje pasiūlyta keletas DEA modelio modifikacijų, didinančių DEA modelio skiriamąją gebą, įtraukiant svorių apribojimus, pavyzdžiui, AR tipo [153] ar Cone-Ratio [39]. Kitas būdas, padedantis spręsti DEA modelio skiriamosios gebos problemą, – duomenų dimensijos mažinimas prieš atliekant DEA. Pagrindinių komponentų analizė (PCA) gali būti taikoma, siekiant pradinių rodiklių skaičių pakeisti mažesniu pagrindinių komponentų skaičiumi, minimaliai prarandant informacijos [1].

Mokslinėje literatūroje kiti DEA modelio skiriamosios gebos didinimo būdai taikomi retai. Li ir Reeves (1999) [105] pristatė daugiakriterį DEA modelį, kuris gali būti naudojamas, siekiant pagerinti DEA modelio skiriamąją gebą ir nustatyti svorius be papildomos pradinės informacijos. Podinovskis ir Thanassoulis (2007) [124] pasiūlė keletą metodų, kaip padidinti DMU skaičių ir sumažinti rodiklių skaičių, taikant rodiklių agregavimą ir redukciją prieš atliekant DEA modelį. Hermans ir kt. (2009) [94] išvedė bendrą svorį ir taip pat naudojo svorių intervalus, atitinkančius ekspertų vertinimą, rodiklių svoriams apriboti. Emrouznejad ir Shale (2009) [74] sujungė neuroninį tinklą ir DEA didelės apimties duomenų efektyvumui matuoti. Bian (2012) [27] pasiūlė *Gram-Schmidt* procesu pagrįstą metodą DEA skiriamajai gebai gerinti, esant didelės apimties duomenų rinkiniui.

3.7 Apibendrinimas

Skaičiuojant sudėtinį švietimo sistemos rodiklį buvo pereita nuo fiksuotųjų svorių priskyrimo (SAW metodas) prie lanksčiųjų svorių priskyrimo (DEA metodas), nes lanksčiųjų svorių priskyrimo atveju rodiklių svorių nėra būtina žinoti iš anksto, jie yra suskaičiuojami iš rodiklių duomenų, be to,

gali skirtis tarp vertinamų šalių. Taikant DEA metodą rodikliams agreguoti, galima naudoti skirtingų skalių rodiklius ir išvengti poreikio normalizuoti duomenis, tai palengvina gautų rezultatų interpretavimą. Be to, taikant DEA metodą gaunamas santykinis veiklos vertinimo rodiklis, kuris leidžia interpretuoti sistemos veiklos rezultatų vertinimą ir nustatyti gerąsias praktikas (angl. *best practices*), kurios gali būti naudojamos šalių švietimo sistemų veiklos rezultatams pagerinti. Dėl šių savybių DEA metodas dažnai naudojamas sudėtiniais rodikliams skaičiuoti įvairiose srityse, tačiau švietimo sistemos sudėtinis rodiklis, kai vertinamas tikslų pasiekimas, iki šiol nebuvo skaičiuotas.

DEA metodo taikymas atskiriems švietimo sistemos posistemiams (pradinis ir vidurinis ugdymas, aukštasis mokslas) vertinti yra pagrįsta praktika, tačiau yra tik keliolika mokslinių tyrimų (žiūrėti 3.1 lentelėje), kuriuose DEA metodas taikomas šalies lygmens analizei (kai DMU yra šalis), ir rastas tik vienas tyrimas [30], kuriame analizuojama visa švietimo sistema ir lyginama skirtingų šalių duomenys. Todėl galima teigti, kad šis darbas yra inovatyvus ir prisideda prie mokslinių švietimo tyrimų plėtros ne tik Lietuvos, bet ir Europos šalių kontekste.

Šiame darbe, atlikus eksperimentinį tyrimą, gauta, kad DEA modelio taikymas Europos šalių švietimo sistemų efektyvumui vertinti ir sudėtiniam rodikliui skaičiuoti, nėra tinkamas, nes net dviejų trečdalių šalių švietimo sistemos yra Pareto optimalios, vadinasi, atlikti vertinamų šalių rangavimą nėra prasminga, nes visos Pareto optimalios šalys yra įvertinamos vienetu. Nepaisant to, kad mokslinėje literatūroje [23, 32, 68, 69, 142] pateiktos rodiklių ir vertinamų DMU skaičiaus santykio proporcijos, kurių laikantis turėtų būti užtikrinama pakankama DEA modelio skiriamoji geba, yra formaliai tenkinamos, tačiau DEA modelio skiriamoji geba yra nepakankama, kai skaičiuojamas sudėtinis rodiklis (išteklių rodikliai yra konstantos, lygios vienetui), šalių švietimo sistemų rangavimui atlikti, kai būtina maksimali modelio skiriamoji geba. Atlikus eksperimentinį tyrimą, buvo nustatyta, kad sprendžiant šį uždavinį, kai $n = 29$ (šalių skaičius), maksimalus rezultatų rodiklių skaičius gali būti $s = 3$, tik tada užtikrinama reikiama minimali skiriamoji modelio geba. Be to, taikant DEA modelį sudėtiniam rodikliui skaičiuoti, dalis naudojamų rodiklių yra ignoruojami,

t. y. priskiriamas nulinis svoris, o tokia praktika atliekant sudėtinių rodiklių skaičiavimą nepageidautina.

Siekiant išskirti Pareto optimalių šalių švietimo sistemas ir Europos šalių švietimo sistemų efektyvumą vertinti atsižvelgiant į visus atrinktus rezultatų rodiklius ($s = 8$), į DEA modelį gali būti įtrauktos papildomos prielaidos. Toliau šiame darbe nagrinėjami du alternatyvūs pakankamos DEA modelio skiriamosios gebos užtikrinimo būdai – svorių apribojimų įtraukimas į DEA modelį ir duomenų dimensijos mažinimas prieš taikant DEA modelį.

4. Sviurių apribojimai DEA modelyje

Skaičiuojant Europos šalių švietimo sistemų sudėtinius rodiklius, siekiama maksimalios modelio skiriamosios gebos, kad būtų galima ranguoti šalis pagal jų švietimo sistemų veiklos efektyvumą ir kad nė vienas rodiklis nebūtų ignoruojamas, t. y. kad nė vieno rodiklio svoris nebūtų lygus nuliui. Vienas iš būdų padidinti DEA modelio skiriamąją gebą ir užtikrinti visų rodiklių įtraukimą į sudėtinio rodiklio skaičiavimą yra sviurių apribojimų taikymas. Sviurių apribojimai gali būti įtraukiami į DEA modelį naudojant skirtingas formuluotes, toliau pagrindinės jos bus aprašytos. Sviurių apribojimai gali būti klasifikuojami į taikomus grynesiems svoriams (angl. *pure weights*) ir virtualiems svoriams (angl. *virtual weight*).

4.1 Apribojimai grynesiems svoriams

Iš apribojimų grynesiems svoriams dažniausiai taikomi sviurių apribojimai absoliučiąja verte (angl. *Absolute Weight Restrictions*) ir ARI tipo (angl. *Assurance Region Type I*) apribojimai. Sviurių apribojimus absoliučiąja verte pirmą kartą į DEA modelį įtraukė Dyson and Thanassoulis (1988) [67]. Šie apribojimai taikomi rezultatų rodiklių svoriams:

$$a_r \leq u_r \leq b_r, r = 1, \dots, s, \quad (4.1)$$

čia parametrai a_r ir b_r rodo kiekvienam rezultatų rodikliui y_r priskirto svorio u_r apatinį ir viršutinį režius. Šio tipo apribojimai dažniausiai taikomi

tam, kad būtų išvengta pernelyg mažos (didelės) rezultatų rodiklio y_r įtakos sudėtinio rodiklio reikšmei.

Nors svorių absoliučiaja verte apribojimai yra paprastai matematiškai įgyvendinami, jie turi esminių trūkumų, dėl kurių jų naudojimas DEA modelyje yra kritikuojamas. Šie apribojimai gali lemti, kad gauti sprendiniai bus neleistini (angl. *infeasible solutions*) ar bus nepakankamas santykinio efektyvumo rodiklių įvertinimas [14, 125]. Kaip teigia Fried ir kt. (2008) [80], svoriai yra prasmingi tik kaip santykinės reikšmės.

ARI tipo svorių apribojimai, kuriuos pasiūlė Thompson ir kt. (1990) [154], skiriasi nuo svorių absoliučiaja verte apribojimų tuo, kad ne svoriai apribojami, o svorių santykis. DEA modelyje dažnai taikomi ARI apribojimai:

$$\alpha_r \leq \frac{u_r}{u_{r+1}} \leq \beta_r, r = 1, \dots, s - 1, \quad (4.2)$$

čia parametrai α_r ir β_r rodo svorių u_r ir u_{r+1} santykio apatinę ir viršutinę režius. Kaip pažymėjo Allen ir kt. (1997) [14], Sarrico ir Dyson (2004) [134], šio tipo svorių apribojimų trūkumas yra tas, kad jie yra jautrūs rodiklių matavimo vienetams. Dėl to santykiniams svoriams sudėtinga parinkti interpretuojamas ribas.

4.2 Apribojimai virtualiesiems svoriams

Apribojimai virtualiesiems svoriams $u_r y_{rj}$, pirmą kartą pasiūlyti Wong ir Beasley (1990) [162], apriboja rezultatų rodiklio y_r ir jo svarbos (svorio) u_r procentinę išraišką apatiniu ir viršutiniu režiais intervale $[\gamma_r, \delta_r]$:

$$\gamma_r \leq \frac{u_r y_{rj}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}} \leq \delta_r. \quad (4.3)$$

Kai DEA modelis yra orientuotas į rezultatus, apribojimai virtualiesiems svoriams aprašyti (4.3) formule, gali būti supaprastinti, kaip parodyta (4.4) formulėje, nes išraiškos (4.3) vardiklis atitinka DEA modelio, orientuoto į

rezultatus (3.9), normalizavimo apribojimą $\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}$, kuris visada lygus 1:

$$\gamma_r \leq u_r y_{rj} \leq \delta_r. \quad (4.4)$$

Pagrindinis virtualiųjų svorių apribojimų privalumas, kad jie nepriklauso nuo rodiklio y_{rj} matavimo vienetų. Tačiau, kaip nurodė Thanassoulis ir kt. (2004) [150], virtualiųjų svorių apribojimai yra skirtingi kiekvienam DMU (angl. *DMU-specific*), todėl jų skaičiavimas yra brangus (angl. *computationally expensive*), be to, šie apribojimai gali lemti, kad gauti sprendiniai bus neleistini, kai apribojimų ribos yra nustatomos laisvai. Siekiant išvengti šių trūkumų, Wong ir Beasley (1990) [162] pasiūlė virtualiųjų svorių apribojimus taikyti tik vertinamam DMU j_0 . Tačiau apribojimai, taikomi tik vertinamam DMU, taip pat turi trūkumų. Kaip teigia Dyson ir kt. (2001) [69], jeigu virtualiųjų svorių apribojimas taikomas tik vertinamam DMU, pažeidžiama modelio simetrija visų DMU atžvilgiu, nes kiekvienas DMU yra vertinamas skirtingoje leistinių sprendinių aibėje, be to, taikant apribojimus tik vertinamam DMU, nepagrįsti virtualiųjų svorių apribojimai gali būti priskirti kitiems DMU [134].

Norint išvengti virtualiųjų svorių apribojimų trūkumų, Zanella et al. (2015a) [166] pasiūlė naujos rūšies svorių apribojimus, kurie apibrėžiami kaip ARI apribojimai, bet leidžia išreikšti santykinę rezultatų rodiklių svarbą procentine išraiška, užuot nustačius rodiklių ribas. Tam naudojamas dirbtinis (angl. *artificial*) DMU, kuris yra lygus vidutinei rezultatų rodiklių reikšmei. Modelis, skirtas svorių apribojimams, naudojant dirbtinį DMU, buvo pasiūlytas Wong ir Beasley (1990) [162] kaip papildomas nuo DMU priklausomas virtualiųjų svorių apribojimas.

Jeigu vietoj apribojimų virtualiesiems svoriams DMU j , kaip parodyta (4.3) formulėje, apribojimai bus taikomi vidutiniam DMU (\bar{y}_r), kaip parodyta (4.5) formulėje, visi DMU bus vertinami su vienodais apribojimais. Šie virtualiųjų svorių apribojimai veikia kaip ARI apribojimai, bet nėra priklausomi nuo DMU, be to, svorių apribojimų ribos tampa nepriklausomos nuo

rezultatų matavimo vienetų:

$$\phi_r \leq \frac{u_r \bar{y}_r}{\sum_{r=1}^s u_r \bar{y}_r} \leq \psi_r, \quad (4.5)$$

čia ϕ_r ir ψ_r gali būti interpretuojamos kaip išteklių rodiklio y_r svarbos procentinė išraiška, t. y. kai ϕ_r ir ψ_r yra lygūs 1, y_r yra vienintelis išteklių rodiklis, į kurį reikia atsižvelgti, vertinant DMU, o kai ϕ_r ir ψ_r yra lygūs 0, išteklių rodiklis y_r turėtų būti ignoruojamas.

4.3 Fiksuotųjų svarių realizavimas DEA modelyje

Toliau šiame darbe Europos šalių švietimo sistemų efektyvumui vertinti, taikant DEA metodą su svarių apribojimais, bus naudojami trijų rūšių svarių apribojimai: absoliutieji svoriai, virtualieji svoriai ir ARI tipo svoriai, nepriklausantys nuo DMU (žiūrėti 4.1 paveikslą), ir sudėtiniams rodikliams skaičiuoti bus naudojami 2015 m. duomenys.

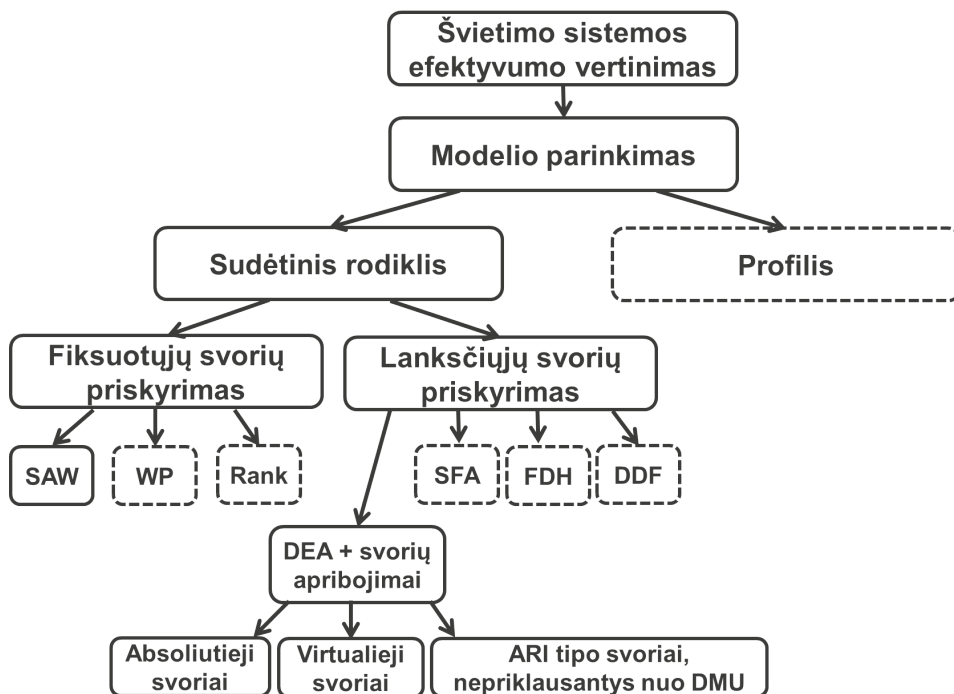
Skirtingų modeliavimo alternatyvų palyginimą pradėsime nuo fiksuotųjų svarių visiems rodikliams $Y_r, r = 1, \dots, 8$. DEA modelyje vienodos svarbos struktūrą galima aprašyti taip:

- Apribojimai, kurių vienodi absoliutieji svoriai, taikomi normalizuotiems duomenims:

$$u_r = u_1, r = 2, \dots, 8. \quad (4.6)$$

- Apribojimai, kurių vienodi virtualieji svoriai (priklausantys nuo DMU), taikomi nenormalizuotiems duomenims:

$$u_r y_{jr0} = \frac{1}{8}, r = 1, \dots, 8. \quad (4.7)$$



4.1 pav.: DEA metodas su svorių apribojimais švietimo sistemos efektyvumui vertinti. *Punktyrine linija pažymėti blokai toliau darbe neanalizuojami.*

- ARI tipo apribojimai, kurių vienodi virtualieji svoriai (visoms šalims taikomi identiški apribojimai, kurie yra lygūs visų šalių virtualiųjų svorių vidurkiui), taikomi nenormalizuotiems duomenims:

$$\frac{u_r \bar{y}_r}{\sum_{r=1}^8 u_r \bar{y}_r} = \frac{1}{8}, r = 1, \dots, 8. \quad (4.8)$$

Visų pirma atliekamas SAW modelio (2.2) ir DEA modelio (3.10) su vienodais absoliučiaisiais svoriais (4.6) palyginimas. Duomenų normalizavimas yra būtinas žingsnis prieš rodiklių agregavimą, taikant SAW metodą. DEA metodas nėra jautrus rodikliams, turintiems skirtingas matavimo skales, todėl taikant DEA nėra būtinas rodiklių normalizavimas, tačiau norint palyginti rezultatus, gautus taikant SAW modelį (2.2) ir DEA modelį (3.10), su vienodais absoliučiaisiais svoriais (4.6), naudojami normalizuoti duomenys (A.5 priedų lentelė).

Gauta (žiūrėti 4.1 lentelę), kad šalių rangavimas, taikant SAW modelį (2.2) su vienodais absoliučiaisiais svoriais (4.6) normalizuotiems duomenims ir DEA modelį (3.10) su vienodais absoliučiaisiais svoriais (4.6) normalizuotiems duomenims, yra vienodas: $R_{abs}^{SAW} = R_{abs}^{DEA}$. Gauti rezultatai patvirtina galimybę naudoti DEA modelį sudėtiniam rodikliui skaičiuoti kaip alternatyvą tradiciniam SAW modeliui, nes, taikant vienodus absoliučiuosius svorius (4.6) normalizuotiems duomenims, šių dviejų modeliavimo alternatyvų agregavimo rezultatas yra identiškas. Vienas iš DEA modelio privalumų, kad gali būti naudojami nenormalizuoti duomenys.

Kadangi gautas šalių rangavimas, taikant SAW modelį (2.2) ir DEA modelį (3.10) su vienodais absoliučiaisiais svoriais (4.6), yra vienodas ($R_{abs}^{SAW} = R_{abs}^{DEA}$), toliau galima pereiti prie kitų dviejų DEA modelio (3.10) svorių apribojimų alternatyvų bei jų palyginimo su DEA modeliu (3.10) su vienodais absoliučiaisiais svoriais (4.6).

Rezultatai, gauti (žiūrėti 4.1 lentelėje) naudojant kitas dvi svorių apribojimų alternatyvas DEA modelyje – apribojimų virtualiesiems svoriams (4.7) ir ARI svorių apribojimų (4.8), yra artimi DEA modelio (3.10) su vienodais absoliučiaisiais svoriais (4.6) rezultatui. Spirmeno (angl. *Spearman*) ranginės koreliacijos koeficientas tarp R_{vir}^{DEA} ir R_{abs}^{DEA} yra lygus 0,873 (p reikšmė $< 0,0001$), tarp R_{ARI}^{DEA} ir R_{abs}^{DEA} yra lygus 0,942 (p reikšmė $< 0,0001$).

Sudarytų sudėtinių rodiklių panašumui palyginti naudojamas neparametris Vilkoksono (angl. *Wilcoxon*) ženklų testas priklausomoms imtims. Pirmajai lyginamai porai – I_{abs}^{DEA} ir I_{vir}^{DEA} – nulinė hipotezė (medianų skirtumas tarp lyginamų porų yra lygus nuliui) yra atmetama (p reikšmė = 0,004). Antrajai lyginamai porai – I_{abs}^{DEA} ir I_{ARI}^{DEA} – nulinė hipotezė nėra atmetama (p reikšmė = 0,905). Skirtumas tarp sudėtinių rodiklių I_{abs}^{DEA} ir I_{ARI}^{DEA} vidurkio (žiūrėti 4.1 lentelėje) – minimalus (0,771 ir 0,779). Tik dviejų šalių (Islandijos ir Airijos) atveju skirtumas tarp rangų yra daugiau nei 3 pozicijos.

Šis dviejų modelių panašumas, sudarant sudėtinį rodiklį, atveria galimybę naudoti DEA modelį su ARI svorių apribojimais ir pereiti nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių.

4.1 lentelė: SAW ir DEA modelių su fiksuotaisiais svoriais rezultatų palyginimas (2015 m.).

Šalis	I_{abs}^{SAW}	R_{abs}^{SAW}	I_{abs}^{DEA}	R_{abs}^{DEA}	I_{vir}^{DEA}	R_{vir}^{DEA}	ΔR_1	I_{ARI}^{DEA}	R_{ARI}^{DEA}	ΔR_2
AUT	2,638	12	0,866	12	0,825	12	0	0,818	13	1
BEL	2,506	17	0,823	17	0,676	16	-1	0,779	16	-1
BGR	1,384	26	0,454	26	0,308	28	2	0,588	27	1
HRV	1,616	25	0,531	25	0,410	26	1	0,612	26	1
CZE	2,371	19	0,779	19	0,687	15	-4	0,744	19	0
DNK	3,030	2	0,995	2	0,950	4	2	0,962	3	1
EST	2,837	7	0,932	7	0,848	11	4	0,866	8	1
FIN	2,868	6	0,942	6	0,965	3	-3	0,955	4	-2
FRA	2,629	13	0,864	13	0,877	8	-5	0,859	10	-3
DEU	2,682	11	0,881	11	0,715	14	3	0,798	14	3
GRC	1,206	28	0,396	28	0,390	27	-1	0,572	28	0
HUN	2,043	21	0,671	21	0,611	20	-1	0,691	21	0
ISL	2,483	18	0,816	18	0,881	7	-11	0,901	7	-11
IRL	2,819	8	0,926	8	0,669	17	9	0,792	15	7
ITA	1,350	27	0,443	27	0,564	22	-5	0,619	25	-2
LVA	2,320	20	0,762	20	0,557	23	3	0,700	20	0
LTU	2,601	15	0,854	15	0,593	21	6	0,749	17	2
LUX	2,627	14	0,863	14	0,863	10	-4	0,850	11	-3
NLD	2,956	5	0,971	5	0,926	6	1	0,909	6	1
NOR	3,003	4	0,986	4	0,935	5	1	0,913	5	1
POL	2,599	16	0,854	16	0,494	24	8	0,747	18	2
PRT	1,686	23	0,554	23	0,655	18	-5	0,691	22	-1
ROU	0,898	29	0,295	29	0,213	29	0	0,526	29	0
SVK	1,691	22	0,555	22	0,412	25	3	0,625	24	2
SVN	2,700	10	0,887	10	0,808	13	3	0,821	12	2
ESP	1,663	24	0,546	24	0,653	19	-5	0,684	23	-1
SWE	3,045	1	1,000	1	0,972	2	1	0,968	2	1
CHE	3,023	3	0,993	3	1,000	1	-2	1	1	-2
GBR	2,798	9	0,919	9	0,873	9	0	0,860	9	0
Vid.	2,347		0,771		0,701			0,779		

$$\Delta R_1 = R_{vir}^{DEA} - R_{abs}^{DEA}, \Delta R_2 = R_{ARI}^{DEA} - R_{abs}^{DEA}.$$

4.4 Laipsniško perėjimo prie lanksčiųjų sviurių realizavimas

Disertacijoje pasiūlytas naujos rūšies ribojimas, kurį taikant DEA modelyje galima palaipsniui pereiti nuo fiksuotųjų sviurių prie lanksčiųjų. Sviurio lankstumas gali būti išreikštas pagal (4.9) formulę, kur σ yra lankstumo parametras, kurio procentinė išraiška rodo, kuri dalis virtualiųjų sviurių sumos ($\sum_{r=1}^s u_r \bar{y}_r$) yra fiksuota.

$$\frac{u_r \bar{y}_r}{\sum_{r=1}^s u_r \bar{y}_r} \geq \frac{\sigma}{s}, r = 1, \dots, s. \quad (4.9)$$

Kai $\sigma = 0$, gaunamas DEA modelis be sviurių apribojimų (3.10) (užtikrinamas visiškas sviurių lankstumas), kai $\sigma = 1$, gaunamas DEA modelis (3.10) su vienodais absoliučiaisiais svoriais (4.6) (atitinka visiškai fiksuotuosius svorius). Tarpinius sviurių lankstumo scenarijus galima gauti naudojantis kitomis $\sigma \in [0; 1]$ reikšmėmis, kur mažesnės reikšmės atitinka didesnę sviurių lankstumą.

Laipsniško perėjimo prie lanksčiųjų sviurių sistemos DEA modelyje realizavimas atliekamas su R programa (*Benchmarking*¹, *lpSolveAPI*², *lpSolve*³ paketais). Gauti rezultatai pateikti 4.2 lentelėje. Kai $\sigma = 1$, turime fiksuotuosius svorius, kai $\sigma = 0$, gaunamas DEA modelis be sviurių apribojimų (visiškai lankstieji svoriai). Taigi laisvumo parametras σ kinta intervale $[0; 1]$, kuo σ mažesnis, tuo turime didesnę sviurių apribojimų lankstumą.

DEA modelis be apribojimų (užtikrinami 100 proc. lankstieji svoriai, $\sigma = 0$) nėra tinkamas analizuojamų šalių rangavimui atlikti, t. y. šio modelio geba išskirti šalis yra ribota. Daugiau nei dviejų trečdalių šalių (20 iš 29 šalių) sudėtiniai rodikliai yra lygūs vienetui, visų šalių sudėtinių rodiklių $I_{\sigma=0}^{DEA}$ vidurkis taip pat artimas vienetui (0,988). DEA modelio geba išskirti šalis didėja, didėjant σ , kai $\sigma = 0, 1$, 16 šalių sudėtiniai rodikliai yra lygūs vienetui ($I_{\sigma=0,1}^{DEA}$ vidurkis=0,979), kai $\sigma = 0, 5$, tik 5 šalių sudėtiniai rodikliai yra

¹<https://cran.r-project.org/web/packages/Benchmarking/index.html>

²<https://cran.r-project.org/web/packages/lpSolveAPI/index.html>

³<https://cran.r-project.org/web/packages/lpSolve/index.html>

4.2 lentelė: Laipsniškas perėjimas nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių (2015 m.).

Šalis	$I_{\sigma=1}^{DEA}$	$R_{\sigma=1}^{DEA}$	$I_{\sigma=0,9}^{DEA}$	$R_{\sigma=0,9}^{DEA}$	$I_{\sigma=0,5}^{DEA}$	$R_{\sigma=0,5}^{DEA}$	$I_{\sigma=0,1}^{DEA}$	$R_{\sigma=0,1}^{DEA}$	$I_{\sigma=0}^{DEA}$	$R_{\sigma=0}^{DEA}$	ΔI
AUT	0,818	13	0,843	12	0,922	15	0,985	19	1	1	0,182
BEL	0,779	16	0,809	16	0,921	16	0,983	20	0,995	21	0,216
BGR	0,588	27	0,624	27	0,768	27	0,913	28	0,937	28	0,349
HRV	0,612	26	0,646	26	0,798	26	0,976	21	1	1	0,388
CZE	0,744	19	0,772	18	0,893	18	1	1	1	1	0,256
DNK	0,962	3	0,979	3	1	1	1	1	1	1	0,038
EST	0,866	8	0,887	9	0,971	8	1	1	1	1	0,134
FIN	0,955	4	0,968	4	1	1	1	1	1	1	0,045
FRA	0,859	10	0,885	10	0,966	9	1	1	1	1	0,141
DEU	0,798	14	0,827	14	0,936	14	1	1	1	1	0,202
GRC	0,572	28	0,605	28	0,752	28	0,925	27	0,962	26	0,390
HUN	0,691	21	0,725	21	0,843	21	0,961	23	0,976	24	0,285
ISL	0,901	7	0,922	7	0,993	7	1	1	1	1	0,099
IRL	0,792	15	0,821	15	0,940	13	1	1	1	1	0,208
ITA	0,619	25	0,659	25	0,798	25	0,937	25	0,962	25	0,343
LVA	0,700	20	0,733	20	0,868	20	0,996	18	1	1	0,300
LTU	0,749	17	0,788	17	0,951	12	1	1	1	1	0,251
LUX	0,850	11	0,874	11	0,957	11	1	1	1	1	0,150
NLD	0,909	6	0,930	6	1	1	1	1	1	1	0,091
NOR	0,913	5	0,933	5	0,995	6	1	1	1	1	0,087
POL	0,747	18	0,772	19	0,886	19	1	1	1	1	0,253
PRT	0,691	22	0,723	22	0,832	23	0,927	26	0,950	27	0,259
ROU	0,526	29	0,565	29	0,711	29	0,864	29	0,893	29	0,367
SVK	0,625	24	0,662	24	0,819	24	0,968	22	0,984	22	0,359
SVN	0,821	12	0,842	13	0,920	17	0,998	17	1	1	0,179
ESP	0,684	23	0,721	23	0,841	22	0,959	24	0,983	23	0,299
SWE	0,968	2	0,982	2	1	1	1	1	1	1	0,032
CHE	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
GBR	0,860	9	0,887	8	0,964	10	1	1	1	1	0,140
Vid.	0,779		0,806		0,905		0,979		0,988		
N^E	1		1		5		16		20		

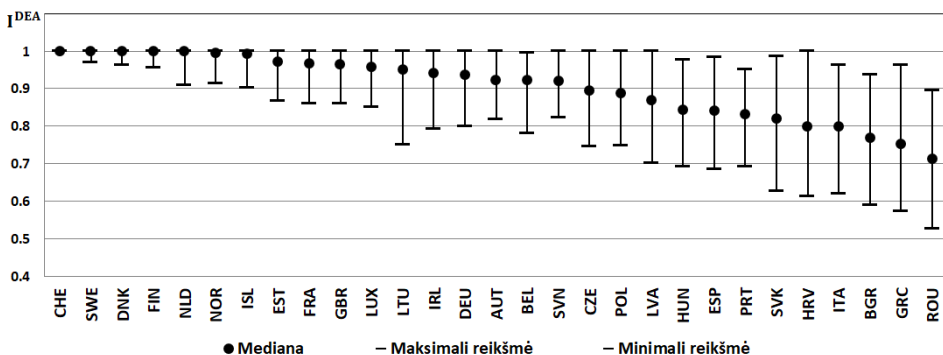
Vid. – sudėtinių rodiklių vidurkis, N^E – efektyviai veikiančių šalių skaičius, $\Delta I = I_{\sigma=0}^{DEA} - I_{\sigma=1}^{DEA}$.

lygūs vienetui ($I_{\sigma=0,5}^{DEA}$ vidurkis=0,905), o kai $\sigma = 0,9$ ir $\sigma = 1$ (užtikrinami 100 proc. fiksuotieji svoriai), tik 1 šalies sudėtinis rodiklis tampa lygus vienetui (atitinkamai $I_{\sigma=0,9}^{DEA}$ vidurkis=0,806 ir $I_{\sigma=1}^{DEA}$ vidurkis=0,779). Tai parodo ypač svarbų svarių apribojimų vaidmenį didinant DEA modelio skiriamąją gebą.

Be to, šalių švietimo sistemų, kurių rezultatų rodiklių reikšmės yra aukštos tik mažoje dalyje rodiklių, sudėtinis rodiklis yra jautrus svarių apribojimams. Įgyvendinus laipsnišką perėjimą nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svarių (žiūrėti 4.2 lentelėje), matyti, kad šalių, kurių švietimo sistemų rezultatų rodikliai yra geri visose srityse, sudėtinis rodiklis yra mažiau jautrus laisvumo parametro σ reikšmei. Šveicarijos atveju skirtumas tarp $I_{\sigma=0}^{DEA}$ ir $I_{\sigma=1}^{DEA}$ (žiūrėti 4.2 lentelėje) yra lygus nuliui, todėl galima teigti, kad Šveicarijos sudėtinis rodiklis yra stabiliausias. Vadinasi, šios šalies švietimo sistema gali būti laikoma pavyzdžiu kitoms šalims, nepriklausomai nuo svarių apribojimų. Taip pat Švedijos, Danijos, Suomijos ir Nyderlandų Karalystės sudėtiniai švietimo sistemų rodikliai yra stabilūs, t. y. mažai priklausomi nuo svarių apribojimų, o Čekijos, Lenkijos ir Lietuvos sudėtiniai rodikliai yra lygūs vienetui, kai laisvumo parametro σ reikšmė maža ($\sigma = 0$ ir $\sigma = 0,1$), tačiau sudėtiniai rodikliai ženkliai sumažėja, įvedus griežtesnius svarių apribojimus. Vadinasi, šioms šalims yra sudėtingiau pasiekti nustatytas visų rodiklių reikšmes (ET2020 tikslus).

Skaidos diagramoje (žiūrėti 4.2 paveikslą) pateikti analizuojamų šalių švietimo sistemų efektyvumo sudėtiniai rodikliai, sudaryti taikant DEA modelį su skirtingomis $\sigma \in [0; 1]$ reikšmėmis ir su 0,1 žingsniu, parodo, kaip sudėtinio rodiklio I^{DEA} reikšmė priklauso nuo svarių apribojimo svarbos suteikimo (sudėtinio rodiklio I^{DEA} reikšmės, esant skirtingoms σ reikšmėms, pateiktos B.8 priedų lentelėje). Grafike apskritimu pažymėta sudarytų sudėtinių rodiklių mediana (šalys pateiktos medianos mažėjimo tvarka) bei pateiktos minimalios ir maksimalios sudėtinių rodiklių reikšmės.

Sudaryti Šveicarijos, Švedijos, Danijos ir Suomijos sudėtiniai rodikliai mažiau priklauso nuo DEA modelio svarių apribojimų, esant skirtingoms $\sigma \in [0; 1]$, t. y. šių šalių sudėtiniai rodikliai nėra jautrūs suteiktam svarių lankstumo laipsniui. Kitų šalių (Slovakijos, Kroatijos, Italijos, Bulgarijos,



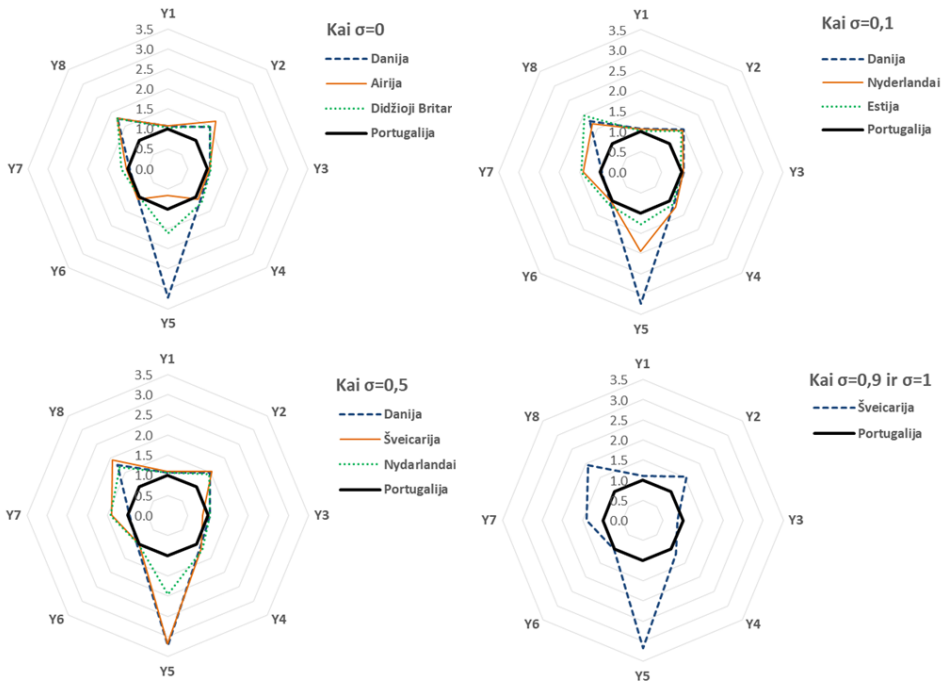
4.2 pav.: Sudėtiniai rodikliai, kai $\sigma \in [0; 1]$, su 0,1 žingsniu.

Graikijos ir Rumunijos) sudėtiniai rodikliai stipriai priklauso nuo suteiktos svarbos kiekvienam iš rodiklių, o jų efektyvumas iš vertinamų šalių yra prasčiausias.

4.5 DEA modelio naudojimas švietimo sistemai tobulinti

Vienas iš DEA modelio privalumų – galimybė nustatyti artimiausius efektyviai veikiančius kaimynus ir siektinus tikslus, t. y. šaliai, kurios švietimo sistema veikia neefektyviai, galima rasti artimiausius kaimynus, kurie analizės metu buvo priskirti prie šalių, kurių švietimo sistemos veikia efektyviai. Šių šalių gerosios praktikos pavyzdžiai gali būti naudojami neefektyviai veikiančių šalių švietimo sistemoms tobulinti. Šiame skyriuje visų pirma bus aprašytas artimiausių kaimynų ir siektinų tikslų radimas neefektyviai veikiančiai šaliai, kai naudojamas DEA modelis su skirtingomis laisvumo parametro σ reikšmėmis. Be to, bus palygintas siektinų tikslų šalių vidurkis, gautas naudojant optimizavimo metodus, su Europos Komisijos nustatytais tikslais (ET2020).

Siekiant parodyti, kokia informacija gali būti gauta neefektyviai veikiančių šalių švietimo sistemoms gerinti, toliau bus nagrinėjamas Portugalijos pavyzdys (tai viena iš šalių, kurios švietimo sistema priskiriama prie neefek-



4.3 pav.: Portugalijos ir jos artimiausių kaimynų rodiklių palyginimas, esant skirtingoms σ reikšmėms (2015 m.).

tyviai veikiančių, todėl, taikant DEA modelį be svorių apribojimų, galima pademonstruoti efektyvumo skaičiavimo pavyzdį su visomis $\sigma \in [0; 1]$.

Portugalijos artimiausi kaimynai, esant skirtingomis laisvumo parametro σ reikšmėms, pavaizduoti grafiškai (žiūrėti 4.3 paveiksle). Siekiant palengvinti šalių rodiklių palyginimą, grafikuose pateiktos normalizuotos rodiklių reikšmės, t. y. šalių rodiklių reikšmės padalytos iš Portugalijos rodiklių reikšmių (šiuo atveju Portugalijos visų rodiklių reikšmės yra lygios vienetui).

Grafiškai palyginę Portugalijos ir jos panašiausių kaimynų rodiklius matome, kad didžiausias skirtumas yra tarp rodiklių Y_2 (30–34 metų amžiaus gyventojų, kurie sėkmingai įgijo aukštąjį išsilavinimą, procentinė dalis), Y_5 (25–64 metų amžiaus gyventojų, kurie dalyvavimo švietimo ir mokymo programose per paskutines 4 savaites, procentinė dalis) ir Y_8 (25–64 metų amžiaus gyventojų,

4.3 lentelė: Portugalijos artimiausi kaimynai ir jų λ reikšmės, esant skirtingoms lankstumo parametro σ reikšmėms (2015 m.).

Lankstumo parametras	Artimiausių kaimynų λ reikšmės					
	Danija	Airija	Didžioji Britanija	Estija	Nyderlandų Karalystė	Šveicarija
$\sigma = 0$	0,2502	0,4890	0,2608	-	-	-
$\sigma = 0,1$	0,7919	-	-	0,0002	0,2079	-
$\sigma = 0,5$	0,7842	-	-	-	0,2065	0,0093
$\sigma = 0,9$	-	-	-	-	-	1
$\sigma = 1$	-	-	-	-	-	1

sėkmingai įgijusių aukštesnį nei vidurinis išsilavinimą, procentinė dalis), todėl didžiausios pastangos pagerinti Portugalijos švietimo sistemą turėtų būti nukreiptos į šių rodiklių reikšmių didinimą.

Artimiausi Portugalijos kaimynai ir šių šalių λ reikšmės, esant skirtingai lankstumo parametro σ reikšmei, yra pateiktos 4.3 lentelėje.

Pagal (3.12) formulę neefektyviai veikiančioms šalims galima nustatyti siektinus tikslus, atitinkančius efektyviai veikiančių artimiausių kaimynų tiesinį rodiklių reikšmių agregavimą. Taikant DEA modelį, siektini neefektyviai veikiančių šalių tikslai atitinka tašką ant efektyvumo fronto, kuris apibrėžiamas kaip radialinio (angl. *radial*) poslinkio ir neradialinio (angl. *non-radial*) poslinkio suma. Atliekamas visų rodiklių radialinis poslinkis proporcingai pagal θ reikšmes (žiūrėti 3.11 modelį), kol bus pasiektas taškas ant efektyvumo fronto, po to atliekamas neradialinis poslinkis, kad būtų pasiekta stipraus efektyvumo (angl. *strong efficiency*) gamybos riba.

Toliau bus nagrinėjamas Portugalijos pavyzdys, kai $\sigma = 0$. 4.4 lentelėje pateikti apskaičiuoti siektini Portugalijos tikslai, ir jų dekompozicija į radialinį (R) ir neradialinį (NR) poslinkius. Siektini tikslai skaičiuojami taikant tiesinį artimiausių kaimynų rodiklių agregavimą, naudojant λ reikšmes kaip koeficientus agregavimui atlikti. Pavyzdžiui, kai $\sigma = 0$, norint pagerinti Portugalijos rodiklį Y_2 (30–34 metų amžiaus gyventojų, kurie sėkmingai įgijo aukštąjį išsilavinimą, procentinė dalis), imama artimiausių kaimynių (Danija su koeficientu $\lambda = 0,2502$, Airija su koeficientu $\lambda = 0,4890$ ir Didžioji

4.4 lentelė: Siektini Portugalijos tikslai, kai $\sigma = 0$ ($I_{\sigma=0}^{DEA} = 0,9503$), 2015 m.

	Portugalija		Danija	Airija	Dž. Britanija
Rod. St.	Tikslas (R + NR)	$\lambda = 0,2502$	$\lambda = 0,4890$	$\lambda = 0,2608$	
Y_1	86,3	91,9 (90,8 + 1,1)	92,2	93,2	89,2
Y_2	31,9	50,7 (33,6 + 17,1)	47,6	53,8	47,9
Y_3	93,6	98,5 (98,5 + 0)	98,5	97,7	100
Y_4	72,2	80,9 (76,0 + 4,9)	81,7	77,9	85,7
Y_5	9,7	15,1 (10,2 + 4,9)	31,3	6,5	15,7
Y_6	80,5	84,7 (84,7 + 0)	85,2	86,5	80,9
Y_7	8,8	9,3 (9,3 + 0)	8,4	9,2	10,2
Y_8	45,1	80,6 (47,5 + 33,1)	84,0	81,1	79,7

Rod. – rodiklis, St. – stebima reikšmė, R – radialinis poslinkis, NR – neradialinis poslinkis.

Britanija su koeficientu $\lambda = 0,2608$) tiesinė rodiklio Y_2 kombinacija, t. y. $47,6 \cdot 0,2502 + 53,8 \cdot 0,4890 + 47,9 \cdot 0,2608 = 50,7$.

Radialinis (R) poslinkis atitinka proporcingą rodiklių reikšmių pakoregavimą pagal koeficientą θ , gautą kaip modelio 3.11 optimalų sprendinį. $\theta_{\sigma=0}^{DEA}$ yra lygus atvirkštiniam sudėtinio rodiklio $I_{\sigma=0}^{DEA}$ rezultatui, t. y. $\theta_{\sigma=0}^{DEA} = 1/0,9503 = 1,052$. Vadinasi, radialinis rodiklio Y_2 poslinkis yra lygus $31,9 \cdot 1,052 = 33,6$. Skirtumas tarp siektino tikslo ir radialinio poslinkio yra lygus neradialiniam poslinkiui, t. y. rodiklio Y_2 neradialinis poslinkis yra lygus $50,7 - 33,6 = 17,1$, t. y. fiktyviam kintamajam (*angl. slack*). Kai rodiklių Y_3 , Y_6 ir Y_7 neradialinis poslinkis yra lygus 0, vadinasi, rodiklius Y_3 , Y_6 ir Y_7 galima pagerinti tik 5,2 proc. ($\theta_{\sigma=0}^{DEA} = 1,052$), o kitų rodiklių potencialas yra didesnis.

Rodiklių Y_2 (30–34 metų amžiaus gyventojų, kurie sėkmingai įgijo aukštąjį išsilavinimą, procentinė dalis) ir Y_8 (25–64 metų amžiaus gyventojų, sėkmingai įgijusių aukštesnį nei vidurinis išsilavinimą, procentinė dalis) neradialinis poslinkis yra didžiausias iš visų turimų rodiklių, vadinasi, šių rodiklių įverčiai yra daug prastesni nei artimiausių kaimynų, t. y. didžiausias potencialas, siekiant pagerinti Portugalijos švietimo sistemą, gali būti pasiektas padidinus šių dviejų rodiklių įverčius.

4.5 lentelė: Siektini Portugalijos tikslai, esant skirtingoms lankstumo parametro σ reikšmėms (2015 m.).

Rod.	St.	$\sigma = 0,1$		$\sigma = 0,5$		$\sigma = 0,9$ ir $\sigma = 1$	
		T	R+NR	T	R+NR	T	R+NR
Y_1	86,3	92,1	90,8+1,3	92,1	90,8+1,3	94,8	90,8+4
Y_2	31,9	47,3	33,6+13,8	47,4	33,6+13,8	49,3	33,6+15,7
Y_3	93,6	98,3	98,5-0,2	98,2	98,5-0,3	81,3	98,5-17,2
Y_4	72,2	83,1	76+7,1	83,1	76+7,1	84,6	76+8,6
Y_5	9,7	28,7	10,2+18,5	28,7	10,2+18,5	30,8	10,2+20,6
Y_6	80,5	84,6	84,7-0,1	84,6	84,7-0,2	81,9	84,7-2,8
Y_7	8,8	9,3	9,3+0	9,3	9,3+0	12,3	9,3+3
Y_8	45,1	79,6	47,5+32,1	79,6	47,5+32,2	87,3	47,5+39,8

Rod. – rodiklis, St. – stebima reikšmė, T – tikslas, R – radialinis poslinkis, NR – neradialinis poslinkis.

Toliau nagrinėjami Portugalijos siektini tikslai, atitinkantys laisvumo parametro σ reikšmes 0,1, 0,5, 0,9 ir 1. Gauti rezultatai pateikti 4.5 lentelėje. Kai taikomi ARI tipo svorių apribojimai (4.5 formulė), radialinis poslinkis gali būti atliktas taip, kad siektinas taškas atsiras už efektyvumo fronto ribos (dėl svorių apribojimų generuojamas neleistinas sprendinys), tada neradialinis poslinkis atitinkamai bus tokio dydžio, kad pasiektų tašką ant efektyvumo fronto. Tokiu atveju gaunamas neigiamas neradialinis poslinkis. Pavyzdžiui, kai $\sigma = 0,1$ (žiūrėti 4.5 lentelėje), dviejų rodiklių (Y_3 ir Y_6) neradialinis poslinkis yra neigiamas, t. y. nustatytas šių rodiklių siektinas tikslas yra už efektyvumo fronto ribos.

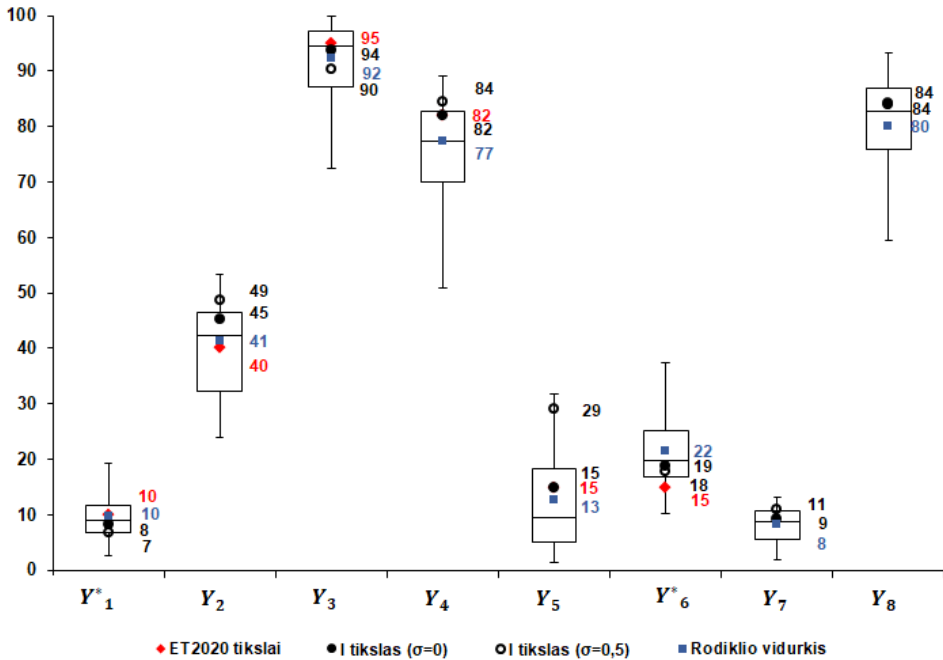
Modelyje, kai yra visiškas svorių lankstumas ($\sigma = 0$), visi siektini Portugalijos tikslai yra didesni nei esamos Portugalijos rodiklių reikšmės (žiūrėti 4.4 lentelėje), o esant fiksuotiesiems svoriams ($\sigma = 1$), kai kurių rodiklių siektinos reikšmės tampa mažesnės nei esamos (žiūrėti 4.5 lentelę). Tarkim, Portugalijos atveju matome, kad, esant fiksuotiesiems svoriams, tik viena šalis (Šveicarija) gali būti naudojama kaip artimiausia kaimynė (žiūrėti 4.3 lentelę). Tokiu atveju, jeigu tos šalies kurio nors rodiklio reikšmė yra prasta (pavyzdžiui, rodiklio Y_3 reikšmė Šveicarijos atveju – žiūrėti A.2 priedų lentelėje), neefektyviai veikiančios šalies (Portugalijos) siektinas tikslas bus

mažesnis nei esama rodiklio reikšmė (šiuo atveju rodiklio Y_3 siektinas tikslas Portugalijai nustatomas 81,3, o esama Portugalijos rodiklio Y_3 reikšmė yra lygi 93,6). Tai parodo, kad DEA modelis su fiksuotaisiais svoriais gali būti netinkamas siektiniams tikslams nustatyti.

Jeigu taikomas DEA modelis su daliniu svorių lankstumu ($\sigma = 0,5$), Portugalijai artimiausios efektyviai veikiančios šalys Europos kontekste yra Danija, Nyderlandų Karalystė ir Šveicarija (žiūrėti 4.3 lentelėje). Tačiau Šveicarijos gali būti atsisakyta nustatant rodiklio Y_3 Portugalijos tikslą, nes jos rodiklio Y_3 reikšmė yra mažesnė nei Portugalijos, atitinkamai gali būti atsisakyta Danijos, nustatant Portugalijos rodiklio Y_6 tikslą.

Apibendrinant galima teigti, DEA modelyje įvedus svorių apribojimus, sumažėja efektyviai veikiančių šalių, kurios gali tapti artimiausiomis kaimynėmis neefektyviai veikiančioms šalims. Fiksuotųjų svorių priskyrimo trūkumas yra tas, kad neefektyviai veikiančioms šalims nustatoma tik viena šalis kaip artimiausia kaimynė, tokiu atveju siektini neefektyviai veikiančių šalių tikslai gali būti nustatomi mažesni nei esamos rodiklių reikšmės konkrečioje šalyje. Taikant dalinį svorių lankstumą, gali būti pasiektas kompromisas, nustatant šalims artimiausias kaimynes ir siektinus tikslus, t. y. efektyviai veikiančios šalys (artimiausios kaimynės), kurių rodiklių reikšmės yra mažesnės nei neefektyviai veikiančios šalies, gali būti atmestos, sudarant neefektyviai veikiančios šalies siektinus tikslus. Tokiu atveju, esant daliniam svorių lankstumui, atsižvelgiama į neefektyviai veikiančios šalies kontekstą ir nustatoma būtent tai šaliai artimiausi kaimynai, o ne viena šalis visoms neefektyviai veikiančioms šalims, kaip nutinka esant fiksuotiesiems svoriams.

Jeigu grįžtume prie ET2020 tikslų (Y_1 – Y_6 rodikliai) ir analizuotume juos kaip šalių vidurkį (žiūrėti 4.4 paveikslą), matome, kad dviejų rodiklių (Y_1 ir Y_2) tikslai 2015 metais buvo pasiekti. Jeigu lygintume Europos Komisijos nustatytus tikslus (ET2020) ir tikslus, gautus, taikant optimizavimo metodus (DEA modelis, kai $\sigma = 0$, ir DEA modelis, kai $\sigma = 0,5$), matome, kad ET2020 tikslai yra nesubalansuoti, analizuojant 2015 m. duomenis, t. y. kai kurių rodiklių ET2020 tikslai yra nustatyti pernelyg aukšti (Y_3 ir Y_6), o kitų pernelyg žemi (Y_1 , Y_2). Tai parodo, kad DEA modelis galėtų būti naudinga



4.4 pav.: ET2020 tikslai, DEA rezultatas, kai $\sigma = 0$ ir $\sigma = 0,5$ bei rodiklių šalių vidurkis (2015 m.).

priemonė ES strategijai kurti ir siektiniams tikslams nustatyti, remiantis esamu ES šalių pasiekimų lygiu.

4.6 Apibendrinimas

Šiame skyriuje, siekiant užtikrinti pakankamą DEA modelio skiriamąją gebą ir visų rodiklių įtraukimą į modelį, buvo įtraukti svorių apribojimai. Modeliavimo alternatyvų palyginimas buvo pradėtas nuo vienodų absoliučiuju svorių ir gauta, kad skaičiuojant sudėtinį rodiklį kaip alternatyvą tradiciniam SAW modeliui gali būti naudojamas DEA modelis, nes šių dviejų modeliavimo alternatyvų agregavimo rezultatas yra identiškas.

Kadangi visiems rodikliams taikant vienodus absoliučiuosius svorius nėra atsižvelgiama į specifines kiekvienos šalies švietimo sistemos savybes ir

ignoruojamas konkrečios šalies rodiklio svarbos lygmuo, t. y. DEA modelis praranda savo privalumus, toliau buvo pereita prie ARI tipo svorių apribojimų. Analizuojant DEA modelių su vienodais absoliučiaisiais svoriais ir DEA modelių su ARI tipo svorių apribojimais panašumą, gauta, kad jie yra panašūs, vadinasi, sudėtiniam rodikliui skaičiuoti gali būti naudojamas DEA modelis su ARI svorių apribojimais ir galima pereiti nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių.

Šiame darbe ištyrus perėjimą nuo fiksuotųjų svorių prie lanksčiųjų (toks perėjimas mokslinėje literatūroje iki šiol nebuvo analizuotas), buvo pasiūlyta nauja svorių apribojimų formuluotė, kurią taikant kartu su DEA modeliu realizuojamas laipsniškas perėjimas nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių, išsprendžiama DEA modelio nepakankamos skiriamosios gebos problema ir užtikrinamas visų rodiklių įtraukimas į skaičiuojamą sudėtinį rodiklį. Laipsniškam perėjimui nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių realizuoti buvo pasiūlyta (4.9) svorio lankstumo išraiška, kur laisvumo parametras σ kinta intervale $[0; 1]$, kai $\sigma = 1$, turime 100 proc. fiksuotuosius svorius, kai $\sigma = 0$, gauname DEA modelį be svorių apribojimų (100 proc. lankstieji svoriai), kuo σ mažesnis, tuo turime didesnę svorių apribojimų lankstumą.

Remiantis atlikto eksperimentinio tyrimo rezultatais, šiame skyriuje parodyta, kad DEA metodas yra bendresnio pobūdžio (galima atlikti fiksuotųjų ir lanksčiųjų svorių priskyrimą), galima naudoti skirtingų skalių rodiklius (nėra būtinas duomenų normalizavimas), pateikiamas santykinis veiklos vertinimo rodiklis (gaunamas ne tik sistemų rangavimas, bet ir papildoma informacija, kuri gali būti naudojama sistemos veiklai gerinti).

Siekiant detaliai parodyti, kokia informacija gali būti gauta neefektyviai veikiančių šalių švietimo sistemoms gerinti, buvo išnagrinėtas Portugalijos pavyzdys ir parodyta, kad, taikant dalinį svorių lankstumą, gali būti pasiektas kompromisas, nustatant šalims artimiausius kaimynus ir siektinus tikslus, t. y. efektyviai veikiančios šalys (artimiausios kaimynės), kurių rodiklių reikšmės yra mažesnės nei neefektyviai veikiančios šalies, gali būti atmestos, sudarant neefektyviai veikiančios šalies siektinus tikslus. Tokiu atveju, esant daliniam svorių lankstumui, atsižvelgiama į neefektyviai veikiančios šalies kontekstą ir nustatoma būtent tai šaliai artimiausios

kaimynės, o ne viena šalis visoms neefektyviai veikiančioms šalims, kaip nutinka esant fiksuotiesiems svoriams.

Taip pat šiame skyriuje parodyta, kad analizuojant ET2020 tikslus kaip šalių vidurki, DEA modelis gali būti naudinga priemonė ES strategijai kurti ir siektiniams tikslams nustatyti, remiantis esamu ES šalių pasiekimų lygiu. Be to, DEA modelis gali būti priemonė, nustatant siektinus tikslus ateityje ne tik švietimo srityje, bet ir kitose srityse.

Apibendrinant gautas praktines išvagas apie Europos šalių švietimo sistemų efektyvumą, taikant DEA modelį kartu su naujai pasiūlyta svorių apribojimų formuluote, galima teigti, kad tarp visų vertinamų Europos šalių yra grupė šalių (Šveicarija, Švedija, Danija ir Suomija), kurių švietimo sistemos veikia efektyviai, nepaisant laisvumo laipsnio, suteikto kiekvienam iš rodiklių. Šių šalių švietimo sistemos buvo nustatytos kaip efektyviai veikiančios ir kituose lyginamosios analizės švietimo tyrimuose: Suomijos švietimo sistema buvo priskirta prie efektyviai veikiančių [9, 30, 52, 84, 149, 152] darbuose, Šveicarijos – [6, 9] darbuose, o Švedijos – [5] darbe.

Kitos grupės šalių (Čekija, Lenkija ir Lietuva) švietimo sistemų efektyvumas stipriai priklauso nuo svorių lankstumo, t. y. taikant griežtesnius svorių apribojimus iš efektyviai veikiančių švietimo sistemų tampa neefektyviai veikiančiomis, vadinasi, šių šalių švietimo sistemų aukštas efektyvumo lygis gaunamas suteikiant neproporcingai didelę reikšmę keliems iš nagrinėjamų rodiklių, kurių reikšmės yra itin aukštos tose šalyse. Taigi, šioms šalims sudėtingiau pasiekti rekomenduojamas visų rodiklių reikšmes (ET2020 tikslus). Yra dar viena grupė šalių (Rumunija, Bulgarija, Portugalija, Graikija, Italija, Vengrija, Ispanija, Slovakija), kurių švietimo sistemos veikia neefektyviai, nepriklausomai nuo suteikto laisvumo laipsnio, šioms šalims bus ypač sudėtinga pasiekti nustatytus tikslus (ET2020).

Norint vertinti ir stebėti Europos šalių švietimo sistemų efektyvumo kaitą skirtingu laiku, būsimuose moksliniuose tyrimuose reikėtų naudoti Malmkvisto (angl. *Malmquits*) indeksą. Kadangi rodiklių reikšmės svyruoja kiekvienais metais, todėl Malmkvisto indekso naudojimas švietimo sistemų efektyvumui vertinti per tam tikrą laiko tarpą užtikrintų patikimesnę ES šalių švietimo sistemų efektyvumo analizę ir suteiktų galimybę stebėti

švietimo sistemų efektyvumo konvergenciją ES šalyse.

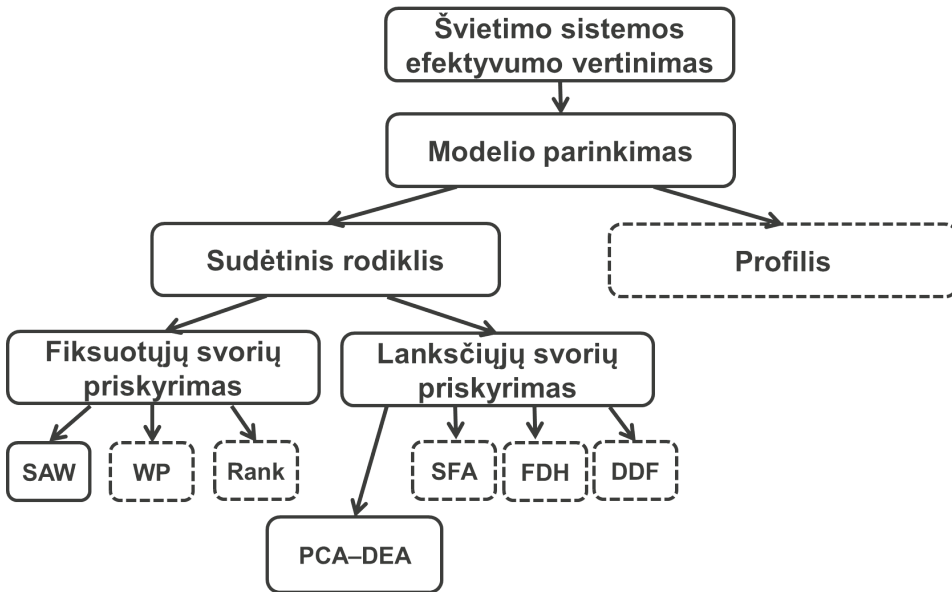
5. Duomenų dimensijos mažinimas prieš taikant DEA modelį

Alternatyvi DEA modelio skiriamosios gebos didinimo galimybė – duomenų sklaidos rodiklių erdvėje sumažinimas prieš taikant DEA metodą. Pagrindinių komponentių analizė (PCA) yra plačiai naudojamas metodas, siekiant sumažinti duomenų dimensiją įvairiuose uždaviniuose. Hibridinis PCA-DEA modelis atrodo patrauklus, nes nėra reikalaujama jokių išankstinių prielaidų dėl nagrinėjamų rodiklių santykio.

5.1 Hibridinis PCA-DEA modelis

Idėja sujungti PCA ir DEA buvo nepriklausomai pristatyta Ueda ir Hoshiai [157] bei Adler ir Golany [1, 2] darbuose. Jie įrodė, kad PCA taikymas gali pagerinti DEA modelio skiriamąją gebą, kai yra pakankamai daug rodiklių, lyginant su DMU skaičiumi, ir užtikrinti patikimą efektyvumo vertinimą mažose imtyse.

PCA-DEA modelio taikymą veiklai vertinti galima rasti vos keliolikoje darbų: aviacijos [1]; gamybos [18, 126]; logistikos [15, 43, 100]; ekologijos [106, 120]; žemdirbystės [64]; finansų [104]; sveikatos apsaugos [16]. Turismomis žiniomis, yra tik du darbai, kuriuose prieš taikant DEA modelį yra atliekamas duomenų dimensijos mažinimas, tai pradinis Adler ir Golany [2] tyrimas, kuriame buvo vertinami septynių universitetų padalinių veiklos rezultatai bei Cordero-Ferrera ir kt. [57] tyrimas, kuriame analizuojamas vieno iš Ispanijos regionų 80 mokyklų efektyvumas.



5.1 pav.: Hibridinis PCA-DEA modelis švietimo sistemos efektyvumui vertinti. *Punktyrine linija pažymėti blokai toliau darbe neanalizuojami.*

Siekiant pagerinti DEA modelio skiriamąją gebą ir sumažinti rodiklių priklausomybę, prieš taikant DEA modelį galima taikyti PCA (žiūrėti 5.1 paveikslą). Taikant PCA, koreliuotų rodiklių rinkinys transformuojamas į mažesnę rinkinį nekoreliuotų pagrindinių komponentių. Dažniausiai kelios pagrindinės komponentės (PK) išlaiko apie 80–90 proc. pradinių duomenų variacijos [139]. Pradinius rodiklius galima pakeisti pagrindinėmis komponentėmis minimaliai prarandant informacijos [1, 2].

Remiantis Hair ir kt. [90], tegul rezultatų vektorius $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_s)$ turi koreliacijų matricą $C = \{c_{kl}, k, l = 1, \dots, s\}$ su tikrinėmis reikšmėmis $\eta_1 \geq \eta_2 \geq \dots \geq \eta_s \geq 0$ ir tikriniais vektoriais (l_1, l_2, \dots, l_s) . Pagrindinės komponentės apibūdinamos tiesine kombinacija:

$$\begin{aligned}
PC_r &= l_r^t Y = l_{1r} Y_1 + l_{2r} Y_2 + \dots + l_{sr} Y_s, \\
Var(PC_r) &= l_r^t C l_r, \\
Corr(PC_r, PC_g) &= l_r^t C l_g,
\end{aligned} \tag{5.1}$$

čia $r = 1, \dots, s, g = 1, \dots, s, r \neq g, t$ – transponavimo operatorius (angl. *transpose operator*). Toliau naudojama d pirmųjų pagrindinių komponentių $PC_k = \{p_{kj}, k = 1, \dots, d, j = 1, \dots, n\}$.

Kadangi pagrindinių komponentių PC_k reikšmės gali būti neigiamos, todėl sumažinus duomenų dimensiją toliau turėtų būti taikomas DEA modelis, garantuojantis, kad neigiamų pagrindinių komponentių naudojimas DEA modelyje duotų tą patį optimalų sprendinį kaip ir toks pats modelis su transformuotomis teigiamomis pagrindinėmis komponentėmis. Šiame darbe naudojamas neorientuotas ADD-DEA modelis (3.13), kuris užtikrina invariantiškumą postūmio (žiūrėti 3.4.4 skyrių), kuris buvo naudotas [1] darbe, atžvilgiu.

Scheel (2001) [136], Seifordo ir Zhu (2002) [137], Liang ir kt. (2009) [106] darbuose naudojama tiesinė duomenų transformavimo procedūra, siekiant išvengti neigiamų pagrindinių komponentių:

$$\begin{aligned}
\tilde{p}_{kj} &= p_{kj} + q, \\
q &= -\min_{k,j} p_{kj} + 1.
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Šiame darbe vertinami veiklos rezultatai ir naudojami išteklių rodikliai lygūs konstantai, todėl naudojamas ADD-DEA modelis (3.15). Šį modelį galima perrašyti kaip hibridinį PCA-DEA modelį:

$$\begin{aligned}
 \max z_{jO} &= \sum_{k=1}^d s_k^+, & (5.3) \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j \tilde{p}_{kj} &= \tilde{p}_{kjO} + s_k^+, \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1, \\
 s_k^+ &\geq 0.
 \end{aligned}$$

Uždavinio (5.3) sprendinys z_j yra lygus L_1 – miesto kvartalų metrikai – atstumui nuo vertinamo DMU iki efektyvumo fronto. Jeigu vertinamos šalies švietimo sistema yra efektyvi, tai $z_j = 0$. Atitinkamai nenulinis atstumas yra neefektyvumo rodiklis, kuo šis atstumas didesnis, tuo vertinamos šalies švietimo sistema yra neefektyvesnė.

Atstumas z_j gali būti naudojamas kaip neefektyviai veikiančių šalių švietimo sistemų rangavimo kriterijus. Nenuliniai fiktyvūs kintamieji s^+ rodo galimą kiekvienos iš sudedamųjų dalių (pagrindinių komponentų) rezultatų trūkumą, t. y. galimą rezultatų padidinimą, kad neefektyviai veikiančios šalies švietimo sistema taptų efektyviai veikiančia.

5.2 Gautų rezultatų analizė

Kai turimų švietimo sistemos rodiklių skaičius yra palyginti didelis atsižvelgiant į vertinamų šalių skaičių, PCA taikymas prieš DEA yra racionalus pasirinkimas. Sujungus PCA ir DEA, bus ištirtas hibridinio PCA-DEA modelio taikymas švietimo sistemų efektyvumui vertinti 2013, 2014 ir 2015 metais. Hibridinio PCA-DEA modelio taikymas Europos šalių švietimo sistemų efektyvumui skaičiuoti realizuotas, naudojant R programą (*prin-*

5.1 lentelė: Variacijos dalis, kurią paaiškina pagrindinės komponentės.

	PK1	PK2	PK3	PK4	PK5	PK6	PK7	PK8
2013	46,31	26,00	10,42	7,12	6,15	2,14	1,37	0,48
2014	48,30	25,25	8,73	7,21	5,81	2,85	1,43	0,42
2015	46,16	24,34	11,66	7,26	6,06	2,79	1,30	0,43

comp funkcija, *MASS* ¹ *Benchmarking* ², *lpSolveAPI* ³, *lpSolve* ⁴ paketais). Turimiems rezultatų rodikliams (2013, 2014 ir 2015 metams) pritaikius PCA algoritmą, gauta, kad pirmosios keturios pagrindinės komponentės paaiškina apie 90 proc. dispersijos (žr. 5.1 lentelę), vadinasi, pirmosios keturios pagrindinės komponentės gana gerai atspindi pradinius duomenis.

Kaip matome iš 5.2 paveikslo, pagal pirmąją ir antrąją pagrindines koordinates visos Pareto optimalios šalys (pažymėtos rombu, žiūrėti 3.3 lentelėje), išskyrus Kroatiją, patenka į vieną (efektyviai veikiančių šalių) grupę.

Hibridiniame PCA-DEA modelyje (5.3) kaip rezultatų duomenys naudojami keturi tikriniai vektoriai, gauti PCA taikant pradiniam rezultatų rodikliams $\tilde{Y}_i, i = 1, \dots, 29$. Taikant šį modelį nėra gaunamas efektyvumo įvertis, vietoj jo vertinamų šalių švietimo sistemų efektyvumas įvertinamas kaip atstumas (z_j) nuo vertinamo DMU_{jO} iki efektyvumo fronto. Gautos kiekvienos šalies z_j reikšmės pateiktos 5.2 lentelėje.

Kaip matome, 2013 m. 8 šalių švietimo sistemos įvertintos kaip efektyviai veikiančios, 2014 m. – 10 šalių, 2015 m. – 11 šalių, t. y. $z_j = 0$. Nenulinis atstumas yra neefektyvumo rodiklis, kuris gali būti naudojamas kaip neefektyviai veikiančių šalių rangavimo kriterijus – kuo šis atstumas didesnis, tuo vertinama šalies švietimo sistema yra neefektyvesnė.

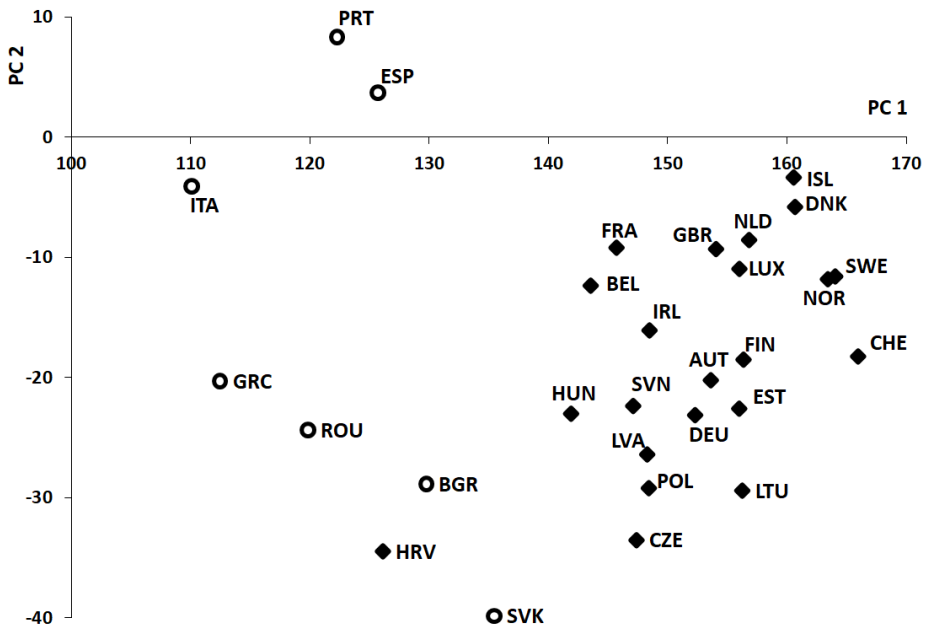
C.1, C.2 ir C.3 priedų lentelėse yra pateiktos z_j reikšmės ir kiekvienos iš keturių komponentių fiktyvūs kintamieji, gauti išsprendus tiesinio programavimo uždavinį (5.3). Nenuliniai fiktyvūs kintamieji rodo galimą ne-

¹<https://cran.r-project.org/web/packages/MASS/index.html>

²<https://cran.r-project.org/web/packages/Benchmarking/index.html>

³<https://cran.r-project.org/web/packages/lpSolveAPI/index.html>

⁴<https://cran.r-project.org/web/packages/lpSolve/index.html>



5.2 pav.: Pirma ir antra pagrindinės koordinatės (2015 metai). *Rombu pažymėtos Pareto optimalios šalys.*

efektyviai veikiančios šalies švietimo sistemos kiekvienos iš pagrindinių komponentų rezultatų trūkumą, t. y. galimą rezultatų padidinimą, kad šalies, kurios švietimo sistema veikia neefektyviai, sistema taptų efektyviai veikiančia.

5.3 Apibendrinimas

Kai turimų rodiklių yra neproporcingai daug palyginus su vertinamų šalių skaičiumi, duomenų dimensijos mažinimas prieš atliekant DEA gali padėti išspręsti DEA modelio skiriamosios gebos problemą. Iki šiol tik viename tyrime švietimo duomenims buvo taikomas PCA-DEA modelis, kitose srityse šis modelis taip pat retai taikomas. Šiame darbe, pritaikius hibridinį PCA-DEA modelį, skiriamoji DEA modelio geba padidėjo (vietoj dviejų trečdalių efektyviai veikiančių šalių gauta, kad trečdalis šalių švietimo sistemos yra

5.2 lentelė: Atstumas iki efektyvumo fronto.

Šalis	2013	2014	2015	Šalis	2013	2014	2015
PRT	0,0	0,0	0,0	FRA	10,7	14,5	13,7
ESP	0,0	0,0	0,0	LUX	3,8	9,4	14,0
GRC	0,0	0,0	0,0	BEL	17,0	17,7	15,6
ISL	0,0	0,0	0,0	POL	29,8	24,2	19,4
NOR	0,0	0,0	0,0	LVA	26,0	28,4	25,7
IRL	0,0	0,0	0,0	AUT	42,3	26,8	28,7
DNK	0,0	0,0	0,0	DEU	26,7	35,4	29,9
CHE	0,0	0,0	0,0	ITA	49,7	40,7	34,3
SWE	4,6	0,0	0,0	HUN	45,0	46,9	45,1
FIN	2,8	0,0	0,0	CZE	54,5	50,0	46,5
EST	11,8	10,6	0,0	HRV	77,5	50,0	53,9
NLD	0,0	9,0	2,4	SVK	73,5	69,0	69,2
GBR	7,4	9,3	4,6	BGR	72,4	68,8	72,4
SVN	31,6	15,4	11,6	ROU	82,8	79,1	79,8
LTU	0,0	0,0	13,1				

Pareto optimalios šalys, žiūrėti 5.2 lentelėje), tačiau išliko nepakankama analizuojamų Europos šalių švietimo sistemų rangavimui atlikti. Tikėtina, kad padidėjus rodiklių skaičiui, hibridinio PCA-DEA modelio skiriamoji geba padidėtų, lyginant su DEA modeliu, neatlikus duomenų dimensijos mažinimo.

Palyginę rezultatus, gautus taikant PCA-DEA modelį ir DEA modelį be apribojimų, matome, kad rezultatai yra gana panašūs – grafiškai atvaizdavus pirmą ir antrą komponentes gauta (žiūrėti 5.2 paveiksle), kad visos Pareto optimalios šalys, gautos, taikant DEA modelį be apribojimų, išskyrus Kroatiją, patenka į vieną efektyviai veikiančių šalių grupę. Analizuojant atstumą iki efektyvumo fronto, kaip neefektyvumo rodiklį, matyti, kad neefektyviausiai veikiančios švietimo sistemos 2015 m. yra Rumunijoje, Bulgarijoje, Slovakijoje, Kroatijoje, Čekijoje ir Vengrijoje (žiūrėti 5.2 lentelėje), keturių iš šių šalių švietimo sistemos yra priskiriamos neefektyviai veikiančioms, taikant DEA modelį be apribojimų (žiūrėti 3.3 lentelėje).

Norint gauti neefektyviai veikiančių šalių švietimo sistemų efektyvumo

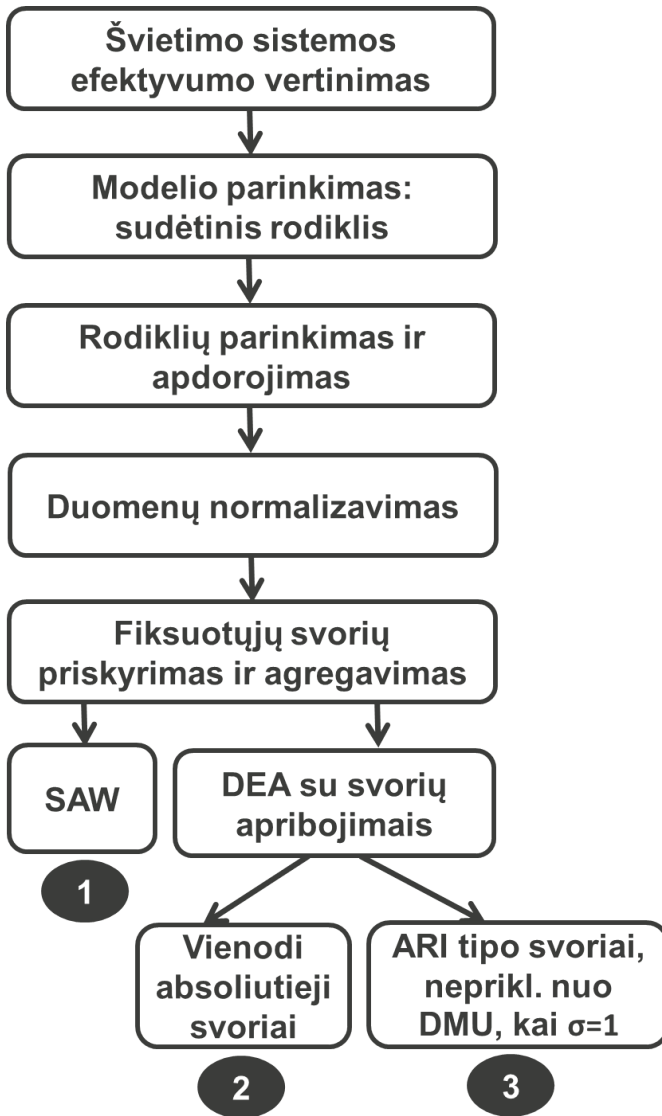
didinimo rekomendacijas, galima pereiti nuo gautų kiekvienos iš komponentės fiktyvių kintamųjų prie pradinių rodiklių fiktyvių kintamųjų, naudojant pagrindinių komponenčių svorius (angl. *loadings*). Tačiau taikant PCA atliekama tiesinė duomenų transformacija, todėl gali atsirasti „šešėlinis efektas“ (angl. *shadow effect*). Norint gauti tikslesnį vertinamo objekto vaizdą, galima taikyti netiesinės projekcijos metodus, pavyzdžiui, daugiamačių skalių (MDS, angl. *Multidimensional Scaling*) metodą [31, 171]. Ši patraukli DEA ir MDS sujungimo idėja yra nauja ir reikalaujanti išsamaus tyrimo, tačiau yra už šio darbo tyrimo objekto ribų.

6. Švietimo sistemų efektyvumo vertinimo metodika

Šiame darbe atlikus empirinį tyrimą, siūloma švietimo sistemų efektyvumo vertinimo metodika, paremta sudėtinio rodiklio skaičiavimu. Kaip jau buvo minėta 2.3 skyriuje, sudėtinio rodiklio skaičiavimas apima keturis etapus: pirmajame – atrenkami švietimo sistemos vertinimo rodikliai (daugiau apie tai 2.3.1 skyriuje), antrajame – atliekamas duomenų apdorojimas ir, jeigu reikia, normalizavimas (daugiau apie tai 2.3.2 skyriuje), trečiajame – svoriai priskiriami rodikliams, o ketvirtajame – agreguojama. Sviurių priskyrimas ir agregavimas priklauso nuo to, koks yra švietimo sistemos efektyvumo vertinimo tikslas.

Kai tikslas yra šalių rangavimas pagal švietimo sistemų efektyvumą, gali būti priskiriami fiksuotieji svoriai, t. y. šalims priskiriamas vienodas sviurių rinkinys. Tai realizuoti galima (žiūrėti 6.1 paveiksle) taikant: 1) SAW modelį (2.2) su vienodais svoriais, 2) DEA modelį (3.10) su vienodais absoliučiaisiais svoriais 4.6 arba 3) DEA modelį (3.10) su ARI tipo svoriais, nepriklausančiais nuo DMU (4.9), kai laisvumo parametras $\sigma = 1$. Visais atvejais atliekamas tiesinis agregavimas ir gaunamas identišką šalių rangavimas.

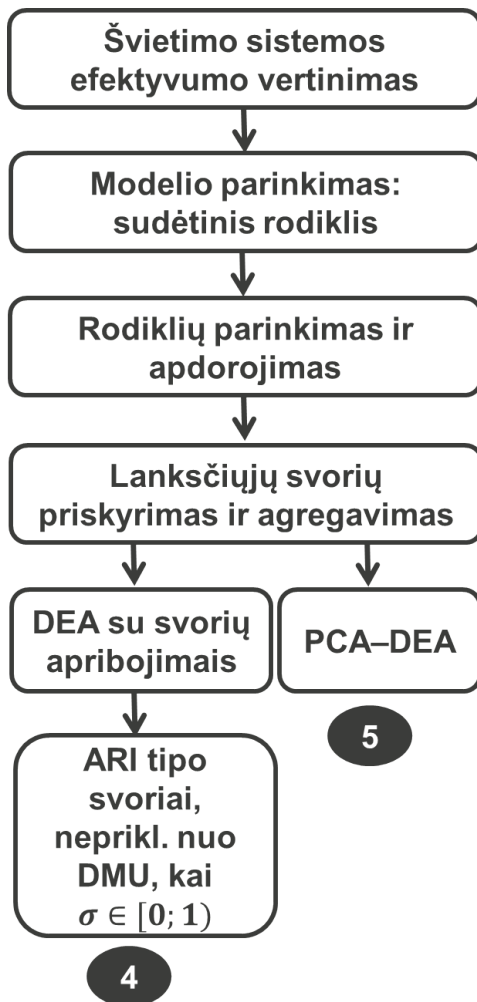
Kai tikslas yra ne tik šalių rangavimas, bet ir veiklos tobulinimas, turėtų būti atliekamas lanksčiųjų sviurių priskyrimas, t. y. suteikiama galimybė skirtingus rodiklio sviurus priskirti vertinamoms šalims, o rodiklio sviuriai konkrečiai šaliai apskaičiuojami iš stebėjimų duomenų naudojant optimizavimo metodus. Tai realizuoti galima (žiūrėti 6.2 paveiksle), taikant 4) DEA modelį (3.10) su ARI tipo svoriais, nepriklausančiais nuo DMU (4.9),



6.1 pav.: Švietimo sistemų vertinimo metodika, kai tikslas – šalių švietimo sistemų rangavimas.

kai laisvumo parametras $\sigma \in [0; 1)$. Laisvumo parametro σ parinkimas priklauso nuo turimų duomenų, kuo rezultatų rodiklių yra daugiau, palyginti su vertinamų šalių skaičiumi, tuo σ reikšmė turėtų būti didesnė, kad būtų užtikrinama pakankama modelio skiriamoji geba. Be to, parenkant laisvumo parametro σ reikšmę reikėtų atsižvelgti į neefektyviai veikiančių šalių švietimo sistemų artimiausių kaimynų ir siektinų tikslų nustatymo uždavinį ir parinkti tokią σ reikšmę, kad būtų galima atmesti efektyviai veikiančias šalis (artimiausias kaimynes), kurių rodiklių reikšmės yra mažesnės nei neefektyviai veikiančios šalies, ir liktų daugiau nei viena artimiausia kaimynė.

Jeigu turimų rodiklių yra neproporcingai daug, palyginti su vertinamų šalių skaičiumi, galima atlikti duomenų dimensijos mažinimą prieš taikant DEA ir taip išspręsti DEA modelio skiriamosios gebos problemą. Tai realizuoti galima (žiūrėti 6.2 paveiksle), taikant 5) hibridinį PCA-DEA modelį (5.3).



6.2 pav.: Švietimo sistemų vertinimo metodika, kai tikslas – šalių švietimo sistemų rangavimas ir veiklos tobulinimas.

7. Pagrindiniai rezultatai ir išvados

Nepaisant to, kad sudėtinių rodiklių skaičiavimas mokslinėje literatūroje dažnai naudojamas socialiniams ir ekonominiams reiškiniams kiekybiškai vertinti, švietimo procesams vertinti ir stebėti pasaulyje, buvo skaičiuoti vos keli sudėtiniai rodikliai, o Lietuvos švietimo sistema šiame kontekste nebuvo vertinta nė vieną kartą. Atlikus švietimo sistemų efektyvumo vertinimo tyrimų analizę, nustatyta, kad tik nedidelė dalis tyrimų atliekama šalies lygmeniu (kai DMU yra šalis), be to, dauguma tyrimų yra orientuoti tik į pradinį ugdymą, vidurinį ugdymą ar aukštąjį mokslą, o ne į visos švietimo sistemos efektyvumo vertinimą. Šiame darbe sukurtas naujas sudėtinis rodiklis Europos šalių švietimo sistemų efektyvumui vertinti, analizuojant visą švietimo sistemą, o ne atskirus jos posistemius, ir atliekant šalies lygmens analizę.

Skaičiuojant Europos šalių švietimo sistemų sudėtinius rodiklius, formaliai yra tenkinamos mokslinėje literatūroje pateiktos rodiklių (nagrinėjamu atveju išteklių rodiklių $m = 1$ ir rezultatų rodiklių $s = 8$) ir vertinamų DMU (nagrinėjamu atveju $n = 29$) skaičiaus santykio proporcijos ($n \geq 3(m \cdot s)$ ir $n \geq 3(m + s)$), tačiau DEA modelio skiriamoji geba yra nepakankama sudėtiniam rodikliui skaičiuoti ir šalių švietimo sistemoms ranguoti, t. y. atlikus eksperimentinį tyrimą gauta, kad daugiau nei dviejų trečdalių šalių švietimo sistemos yra Pareto optimalios (2013 m. – 18 šalių, 2014 ir 2015 m. – 20 šalių iš 29 analizuojamų šalių) ir jų sudėtiniai rodikliai yra lygūs vienui. Atlikus eksperimentinį tyrimą, buvo nustatyta, kad skaičiuojant Europos šalių švietimo sistemų efektyvumą, kai $n = 29$, maksimalus rezultatų rodiklių skaičius gali būti $s = 3$ arba išlaikoma rodiklių ir vertinamų šalių skaičiaus santykio proporcijos ($n \geq 6(m + s)$ arba $n \geq 8(m \cdot s)$), tik ta-

da užtikrinama pakankama DEA modelio skiriamoji geba Europos šalių švietimo sistemų rangavimui atlikti.

Kadangi DEA modelio skiriamoji geba yra nepakankama, sprendžiant Europos šalių švietimo sistemų efektyvumo vertinimo uždavinį. Be to, taikant DEA modelį sudėtiniais rodikliams skaičiuoti, gauta, kad didelė dalis svorių yra lygūs nuliui, vadinasi, dalis rodiklių yra ignoruojami skaičiuojant sudėtinį rodiklį, t. y. tie rodikliai, kurių svoriai yra lygūs nuliui, nėra įtraukiami į sudėtinio rodiklio skaičiavimą. Siekiant išspręsti DEA modelio nepakankamos skiriamosios gebos problemą ir užtikrinti visų rodiklių įtraukimą į sudėtinį rodiklį, būtina į DEA modelį įtraukti svorių apribojimus.

Siekiant išskirti Pareto optimalių šalių švietimo sistemas ir Europos šalių švietimo sistemų efektyvumą vertinti pagal visų atrinktų rezultatų rodiklius ($s = 8$), į DEA modelį buvo įtraukti svorių apribojimai ir gauta, kad, SAW modeliui su vienodais absoliučiaisiais svoriais naudojant normalizuotus duomenis, rezultatas (šalių rangai) yra lygiai toks pat kaip DEA modelio su vienodais absoliučiaisiais svoriais, naudojant normalizuotus duomenis. Remiantis gautais rezultatais, galima patvirtinti galimybę naudoti DEA modelį sudėtiniam rodikliui skaičiuoti kaip alternatyvą tradiciniam SAW modeliui. Taikant DEA modelį nebūtina iš anksto žinoti rodiklių svorių (jie suskaičiuojami iš duomenų), vertinamų šalių svoriai gali skirtis (atsižvelgiama į šalies kontekstą), nėra būtina normalizuoti duomenis, be to, gaunamas ne tik šalių švietimo sistemų rangavimas, bet ir papildoma informacija, kuri gali būti naudojama vertinamų švietimo sistemų veiklai tobulinti.

Kadangi visiems rodikliams taikant vienodus absoliučiuosius svorius DEA modelis praranda savo privalumus, buvo pereita prie ARI tipo svorių apribojimų. Atlikus empirinį tyrimą, gauta, kad taikant DEA modelį su vienodais absoliučiaisiais svoriais ir DEA modelį su ARI tipo svorių apribojimais, nepriklausančiais nuo DMU, suskaičiuoti sudėtiniai rodikliai stipriai koreliuoja (koreliacijos koeficientas lygus 0,942), vidurkiai yra panašūs (0,771 ir 0,779), o medianų skirtumas lygus nuliui (taikant Vilkoksono ženklų testą priklausomoms imtims nulinė hipotezė nėra atmetama, p reikšmė = 0,905), todėl galima pereiti prie DEA modelio su ARI svorių

apribojimais ir realizuoti perėjimą nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių (toks perėjimas mokslinėje literatūroje iki šiol nebuvo analizuotas).

Šiame darbe pasiūlyta nauja svorių apribojimų formuluotė, kurią taikant kartu su DEA modeliu yra realizuojamas laipsniškas perėjimas nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių, išsprendžiama DEA modelio nepakankamos skiriamosios gebos problema ir užtikrinamas visų rodiklių įtraukimas į skaičiuojamą sudėtinį rodiklį. Laipsniškam perėjimui nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių realizuoti buvo pasiūlyta nauja svorio lankstumo išraiška, kur laisvumo parametras σ kinta intervale $[0; 1]$, kai $\sigma = 1$, turime 100 proc. fiksuotuosius svorius, kai $\sigma = 0$, gauname DEA modelį be svorių apribojimų (100 proc. lankstieji svoriai), kuo σ mažesnis, tuo turime didesnę svorių apribojimų lankstumą. Darbe empiriškai pademonstruota, kad DEA modelio geba išskirti šalis didėja, didėjant laisvumo parametru σ .

Darbe parodyta, kad taikant dalinį svorių lankstumą, gali būti pasiektas kompromisas, nustatant šalims artimiausius kaimynus ir siektinus tikslus, t. y. efektyviai veikiančios šalys (artimiausios kaimynės), kurių rodiklių reikšmės yra mažesnės nei neefektyviai veikiančios šalies, gali būti atmetos, sudarant neefektyviai veikiančios šalies siektinus tikslus. Tokiu atveju, esant daliniam svorių lankstumui, atsižvelgiama į neefektyviai veikiančios šalies kontekstą ir nustatomos būtent tai šaliai artimiausios kaimynės, o ne viena šalis visoms neefektyviai veikiančioms šalims, kaip nutinka, esant fiksuotiesiems svoriams. Be to, analizuojant švietimo sistemos rodiklius kaip šalių vidurkį, DEA modelis gali būti naudinga priemonė ES strategijai kurti ir siektiniams tikslams nustatyti, remiantis esamu šalių pasiekimų lygiu.

Ištyrus hibridinio PCA-DEA modelio (iki šiol buvo taikytas tik viename tyrime švietimo duomenims), kaip alternatyvos DEA modelio svorių apribojimams, tinkamumą Europos šalių švietimo sistemų efektyvumui vertinti, gauta, kad skiriamoji DEA modelio geba padidėjo – vietoj dviejų trečdalių efektyviai veikiančių šalių gauta, kad trečdalis šalių švietimo sistemos yra Pareto optimalios sistemos (2013 m. vietoj efektyviai veikiančių 18 šalių gauta 8 efektyviai veikiančios šalys, 2014 m. vietoj 20 šalių – 10 šalių, 2015 m. vietoj 20 šalių – 11 šalių), tačiau išliko nepakankama analizuojamų Europos

šalių švietimo sistemų rangavimui atlikti. Remiantis atliktais tyrimais, buvo pasiūlyta švietimo sistemų vertinimo metodika.

Iš atliktų tyrimų galima daryti šias išvadas:

1. Skaičiuojant Europos šalių švietimo sistemų sudėtinius rodiklius, taikant DEA modelį, yra tenkinamos mokslinėje literatūroje pateiktos rodiklių ir vertinamų DMU skaičiaus santykio proporcijos, tačiau DEA modelio skiriamoji geba yra nepakankama sudėtiniam rodikliui skaičiuoti ir šalių švietimo sistemoms ranguoti. Be to, daliai rodiklių yra priskiriami nuliniai svoriai, todėl šie rodikliai nėra įtraukiami į sudėtinio rodiklio skaičiavimą. Siekiant išskirti Pareto optimalių šalių švietimo sistemas ir Europos šalių švietimo sistemų efektyvumą vertinti, atsižvelgiant į visus rodiklius, į DEA modelį turi būti įtraukti svorių apribojimai.
2. Gautas rezultatas (šalių rangai) yra identiškas, taikant SAW modelį su vienodais absoliučiaisiais svoriais ir DEA modelį su vienodais absoliučiaisiais svoriais, todėl galima patvirtinti galimybę naudoti DEA modelį sudėtiniam rodikliui skaičiuoti kaip alternatyvą tradiciniam SAW modeliui.
3. Taikant DEA modelį su vienodais absoliučiaisiais svoriais ir DEA modelį su ARI tipo svorių apribojimais, nepriklausančiais nuo DMU, suskaičiuoti sudėtiniai rodikliai yra labai panašūs, todėl galima teigti, kad sudėtiniam rodikliui skaičiuoti gali būti naudojamas DEA modelis su ARI svorių apribojimais ir realizuojamas perėjimas nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių.
4. Taikant DEA modelį su ARI tipo svorių apribojimais ir naujai pasiūlytu laisvumo parametru $\sigma \in [0; 1]$ galima laipsniškai pereiti nuo fiksuotųjų prie lanksčiųjų svorių, išsprendžiama DEA modelio nepakankamos skiriamosios gebos problema, užtikrinamas visų rodiklių įtraukimas į skaičiuojamą sudėtinį rodiklį ir gaunama papildoma informacija, kuri gali būti naudojama švietimo sistemai tobulinti.
5. Nepaisant to, kad hibridinio PCA-DEA modelio, kaip alternatyvos svorių apribojimams, skiriamoji geba yra didesnė nei DEA modelio,

vertinant Europos šalių švietimo sistemų efektyvumą, tačiau ji išliko nepakankama analizuojamų šalių rangavimui atlikti.

Literatūra

- [1] Nicole Adler and Boaz Golany. Evaluation of Deregulated Airline Networks Using Data Envelopment Analysis Combined with Principal Component Analysis with an Application to Western Europe. *European Journal of Operational Research*, 132(2):260–273, 2001.
- [2] Nicole Adler and Boaz Golany. Including Principal Component Weights to Improve Discrimination in Data Envelopment Analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 53(9):985–991, 2002.
- [3] Ruta Adlyte, Loreta Valanciene, and Rytis Krusinskas. Investment to technologies strengths and weaknesses: Lithuania in the context of eu. *Journal of Economics, Business and Management*, 3(6):633–638, 2015.
- [4] António Afonso and Miguel St Aubyn. Cross-country efficiency of secondary education provision: A semi-parametric analysis with non-discretionary inputs. *Economic modelling*, 23(3):476–491, 2006.
- [5] António Afonso and Miguel St Aubyn. Non-parametric approaches to education and health expenditure efficiency in oecd countries. 2004.
- [6] Tommaso Agasisti. Performances and spending efficiency in higher education: a european comparison through non-parametric approaches. *Education Economics*, 19(2):199–224, 2011.
- [7] Tommaso Agasisti. How competition affects schools' performances: Does specification matter? *Economics Letters*, 110(3):259–261, 2011.
- [8] Tommaso Agasisti. The efficiency of italian secondary schools and the potential role of competition: a data envelopment analysis using oecd-pisa2006 data. *Education Economics*, 21(5):520–544, 2013.
- [9] Tommaso Agasisti. The efficiency of public spending on education: an empirical comparison of eu countries. *European Journal of Education*, 49(4):543–557, 2014.

- [10] Tommaso Agasisti and Geraint Johnes. Beyond frontiers: comparing the efficiency of higher education decision-making units across more than one country. *Education Economics*, 17(1):59–79, 2009.
- [11] Tommaso Agasisti, Giuseppe Catalano, Paolo Landoni, and Roberto Verganti. Evaluating the performance of academic departments: an analysis of research-related output efficiency. *Research Evaluation*, 21(1):2–14, 2012.
- [12] Agha Iqbal Ali and Lawrence M Seiford. Translation Invariance in Data Envelopment Analysis. *Operations Research Letters*, 9(6):403–405, 1990.
- [13] Ričardas Ališauskas. Lietuvos švietimas: sėkmės įrodymų paieškos. *Pedagogy Studies/Pedagogika*, (95), 2009.
- [14] Robert Allen, Antreas Athanassopoulos, Robert G Dyson, and Emmanuel Thanassoulis. Weights restrictions and value judgements in data envelopment analysis: evolution, development and future directions. *Annals of operations research*, 73:13–34, 1997.
- [15] Milan Andrejić, Nebojša Bojović, and Milorad Kilibarda. Benchmarking Distribution Centres Using Principal Component Analysis and Data Envelopment Analysis: a Case Study of Serbia. *Expert Systems with Applications*, 40(10):3926–3933, 2013.
- [16] D Annapoorni and V Prakash. Measuring the Performance Efficiency of Hospitals: PCA-DEA Combined Model Approach. *Indian Journal of Science and Technology*, 9(S1), 2017.
- [17] Aleksander Aristovnik and Alka Obadić. Measuring relative efficiency of secondary education in selected eu and oecd countries: The case of slovenia and croatia. *Technological and Economic Development of Economy*, 20(3):419–433, 2014.
- [18] A Azadeh, SF Ghaderi, and V Ebrahimipour. An Integrated PCA DEA Framework for Assessment and Ranking of Manufacturing Systems Based on Equipment Performance. *Engineering Computations*, 24(4): 347–372, 2007.
- [19] Tomas Baležentis. Structural efficiency in lithuanian family farms. *Management Theory and Studies for Rural Business and Infrastructure Development*, 37(4):462–479, 2015.
- [20] Tomas Baležentis and Alvydas Baležentis. Application of the luenber-

- ger index to estimating dynamics of the total factor productivity in lithuanian family farms. *Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos*, 3(27):70–79, 2012.
- [21] Tomas Baležentis and Irena Kriščiukaitienė. Efficiency in the lithuanian agricultural sector: Applications of the non-parametric and parametric measures. 2013.
- [22] Tomas Baležentis, Asta Kantaravičienė, and Vytautas Kėdaitis. A non-parametric analysis of the credit union performance in lithuania. *Management Theory and Studies for Rural Business and Infrastructure Development*, 35(2):185–193, 2013.
- [23] Rajiv D Banker and Srikant M Datar. Sensitivity, precision, and linear aggregation of signals for performance evaluation. *Journal of Accounting Research*, pages 21–39, 1989.
- [24] Rajiv D Banker, Abraham Charnes, and William Wager Cooper. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30(9):1078–1092, 1984.
- [25] Rajiv D Banker, Surya Janakiraman, and Ram Natarajan. Analysis of trends in technical and allocative efficiency: An application to texas public school districts. *European Journal of operational research*, 154(2): 477–491, 2004.
- [26] Miroslav Beblavy, Anna-Elisabeth Thum, and Marcela Veselkova. Education Policy and Welfare Regimes in OECD Countries: Social Stratification and Equal Opportunity in Education. 2011.
- [27] Yiwen Bian. A Gram–Schmidt Process Based Approach for Improving DEA Discrimination in the Presence of Large Dimensionality of Data Set. *Expert Systems with Applications*, 39(3):3793–3799, 2012.
- [28] FJ Blancas, I Contreras, and JM Ramírez-Hurtado. Constructing a Composite Indicator with Multiplicative Aggregation Under the Objective of Ranking Alternatives. *Journal of the Operational Research Society*, 64(5):668–678, 2013.
- [29] Jonas Blonskis, Renata Burbaitė, and Valentina Dagienė. Informacinių technologijų valstybinio brandos egzamino praktinių užduočių ypatumai. *Informacijos mokslai*, 50, 2009.
- [30] Peter Bogetoft, Eskil Heinesen, and Torben Tranæs. The efficiency of educational production: A comparison of the nordic countries with

- other oecd countries. *Economic Modelling*, 50:310–321, 2015.
- [31] Ingwer Borg and P Groenen. Modern multidimensional scaling: theory and applications. *Journal of Educational Measurement*, 40(3):277–280, 2003.
- [32] William F Bowlin. Measuring performance: An introduction to data envelopment analysis (dea). *The Journal of Cost Analysis*, 15(2):3–27, 1998.
- [33] Simon Breakspear. The policy impact of pisa: An exploration of the normative effects of international benchmarking in school system performance. oecd education working papers, no. 71. *OECD Publishing (NJ1)*, 2012.
- [34] Shae Brennan, Carla Haelermans, and John Ruggiero. Nonparametric estimation of education productivity incorporating nondiscretionary inputs with an application to dutch schools. *European Journal of Operational Research*, 234(3):809–818, 2014.
- [35] Jan Burck, Franziska Marten, Christoph Bals, and Niklas Höhne. *The climate change performance index: Results 2015*. Germanwatch Berlin, 2014.
- [36] Nadeem A Burney, Jill Johnes, Mohammed Al-Enezi, and Marwa Al-Musallam. The efficiency of public schools: the case of kuwait. *Education Economics*, 21(4):360–379, 2013.
- [37] Josip Burušić, Toni Babarović, and Marija Šakić Velić. School Effectiveness: an Overview of Conceptual, Methodological and Empirical Foundations. In *School Effectiveness and Educational Management*, pages 5–26. Springer, 2016.
- [38] Felipe A Calabria, Ana S Camanho, and Andreia Zanella. The use of composite indicators to evaluate the performance of brazilian hydro-power plants. *International Transactions in Operational Research*, 25(4): 1323–1343, 2018.
- [39] A. Charnes, W.W. Cooper, Z.M. Huang, and D.B. Sun. Polyhedral Cone-Ratio DEA Models with Illustrative Application to Large Commercial Banks. *Journal of Econometrics*, 46:73 – 91, 1990.
- [40] Abraham Charnes, William Wager Cooper, and Edwardo Rhodes. Measuring the Efficiency of Decision-Making Units. *European Journal of Operational Research*, 3(4):339, 1979.

- [41] Abraham Charnes, William W Cooper, and Edwardo Rhodes. Evaluating program and managerial efficiency: an application of data envelopment analysis to program follow through. *Management science*, 27(6):668–697, 1981.
- [42] Abraham Charnes, William W Cooper, Boaz Golany, Larry Seiford, and J Stutz. Foundations of data envelopment analysis for pareto-koopmans efficient empirical production functions. *Journal of econometrics*, 30(1-2):91–107, 1985.
- [43] Jihong Chen, Zheng Wan, Fangwei Zhang, Nam-kyu Park, Xinhua He, and Weiyong Yin. Operational Efficiency Evaluation of Iron Ore Logistics at the Ports of Bohai Bay in China: Based on the PCA-DEA Model. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016, 2016.
- [44] Laurens Cherchye, Wim Moesen, and Tom Puyenbroeck. Legitimately diverse, yet comparable: on synthesizing social inclusion performance in the eu. *JCMS: Journal of Common Market Studies*, 42(5):919–955, 2004.
- [45] Laurens Cherchye, Willem Moesen, Nicky Rogge, and Tom Van Puyenbroeck. An introduction to ‘benefit of the doubt’ composite indicators. *Social indicators research*, 82(1):111–145, 2007.
- [46] Laurens Cherchye, Wim Moesen, Nicky Rogge, Tom Van Puyenbroeck, Michaela Saisana, Andrea Saltelli, Roman Liska, and Stefano Tarantola. Creating composite indicators with dea and robustness analysis: the case of the technology achievement index. *Journal of the Operational Research Society*, 59(2):239–251, 2008.
- [47] Remigijus Čiegis and Jolita Ramanauskienė. Integruotas darnaus vystymosi vertinimas: Lietuvos atvejis. *Management theory and studies for rural business and infrastructure development*, 2(26):39–50, 2011.
- [48] Remigijus Čiegis, Jolita Ramanauskienė, and Bronislovas Martinkus. The concept of sustainable development and its use for sustainability scenarios. *Engineering Economics*, 62(2), 2009.
- [49] Remigijus Čiegis, Jolita Ramanauskienė, and Grazina Startienė. Theoretical reasoning of the use of indicators and indices for sustainable development assessment. *Engineering Economics*, 63(4), 2009.
- [50] Alexandru Clain. Challenges in evaluating the eu’s lifelong learning policies. *International Journal of Lifelong Education*, 35(1):18–35, 2016.
- [51] Alexandru Clain. Overcoming barriers in lifelong learning: Moving

- towards et2020 goals. *Romanian Journal for Multidimensional Education*, 8(1), 2016.
- [52] Benedict Clements. How efficient is education spending in europe? *European Review of Economics and Finance*, 1(1):3–26, 2002.
- [53] Joint Research Centre-European Commission et al. *Handbook on constructing composite indicators: Methodology and user guide*. OECD publishing, 2008.
- [54] Wade D Cook and Moshe Kress. A data envelopment model for aggregating preference rankings. *Management Science*, 36(11):1302–1310, 1990.
- [55] William W Cooper, Lawrence M Seiford, and Kaoru Tone. *Data Envelopment analysis*. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [56] William W Cooper, Lawrence M Seiford, and Kaoru Tone. *Introduction to Data Envelopment Analysis and its Uses: with DEA-Solver Software and References*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [57] JM Cordero-Ferrera, Francisco Pedraja-Chaparro, and D Santín-González. Enhancing the inclusion of non-discretionary inputs in dea. *Journal of the Operational Research Society*, 61(4):574–584, 2010.
- [58] Valentina Dagienė, Lina Vinikienė, and Elena Sutkutė. Pagrindinio ugdymo lietuvių mokinių matematinių gebėjimų tyrimas. *Informacijos mokslai*, 79(79):17–29.
- [59] Pasquale De Muro, Matteo Mazziotta, and Adriano Pareto. Composite indices for multidimensional development and poverty: An application to mdg indicators. In *Wye City Group Meeting*, 2009.
- [60] Pasquale De Muro, Matteo Mazziotta, and Adriano Pareto. Composite indices of development and poverty: an application to mdgs. *Social indicators research*, 104(1):1–18, 2011.
- [61] Jacques Delors et al. Report to unesco on education for the 21st century-learning: The treasure within, 1996.
- [62] DK Despotis. Measuring human development via data envelopment analysis: the case of asia and the pacific. *Omega*, 33(5):385–390, 2005.
- [63] DK Despotis. A reassessment of the human development index via data envelopment analysis. *Journal of the operational research society*, 56(8):969–980, 2005.
- [64] Fengxia Dong, Paul D Mitchell, Deana Knuteson, Jeffery Wyman,

- AJ Bussan, and Shawn Conley. Assessing Sustainability and Improvements in US Midwestern Soy Bean Production Systems Using a PCA-DEA Approach. *Renewable Agriculture and Food Systems*, 31(6): 524–539, 2016.
- [65] Jolita Dudaitė. Mokinių matematikos pasiekimų priklausomybė nuo namų socio-educacinės aplinkos. In *Lietuvos matematikų draugijos XL-VI konferencijos mokslo darbai*, volume 45, pages 250–254. Matematikos ir informatikos institutas, 2005.
- [66] Jolita Dudaitė. Impact of socio-economic home environment on student learning achievement. *Independent Journal of Management & Production*, 7(3):854–871, 2016.
- [67] Robert G Dyson and Emmanuel Thanassoulis. Reducing weight flexibility in data envelopment analysis. *Journal of the operational research society*, 39(6):563–576, 1988.
- [68] Robert G Dyson, Emmanuel Thanassoulis, and Aziz Boussofiane. Data envelopment analysis. *Operational research tutorial papers*, pages 13–28, 1990.
- [69] Robert G Dyson, Rachel Allen, Ana S Camanho, Victor V Podinovski, Claudia S Sarrico, and Estelle A Shale. Pitfalls and Protocols in DEA. *European Journal of Operational Research*, 132(2):245–259, 2001.
- [70] Giedrė Dzemydaitė, Ignas Dzemyda, and Birutė Galinienė. The efficiency of regional innovation systems in new member states of the european union: a nonparametric dea approach. *Economics and business*, 28(1):83–89, 2016.
- [71] Aistė Elijio. Reading achievements in urban and rural communities: Comparative analysis of the equity in education. In *2nd IEA International Research Conference, Washington, DC*, 2006.
- [72] Aiste ELIJIO and Gediminas MURAUSKAS VU. Structural modelling of reading achievement for lithuanian students. *LMJ*, 45(2005):347–353, 2005.
- [73] John W Emerson, Angel Hsu, Marc A Levy, Alex de Sherbinin, Valentina Mara, Daniel C Esty, and Malanding Jaiteh. Environmental performance index and pilot trend environmental performance index. *New Haven: Yale Center for Environmental Law and Policy*, 2012.
- [74] Ali Emrouznejad and Estelle Shale. A Combined Neural Network

- and DEA for Measuring Efficiency of Large Scale Datasets. *Computers & Industrial Engineering*, 56(1):249–254, 2009.
- [75] Rolf Färe, Shawna Grosskopf, and Francesc Hernandez-Sancho. Environmental performance: an index number approach. *Resource and Energy economics*, 26(4):343–352, 2004.
- [76] Antoine Fischbach, Ulrich Keller, Franzis Preckel, and Martin Brunner. Pisa proficiency scores predict educational outcomes. *Learning and Individual Differences*, 24:63–72, 2013.
- [77] Sara Flisi, Valentina Goglio, and Elena Meroni. Monitoring the evolution of education and training systems: A guide to the joint assessment framework. *Joint Research Center. Publications Office of the European Union*, 2014.
- [78] Roberto Foa and Jeffery Tanner. Methodology of the indices of social development. Technical report, 2012.
- [79] Michael Freudenberg. Composite indicators of country performance. 2003.
- [80] Harold O Fried, CA Knox Lovell, and Shelton S Schmidt. *The Measurement of Productive efficiency and Productivity Growth*. Oxford University Press, 2008.
- [81] Andrés Fuentes Hutfilter. Raising education outcomes in Spain. Technical report, OECD Publishing, 2009.
- [82] Birutė Galinienė and Giedrė Dzemydaitė. Spatial data envelopment analysis method for the evaluation of regional infrastructure disparities. *Social Technologies*, 2(2):390–403, 2012.
- [83] Christelle Garrouste and Margarida Rodrigues. The employability of young graduates in Europe: Analysis of the et2020 benchmark. 2012.
- [84] Francesca Giambona, Erasmo Vassallo, and Elli Vassiliadis. Educational systems efficiency in European Union countries. *Studies in Educational Evaluation*, 37(2-3):108–122, 2011.
- [85] Mark S Gilthorpe. The importance of normalisation in the construction of deprivation indices. *Journal of Epidemiology & Community Health*, 49(Suppl 2):S45–S50, 1995.
- [86] Víctor Giménez, Diego Prior, and Claudio Thieme. Technical efficiency, managerial efficiency and objective-setting in the educational system: an international comparison. *Journal of the Operational Research*

- Society*, 58(8):996–1007, 2007.
- [87] Hariolf Grupp and Mary Ellen Moge. Indicators for national science and technology policy: how robust are composite indicators? *Research Policy*, 33(9):1373–1384, 2004.
- [88] Alicja Grześkowiak. Barriers of poles' participation in lifelong learning process—a multivariate analytical approach. *Journal of Educational and Social Research*, 4(4):21, 2014.
- [89] Carla Haeremans, Kristof De Witte, and Jos LT Blank. On the allocation of resources for secondary schools. *Economics of Education Review*, 31(5):575–586, 2012.
- [90] J. F. Hair, R. E. Anderson, R. L. Tatham, and W. C. Black. *Multivariate data analysis*. 1995.
- [91] Kajsa Yang Hansen, Monica Rosén, and Jan-Eric Gustafsson. Measures of self-reported reading resources, attitudes and activities based on latent variable modelling. In *Proceedings of the IRC*, volume 3, pages 65–79, 2004.
- [92] Eric A Hanushek and Javier A Luque. Efficiency and equity in schools around the world. *Economics of education Review*, 22(5):481–502, 2003.
- [93] Akihiro Hashimoto. A dea selection system for selective examinations. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 39(4):475–485, 1996.
- [94] Elke Hermans, Tom Brijs, Geert Wets, and Koen Vanhoof. Benchmarking Road Safety: Lessons to Learn from a Data Envelopment Analysis. *Accident Analysis & Prevention*, 41(1):174–182, 2009.
- [95] Isabel M Horta, Ana S Camanho, and Jorge Moreira Da Costa. Performance assessment of construction companies integrating key performance indicators and data envelopment analysis. *Journal of Construction Engineering and Management*, 136(5):581–594, 2009.
- [96] Bryony Hoskins, Fernando Cartwright, and Ulrich Schoof. *Making Lifelong Learning Tangible!: The ELLI Index Europe 2010*. Bertelsmann Stiftung, 2010.
- [97] Selim Jahan et al. Human development report 2015. 2015.
- [98] Ilona Jaržemskiene. Research into the methods of analysing the productivity indicators of transport terminals. *Transport*, 24(3):192–199, 2009.
- [99] Ilona Jaržemskienė. Applying the method of measuring airport pro-

- ductivity in the baltic region. *Transport*, 27(2):178–186, 2012.
- [100] Changbing Jiang and Peihua Fu. Evaluating Efficiency and Effectiveness of Logistics Infrastructure Based on PCA-DEA Approach in China. In *Intelligent Computation Technology and Automation, 2009. ICIC-TA'09. Second International Conference*, volume 3, pages 62–66. IEEE, 2009.
- [101] Jill Johnes. Measuring teaching efficiency in higher education: An application of data envelopment analysis to economics graduates from uk universities 1993. *European Journal of Operational Research*, 174(1):443–456, 2006.
- [102] Jill Johnes, Steve Bradley, and Allan Little. Efficiency in the further education sector in england. *Open Journal of Statistics*, 2(1):131–140, 2012.
- [103] Andrew L Johnson and John Ruggiero. Nonparametric measurement of productivity and efficiency in education. *Annals of Operations Research*, 221(1):197–210, 2014.
- [104] Dhanya Jothimani, Ravi Shankar, and Surendra S Yadav. A PCA-DEA Framework for Stock Selection in Indian Stock Market. *Journal of Modelling in Management*, 12(3):386–403, 2017.
- [105] Xiao-Bai Li and Gary R Reeves. A Multiple Criteria Approach to Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 115(3):507–517, 1999.
- [106] Liang Liang, Yongjun Li, and Shibing Li. Increasing the Discriminatory Power of DEA in the Presence of the Undesirable Outputs and Large Dimensionality of Data Sets with PCA. *Expert Systems with Applications*, 36(3):5895–5899, 2009.
- [107] John S Liu, Louis YY Lu, Wen-Min Lu, and Bruce JY Lin. A survey of dea applications. *Omega*, 41(5):893–902, 2013.
- [108] Steve Wenbin Liu, Wei Meng, and TQ Zhang. Incorporating Value Judgments in DEA. 2006.
- [109] Marlaine E Lockheed and Eric Hanushek. Concepts of educational efficiency and effectiveness. *Human Resources Development and Operations Policy Working Papers*, 24, 1994.
- [110] CA Knox Lovell and Jesús T Pastor. Units Invariant and Translation Invariant DEA Models. *Operations Research Letters*, 18(3):147–151,

- 1995.
- [111] Bernhard Mahlberg and Michael Obersteiner. Remeasuring the hdi by data envelopment analysis. 2001.
- [112] Emerson Mainardes, Helena Alves, and Mario Raposo. Using expectations and satisfaction to measure the frontiers of efficiency in public universities. *Tertiary Education and Management*, 20(4):339–353, 2014.
- [113] Wim Melyn and Willem Moesen. Towards a synthetic indicator of macroeconomic performance: unequal weighting when limited information is available. 1991.
- [114] Bernard Montoneri, Tyrone T Lin, Chia-Chi Lee, and Shio-Ling Huang. Application of data envelopment analysis on the indicators contributing to learning and teaching performance. *Teaching and Teacher Education*, 28(3):382–395, 2012.
- [115] Paulo Morais and Ana S Camanho. Evaluation of performance of european cities with the aim to promote quality of life improvements. *Omega*, 39(4):398–409, 2011.
- [116] Pilar Murias, José Carlos de Miguel, and David Rodríguez. A composite indicator for university quality assesment: The case of spanish higher education system. *Social Indicators Research*, 89(1):129–146, 2008.
- [117] Linn Renée Naper. Teacher hiring practices and educational efficiency. *Economics of Education Review*, 29(4):658–668, 2010.
- [118] Michela Nardo, Michaela Saisana, Andrea Saltelli, Stefano Tarantola, Anders Hoffman, and Enrico Giovannini. Handbook on constructing composite indicators. 2005.
- [119] Joanicjusz Nazarko and Jonas Šaparauskas. Application of dea method in efficiency evaluation of public higher education institutions. *Technological and Economic development of Economy*, 20(1):25–44, 2014.
- [120] Maria Nieswand, Astrid Cullmann, and Anne Neumann. Overcoming Data Limitations in Non-parametric Benchmarking: Applying PCA-DEA to Natural Gas Transmission. 2009.
- [121] Thomas R Nunamaker. Using Data Envelopment Analysis to Measure the Efficiency of Non-profit Organizations: A Critical Evaluation. *Managerial and Decision Economics*, 6(1):50–58, 1985.
- [122] Jesús T Pastor. Translation Invariance in Data Envelopment Analysis:

- A Generalization. *Annals of Operations Research*, 66(2):91–102, 1996.
- [123] Ismael Peña-López et al. Human development report 2001. making new technologies work for human development. 2001.
- [124] Victor V Podinovski and Emmanuel Thanassoulis. Improving Discrimination in Data Envelopment Analysis: Some Practical Suggestions. *Journal of Productivity Analysis*, 28(1-2):117–126, 2007.
- [125] VV Podinovski and AD Athanassopoulos. Assessing the relative efficiency of decision making units using dea models with weight restrictions. *Journal of the Operational Research Society*, 49(5):500–508, 1998.
- [126] Reet Põldaru, Jüri Roots, et al. Assessing the Performance of Milk Producer in Estonian Farms Using PCA-DEA Approach. *Production and Co-operation in Agriculture*, 2014.
- [127] MC Portela, AS Camanho, and A Keshvari. Assessing the evolution of school performance and value-added: trends over four years. *Journal of Productivity Analysis*, 39(1):1–14, 2013.
- [128] MCS Portela, Ana S Camanho, and Diogo Borges. Performance assessment of secondary schools: the snapshot of a country taken by dea. *Journal of the Operational Research Society*, 63(8):1098–1115, 2012.
- [129] R Prescott-Allen. Union internationale pour la conservation de la nature et de ses ressources.(2001). *The wellbeing of nations: a country-by-country index of quality of life and the environment*, 2001.
- [130] Asta Rudienė. Ryšys tarp iv klasės mokinių matematikos mokymosi rezultatų ir jų mokytojų profesinės kompetencijos. *Pedagogika*, 74: 59–66, 2004.
- [131] Michaela Saisana. The 2007 composite learning index: Robustness issues and critical assessment. *European Commission, JRC-IPSC, Italy*, 2008.
- [132] Julia Salzman. *Methodological choices encountered in the construction of composite indices of economic and social well-being*. Centre for the study of living standards, 2003.
- [133] André Sapir. Globalization and the reform of european social models. *JCMS: Journal of Common Market Studies*, 44(2):369–390, 2006.
- [134] Cláudia S Sarrico and RG Dyson. Restricting virtual weights in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 159(1):

- 17–34, 2004.
- [135] Cláudia S Sarrico, Maria J Rosa, and Inês P Coelho. The performance of portuguese secondary schools: An exploratory study. *Quality Assurance in Education*, 18(4):286–303, 2010.
- [136] Holger Scheel. Undesirable Outputs in Efficiency Valuations. *European Journal of Operational Research*, 132(2):400–410, 2001.
- [137] Lawrence M Seiford and Joe Zhu. Modeling Undesirable Factors in Efficiency Evaluation. *European Journal of Operational Research*, 142(1): 16–20, 2002.
- [138] Thomas R Sexton, Christie L Comunale, and Stephen C Gara. Efficiency-based funding for public four-year colleges and universities. *Education Finance and Policy*, 7(3):331–359, 2012.
- [139] Subhash Sharma and Subhash Sharma. Applied multivariate techniques. 1996.
- [140] Yongjun Shen, Elke Hermans, Tom Brijs, and Geert Wets. Data envelopment analysis for composite indicators: A multiple layer model. *Social Indicators Research*, 114(2):739–756, 2013.
- [141] M.C.A Silva and A.S. Camanho. Using Data Analytics to Benchmark Schools: the Case of Portugal. In Jan Vanthienen and Kristof De Witte, editors, *Analytics Applications in Education*, chapter 6, pages 129–192. Taylor and Francis, 2017.
- [142] Zilla Sinuany-Stern and Lea Friedman. Dea and the discriminant analysis of ratios for ranking units. *European Journal of Operational Research*, 111(3):470–478, 1998.
- [143] Amina Ahec Šonje, Milan Deskar-Škrbić, and Velimir Šonje. Efficiency of public expenditure on education: Comparing croatia with other nms. In *12th Annual International Technology, Education and Development Conference*, 2018.
- [144] Bertelsmann Stiftung. *The German Learning Atlas: Making lifelong learning tangible on a regional level*. Bertelsmann Stiftung, 2013.
- [145] Donald Storrie and Hans Bjurek. Benchmarking european labour market performance with efficiency frontier techniques. 2000.
- [146] Dovilė Stumbrienė and Audronė Jakaitienė. Švietimo duomenų tyryba: apžvalga ir tyrimų kryptys. *Lietuvos matematikos rinkinys: LMD darbai. Ser. B*, 56:41–45, 2015.

- [147] Dovilė Stumbrienė, Audronė Jakaitienė, and Rimantas Želvys. Švietimo sistemos stebėseną: Išteklių ir rezultatų indeksų sąveika. *Lithuanian Journal of Statistics*, 56(1), 2017.
- [148] Gabrielė Stupurienė, Lina Vinikienė, and Valentina Dagienė. Students' success in the bebras challenge in lithuania: focus on a long-term participation. In *International Conference on Informatics in Schools: Situation, Evolution, and Perspectives*, pages 78–89. Springer, 2016.
- [149] Douglas Sutherland, Robert Price, and Frédéric Gonand. Improving public spending efficiency in primary and secondary education. *OECD Journal: Economic Studies*, 2009(1):1–30, 2010.
- [150] Emmanuel Thanassoulis, Maria Conceição Portela, and Rachel Allen. Incorporating value judgments in dea. In *Handbook on data envelopment analysis*, pages 99–138. Springer, 2004.
- [151] Emmanuel Thanassoulis, Mika Kortelainen, Geraint Johnes, and Jill Johnes. Costs and efficiency of higher education institutions in england: a dea analysis. *Journal of the operational research society*, 62(7): 1282–1297, 2011.
- [152] Claudio Thieme, Víctor Giménez, and Diego Prior. A comparative analysis of the efficiency of national education systems. *Asia Pacific Education Review*, 13(1):1–15, 2012.
- [153] Russell G Thompson, FD Singleton Jr, Robert M Thrall, and Barton A Smith. Comparative Site Evaluations for Locating a High-Energy Physics Lab in Texas. *Interfaces*, 16(6):35–49, 1986.
- [154] Russell G Thompson, Larry N Langemeier, Chih-Tah Lee, Euntaik Lee, and Robert M Thrall. The Role of Multiplier Bounds in Efficiency Analysis with Application to Kansas Farming. *Journal of Econometrics*, 46(1-2):93–108, 1990.
- [155] Chris Tofallis. Add or multiply? a tutorial on ranking and choosing with multiple criteria. *INFORMS Transactions on Education*, 14(3): 109–119, 2014.
- [156] Chris Tofallis. On constructing a composite indicator with multiplicative aggregation and the avoidance of zero weights in dea. 2014.
- [157] Tohru Ueda and Yoko Hoshiai. Application of Principal Component Analysis for Parsimonious Summarization of DEA Inputs and/or Outputs. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 40(4):466–

- 478, 1997.
- [158] Salienė V. Dvyliktos klasės mokinių lietuvių kalbos žinių ir gebėjimų analizė.
- [159] Frans A Van Vught. *Youth, Education and the Labour Market*. European Commission, 2006.
- [160] Bernhard von Rosenbladt. Adult education and training in comparative perspective-indicators of participation and country profiles. *Statistics in Transition new series*, 11(3):38–75, 2010.
- [161] Kristof De Witte and Laura López-Torres. Efficiency in Education: a Review of Literature and a Way Forward. *Journal of the Operational Research Society*, 68(4):339–363, 2017.
- [162] Y-HB Wong and JE Beasley. Restricting weight flexibility in data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 41(9): 829–835, 1990.
- [163] Osman Zaim, Rolf Färe, and Shawna Grosskopf. An economic approach to achievement and improvement indexes. *Social Indicators Research*, 56(1):91–118, 2001.
- [164] L Žalimienė, R Lazutka, D Skučienė, J Aidukaitė, J Kazakevičiūtė, J Navickė, and V Ivaškaitė-Tamošiūnė. Socialinis teisingumas švietime: teorinė samprata ir praktinis vertinimas. *Vilnius: Švietimo aprūpinimo centras.*, 2011.
- [165] Andreia Zanella, AS Camanho, and Teresa Galvão Dias. Benchmarking countries' environmental performance. *Journal of the Operational Research Society*, 64(3):426–438, 2013.
- [166] Andreia Zanella, Ana S Camanho, and Teresa G Dias. Undesirable outputs and weighting schemes in composite indicators based on data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 245(2):517–530, 2015.
- [167] Rimantas Želvys. Mokyklų savarankiškumas ir ugdymo kokybė lietuvoje. *Pedagogika*, 114(2), 2014.
- [168] Rimantas Želvys, Audronė Jakaitienė, and Dovilė Stumbrienė. Moving Towards Different Educational Models of the Welfare State: Comparing the Education Systems of the Baltic Countries. *Filosofija. Sociologija*, 28(2):139–150, 2017.
- [169] Peng Zhou, BW Ang, and KL Poh. A mathematical programming

- approach to constructing composite indicators. *Ecological economics*, 62(2):291–297, 2007.
- [170] Peng Zhou, BW Ang, and DQ Zhou. Weighting and aggregation in composite indicator construction: A multiplicative optimization approach. *Social Indicators Research*, 96(1):169–181, 2010.
- [171] Antanas Žilinskas and Julius Žilinskas. Parallel hybrid algorithm for global optimization of problems occurring in mds-based visualization. *Computers & Mathematics with Applications*, 52(1-2):211–224, 2006.

A. Duomenų rinkiniai

A.1 lentelė: Duomenų rinkinys (2013 m.).

Šalis	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆	Y ₇	Y ₈
BEL	89,0	42,7	98,1	78,1	6,9	82,4	13,5	72,8
BGR	87,5	29,4	87,8	67,6	2,0	60,0	3,8	81,8
CZE	94,6	26,7	85,7	80,3	10,0	82,8	8,9	92,8
DNK	92,0	43,4	98,3	81,0	31,4	83,9	7,4	78,3
DEU	90,2	32,9	97,0	88,2	7,9	85,2	12,9	86,7
EST	90,3	42,5	90,4	75,8	12,6	91,8	11,9	90,6
IRL	91,6	52,6	98,1	72,4	7,6	87,5	10,9	76,7
GRC	89,9	34,9	76,9	39,6	3,2	72,1	3,8	67,2
ESP	76,4	42,3	97,1	55,9	11,4	80,8	6,1	55,5
FRA	90,3	44,0	100,0	74,7	17,8	80,0	11,2	75,0
HRV	95,5	25,6	71,4	53,8	3,1	78,0	5,3	81,3
ITA	83,2	22,5	98,7	48,3	6,2	79,0	7,6	58,2
LVA	90,2	40,7	94,1	77,6	6,8	83,6	5,5	89,4
LTU	93,7	51,3	86,5	74,7	5,9	78,9	5,5	93,4
LUX	93,9	52,5	99,4	77,1	14,6	77,1	9,4	80,5
HUN	88,1	32,3	94,5	73,4	3,2	78,1	6,9	82,5
NLD	90,7	43,2	99,5	83,9	17,9	86,0	13,6	75,8
AUT	92,5	27,1	93,9	89,5	14,1	82,0	9,2	83,0
POL	94,4	40,5	84,8	72,7	4,3	88,7	12,5	90,1
PRT	81,1	30,0	93,9	65,6	9,7	79,1	7,0	39,8
ROU	82,7	22,9	86,4	67,2	2,0	61,5	1,9	75,7
SVN	96,1	40,1	89,8	73,5	12,5	82,0	9,4	85,5
SVK	93,6	26,9	77,5	70,3	3,1	72,5	6,7	91,9
FIN	90,7	45,1	84,0	79,8	24,9	89,6	15,3	85,9
SWE	92,9	48,3	95,7	84,2	28,4	76,0	7,4	83,2
GBR	87,6	47,4	95,9	82,8	16,6	82,2	10,6	78,3
ISL	79,5	43,9	96,2	86,7	26,3	77,8	7,4	72,2
NOR	86,3	48,8	97,4	89,8	20,8	80,6	9,1	82,4
CHE	94,6	46,1	79,1	84,3	30,4	87,0	13,3	87,2

A.2 lentelė: Duomenų rinkinys (2014 m.).

Šalis	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆	Y ₇	Y ₈
BEL	90,2	43,8	98,1	77,4	7,4	80,2	11,4	73,6
BGR	87,1	30,9	89,3	65,4	2,1	59,5	3,6	81,1
CZE	94,5	28,2	86,4	81,3	9,6	78,5	8,5	93,2
DNK	92,2	44,9	98,1	82,3	31,9	85,2	8,4	79,6
DEU	90,5	31,4	97,4	88,4	8,0	83,2	11,7	86,9
EST	88,6	43,2	91,7	79,3	11,6	89,8	12,9	91,2
IRL	93,1	52,2	96,0	73,5	6,9	86,5	9,2	78,8
GRC	91,0	37,2	84,0	44,0	3,2	68,1	3,4	68,4
ESP	78,1	42,3	97,1	61,1	10,1	81,1	5,9	56,6
FRA	91,0	43,7	100,0	73,0	18,4	77,7	10,6	76,7
HRV	97,3	32,2	72,4	62,0	2,8	74,5	5,1	82,9
ITA	85,0	23,9	96,5	44,8	8,1	77,5	6,8	59,3
LVA	91,5	39,9	94,4	76,6	5,6	81,2	4,4	89,5
LTU	94,1	53,3	88,8	80,1	5,1	74,9	5,2	93,3
LUX	93,9	52,7	98,4	82,7	14,5	74,2	8,3	82,0
HUN	88,6	34,1	94,7	78,0	3,3	72,9	5,7	83,1
NLD	91,3	44,8	97,6	83,3	18,3	82,2	12,5	75,9
AUT	93,0	40,0	94,0	86,9	14,3	78,3	9,1	83,9
POL	94,6	42,1	87,1	75,2	4,0	84,0	9,2	90,5
PRT	82,6	31,3	93,5	66,7	9,6	80,5	8,8	43,3
ROU	81,9	25,0	86,4	65,9	1,5	60,9	2,0	72,8
SVN	95,6	41,0	89,4	70,0	12,1	84,6	11,0	85,7
SVK	93,3	26,9	77,4	72,7	3,1	69,8	5,0	91,0
FIN	90,5	45,3	83,6	77,0	25,1	88,0	13,2	86,5
SWE	93,3	49,9	95,9	84,5	29,2	79,7	9,6	83,7
GBR	88,2	47,7	98,2	82,3	16,3	80,9	10,2	79,2
ISL	80,9	46,4	96,2	89,0	26,3	76,3	6,9	73,6
NOR	88,3	52,1	97,2	86,1	20,1	83,1	10,3	82,7
CHE	94,6	49,2	80,6	87,3	31,7	81,9	12,3	88,0

A.3 lentelė: Duomenų rinkinys (2015 m.).

Šalis	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆	Y ₇	Y ₈
BEL	89,9	42,7	98,3	79,5	6,9	80,2	11,4	74,7
BGR	86,6	32,1	89,2	74,6	2,0	59,5	3,6	81,9
CZE	93,8	30,1	88,0	82,2	8,5	78,5	8,5	93,2
DNK	92,2	47,6	98,5	81,7	31,3	85,2	8,4	80,4
DEU	89,9	32,3	97,4	90,4	8,1	83,2	11,7	86,8
EST	87,8	45,3	91,9	80,4	12,4	89,8	12,9	88,7
IRL	93,2	53,8	97,7	77,9	6,5	86,5	9,2	81,1
GRC	92,1	40,4	80,5	45,2	3,3	68,1	3,4	70,4
ESP	80,0	40,9	97,7	65,2	9,9	81,1	5,9	57,4
FRA	90,8	45,0	100,0	72,4	18,6	77,7	10,6	77,5
HRV	97,2	30,8	73,8	62,9	3,1	74,5	5,1	83,1
ITA	85,3	25,3	96,2	48,5	7,3	77,5	6,8	59,9
LVA	90,1	41,3	95,0	78,8	5,7	81,2	4,4	90,1
LTU	94,5	57,6	90,8	82,1	5,8	74,9	5,2	93,5
LUX	90,7	52,3	96,6	84,7	18,0	74,2	8,3	76,0
HUN	88,4	34,3	95,3	80,4	7,1	72,9	5,7	83,2
NLD	91,8	46,3	97,6	88,2	18,9	82,2	12,5	76,4
AUT	92,7	38,7	94,8	86,9	14,4	78,3	9,1	84,6
POL	94,7	43,4	90,1	77,4	3,5	84,0	9,2	90,8
PRT	86,3	31,9	93,6	72,2	9,7	80,5	8,8	45,1
ROU	80,9	25,6	87,6	68,1	1,3	60,9	2,0	75,0
SVN	95,0	43,4	90,5	71,5	11,9	84,6	11,0	86,8
SVK	93,1	28,4	78,4	75,2	3,1	69,8	5,0	91,4
FIN	90,8	45,5	83,6	75,5	25,4	88,0	13,2	87,7
SWE	93,0	50,2	95,0	85,9	29,4	79,7	9,6	84,3
GBR	89,2	47,9	100,0	85,7	15,7	80,9	10,2	79,7
ISL	81,2	47,1	97,6	92,0	28,1	76,3	6,9	75,0
NOR	89,8	50,9	97,3	90,9	20,1	83,1	10,3	82,7
CHE	94,8	49,3	81,3	84,6	30,8	81,9	12,3	87,3

A.4 lentelė: Normalizuotų duomenų rinkinys (2013 m.).

Šalis	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8
BEL	2,533	2,178	3,392	3,160	0,545	3,135	3,435	2,759
BGR	2,231	0,745	2,084	2,298	0,001	0,001	0,563	3,511
CZE	3,658	0,454	1,817	3,340	0,890	3,191	2,073	4,431
DNK	3,135	2,254	3,417	3,398	3,267	3,345	1,629	3,219
DEU	2,774	1,122	3,252	3,988	0,656	3,527	3,257	3,921
EST	2,794	2,157	2,414	2,971	1,178	4,450	2,961	4,247
IRL	3,055	3,245	3,392	2,692	0,623	3,848	2,665	3,085
GRC	2,713	1,338	0,699	0,001	0,134	1,694	0,563	2,291
ESP	0,001	2,135	3,265	1,338	1,045	2,911	1,244	1,313
FRA	2,794	2,318	3,633	2,881	1,756	2,799	2,754	2,943
HRV	3,838	0,335	0,001	1,166	0,123	2,519	1,007	3,470
ITA	1,367	0,001	3,468	0,715	0,468	2,659	1,688	1,539
LVA	2,774	1,963	2,884	3,119	0,534	3,303	1,067	4,147
LTU	3,477	3,105	1,919	2,881	0,434	2,645	1,067	4,481
LUX	3,517	3,235	3,557	3,078	1,401	2,393	2,221	3,403
HUN	2,352	1,057	2,935	2,774	0,134	2,533	1,481	3,570
NLD	2,874	2,232	3,570	3,635	1,767	3,639	3,464	3,010
AUT	3,236	0,497	2,858	4,095	1,345	3,079	2,162	3,612
POL	3,617	1,941	1,703	2,717	0,256	4,016	3,139	4,205
PRT	0,945	0,809	2,858	2,134	0,856	2,673	1,511	0,001
ROU	1,267	0,044	1,906	2,265	0,001	0,211	0,001	3,002
SVN	3,959	1,898	2,338	2,782	1,167	3,079	2,221	3,821
SVK	3,457	0,475	0,776	2,520	0,123	1,750	1,422	4,356
FIN	2,874	2,437	1,601	3,299	2,545	4,142	3,967	3,854
SWE	3,316	2,782	3,087	3,660	2,933	2,240	1,629	3,628
GBR	2,251	2,685	3,112	3,545	1,623	3,107	2,576	3,219
ISL	0,624	2,308	3,150	3,865	2,700	2,491	1,629	2,709
NOR	1,990	2,836	3,303	4,120	2,089	2,883	2,132	3,562
CHE	3,658	2,545	0,979	3,668	3,155	3,779	3,375	3,963

A.5 lentelė: Normalizuotų duomenų rinkinys (2014 m.).

Šalis	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8
BEL	2,576	2,265	3,641	2,892	0,638	2,895	3,009	2,650
BGR	1,916	0,797	2,395	1,853	0,066	0,001	0,529	3,306
CZE	3,491	0,490	1,984	3,229	0,876	2,662	2,089	4,364
DNK	3,001	2,390	3,641	3,316	3,285	3,593	2,048	3,175
DEU	2,640	0,854	3,542	3,844	0,703	3,314	3,118	3,813
EST	2,235	2,197	2,735	3,056	1,092	4,236	3,496	4,189
IRL	3,193	3,221	3,344	2,554	0,584	3,776	2,308	3,105
GRC	2,746	1,514	1,644	0,001	0,185	1,197	0,444	2,195
ESP	0,001	2,094	3,500	1,481	0,930	3,019	1,259	1,164
FRA	2,746	2,254	3,911	2,511	1,827	2,539	2,771	2,921
HRV	4,086	0,945	0,001	1,559	0,141	2,094	1,008	3,463
ITA	1,469	0,001	3,415	0,070	0,714	2,519	1,527	1,400
LVA	2,852	1,821	3,117	2,823	0,444	3,036	0,786	4,040
LTU	3,406	3,346	2,324	3,125	0,390	2,155	1,026	4,372
LUX	3,363	3,278	3,684	3,351	1,406	2,058	2,035	3,384
HUN	2,235	1,161	3,160	2,944	0,195	1,866	1,180	3,481
NLD	2,810	2,379	3,571	3,402	1,816	3,177	3,363	2,851
AUT	3,172	1,833	3,061	3,714	1,384	2,627	2,290	3,550
POL	3,512	2,072	2,083	2,701	0,271	3,433	2,324	4,127
PRT	0,959	0,843	2,990	1,966	0,876	2,942	2,179	0,001
ROU	0,810	0,126	1,984	1,896	0,001	0,197	0,001	2,580
SVN	3,725	1,946	2,409	2,251	1,146	3,508	2,884	3,708
SVK	3,235	0,342	0,709	2,485	0,174	1,442	0,955	4,171
FIN	2,640	2,436	1,587	2,857	2,551	3,981	3,599	3,778
SWE	3,235	2,959	3,330	3,506	2,994	2,824	2,443	3,533
GBR	2,150	2,709	3,656	3,316	1,600	2,999	2,638	3,140
ISL	0,597	2,561	3,443	3,896	2,680	2,351	1,573	2,650
NOR	2,171	3,209	3,514	3,645	2,011	3,301	2,656	3,446
CHE	3,512	2,879	1,163	3,749	3,264	3,136	3,289	3,909

A.6 lentelė: Normalizuotų duomenų rinkinys (2015 m.).

Šalis	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8
BEL	2,295	1,967	3,522	3,057	0,605	2,897	3,012	2,689
BGR	1,530	0,769	2,214	2,621	0,077	0,001	0,514	3,343
CZE	3,198	0,543	2,042	3,298	0,778	2,659	2,083	4,369
DNK	2,828	2,521	3,551	3,254	3,237	3,596	2,051	3,207
DEU	2,295	0,792	3,393	4,029	0,735	3,316	3,108	3,788
EST	1,808	2,261	2,602	3,138	1,198	4,24	3,493	3,960
IRL	3,059	3,221	3,436	2,915	0,562	3,778	2,307	3,270
GRC	2,804	1,707	0,964	0,001	0,217	1,204	0,449	2,299
ESP	0,001	1,764	3,436	1,783	0,929	3,023	1,25	1,118
FRA	2,503	2,227	3,766	2,425	1,867	2,547	2,756	2,943
HRV	3,986	0,622	0,001	1,578	0,195	2,099	0,994	3,452
ITA	1,229	0,001	3,22	0,295	0,648	2,519	1,539	1,345
LVA	2,341	1,809	3,048	2,995	0,476	3,037	0,770	4,088
LTU	3,361	3,65	2,444	3,289	0,486	2,155	1,026	4,396
LUX	2,48	3,052	3,278	3,521	1,802	2,057	2,019	2,807
HUN	1,947	1,018	3,091	3,138	0,627	1,876	1,186	3,461
NLD	2,735	2,374	3,421	3,833	1,900	3,177	3,364	2,843
AUT	2,943	1,515	3,019	3,717	1,414	2,631	2,275	3,588
POL	3,407	2,046	2,344	2,870	0,238	3,428	2,307	4,151
PRT	1,461	0,747	2,847	2,407	0,907	2,939	2,179	0,001
ROU	0,21	0,035	1,984	2,042	0,001	0,197	0,001	2,716
SVN	3,476	2,046	2,401	2,345	1,144	3,512	2,884	3,788
SVK	3,036	0,351	0,662	2,674	0,195	1,442	0,962	4,206
FIN	2,503	2,283	1,409	2,701	2,601	3,988	3,589	3,870
SWE	3,013	2,814	3,048	3,628	3,032	2,827	2,435	3,561
GBR	2,133	2,554	3,766	3,610	1,554	2,995	2,628	3,143
ISL	0,279	2,464	3,421	4,171	2,892	2,351	1,571	2,716
NOR	2,272	2,893	3,378	4,073	2,029	3,302	2,660	3,416
CHE	3,430	2,713	1,079	3,512	3,183	3,135	3,300	3,833

B. DEA modelio rezultatai

B.1 lentelė: Europos šalių švietimo sistemų sudėtinis rodiklis, šalių rangas ir svoriai (2013 m.).

Šalis	I_{2013}^{DEA}	R	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
BEL	0,988	21	0	0,007	0,004	0	0	0	0,025	0
BGR	0,939	27	0,004	0	0,004	0	0	0	0	0,004
CZE	1	1	0	0	0,002	0,000	0,003	0	0	0,008
DNK	1	1	0	0	0,010	0	0,001	0	0	0
DEU	1	1	0,007	0	0,002	0,001	0	0	0,003	0
EST	1	1	0	0	0	0	0	0	0,007	0,010
IRL	1	1	0,007	0,003	0	0	0	0,002	0	0
GRC	0,936	28	0,011	0	0	0	0	0	0	0
ESP	0,973	24	0	0	0,010	0	0	0,001	0	0
FRA	1	1	0	0	0,010	0	0	0	0,002	0
HRV	0,994	19	0,010	0	0	0	0	0	0	0
ITA	0,987	22	0	0	0,010	0	0	0,001	0	0
LVA	1	1	0,004	0	0,003	0	0	0,001	0	0,003
LTU	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0,011
LUX	1	1	0,009	0,002	0	0	0	0	0	0
HUN	0,968	25	0	0	0,008	0	0	0	0	0,003
NLD	1	1	0,008	0	0,002	0	0,002	0	0,004	0
AUT	1	1	0,001	0	0	0,006	0,001	0	0	0,004
POL	1	1	0,008	0	0,001	0	0	0	0,009	0
PRT	0,942	26	0	0	0,010	0	0	0,001	0	0
ROU	0,894	29	0,004	0	0,004	0	0	0	0	0,004
SVN	1	1	0,010	0	0	0	0,001	0	0	0
SVK	0,990	20	0,004	0	0	0	0	0	0	0,006
FIN	1	1	0,008	0	0,001	0	0	0	0,012	0
SWE	1	1	0	0	0,007	0	0,001	0	0	0,004
GBR	0,984	23	0,002	0,007	0,001	0,003	0	0	0,010	0
ISL	1	1	0	0	0,001	0,007	0,005	0,002	0	0
NOR	1	1	0	0,001	0,008	0,001	0,001	0	0	0
CHE	1	1	0,008	0	0	0	0	0	0,001	0,002

B.2 lentelė: Europos šalių švietimo sistemų sudėtinis rodiklis, šalių rangas ir svoriai (2014 m.).

Šalis	I_{2014}^{DEA}	R	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
BEL	0,995	21	0	0	0,008	0	0	0,003	0,003	0
BGR	0,936	28	0,004	0	0,004	0	0	0	0	0,003
CZE	1	1	0	0	0	0	0,002	0,001	0	0,009
DNK	1	1	0,007	0	0,003	0	0	0,001	0,003	0
DEU	1	1	0	0	0,009	0,001	0	0	0,005	0
EST	1	1	0	0	0,002	0,003	0,002	0,005	0,010	0
IRL	1	1	0,002	0,003	0	0,002	0	0,006	0	0
GRC	0,951	27	0,010	0	0,001	0	0	0	0	0
ESP	0,983	23	0	0	0,009	0	0	0,002	0	0
FRA	1	1	0,006	0	0,004	0	0,001	0	0,004	0
HRV	1	1	0,010	0	0	0,001	0	0	0	0
ITA	0,970	24	0	0	0,009	0	0	0,002	0	0
LVA	1	1	0	0,001	0,005	0	0	0	0	0,005
LTU	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0,011
LUX	1	1	0,009	0,003	0	0	0	0	0,001	0
HUN	0,970	25	0,004	0	0,004	0	0	0	0	0,003
NLD	1	1	0,006	0	0,001	0	0	0,001	0,015	0,001
AUT	1	1	0,007	0	0,001	0,002	0	0,001	0	0
POL	1	1	0,005	0,001	0	0	0	0,005	0	0,001
PRT	0,954	26	0	0	0,008	0	0	0,003	0,003	0
ROU	0,879	29	0,001	0	0,009	0	0	0	0	0,002
SVN	1	1	0,010	0	0	0	0	0	0,008	0
SVK	0,985	22	0,008	0	0	0	0	0	0	0,002
FIN	1	1	0	0	0	0,005	0	0,001	0,040	0
SWE	1	1	0	0	0,006	0	0,007	0	0,025	0
GBR	1	1	0	0,001	0,008	0,001	0	0	0,002	0
ISL	1	1	0	0	0,003	0,007	0,002	0	0,009	0
NOR	1	1	0	0,018	0	0	0,002	0	0	0
CHE	1	1	0,010	0,001	0	0	0	0	0	0

B.3 lentelė: Europos šalių švietimo sistemų sudėtiniai rodikliai, šalių rangas ir svoriai (2015 m.).

Šalis	I_{2015}^{DEA}	R	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
BEL	0,992	21	0	0	0,008	0	0	0,001	0,008	0
BGR	0,937	28	0,004	0	0,005	0	0	0	0	0,002
CZE	1	1	0,007	0	0	0	0	0	0,002	0,003
DNK	1	1	0	0	0,003	0	0,007	0	0	0,006
DEU	1	1	0,006	0	0,001	0,004	0	0	0,002	0,000
EST	1	1	0	0	0	0	0	0	0,046	0,004
IRL	1	1	0,005	0	0	0	0	0,006	0	0
GRC	0,961	26	0,010	0	0,001	0	0	0	0	0
ESP	0,983	23	0	0	0,008	0	0	0,003	0	0
FRA	1	1	0,003	0	0,006	0	0	0,002	0,003	0
HRV	1	1	0,008	0	0	0	0	0	0	0,002
ITA	0,962	25	0	0	0,010	0	0	0	0	0
LVA	1	1	0,002	0	0,005	0	0	0	0	0,004
LTU	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0,011
LUX	1	1	0	0,008	0,005	0	0	0	0,004	0
HUN	0,976	24	0,004	0	0,005	0	0	0	0	0,002
NLD	1	1	0	0,003	0	0,003	0	0	0,048	0
AUT	1	1	0,006	0	0	0,005	0	0	0	0
POL	1	1	0,008	0	0,001	0,001	0	0	0,001	0
PRT	0,952	27	0	0	0,006	0	0	0,005	0,005	0
ROU	0,893	29	0,003	0	0,007	0	0	0	0	0,002
SVN	1	1	0,008	0	0	0	0	0,002	0	0,001
SVK	0,984	22	0,009	0	0	0	0	0	0	0,002
FIN	1	1	0	0	0	0	0,002	0	0,017	0,008
SWE	1	1	0,004	0	0,001	0,007	0,002	0	0	0
GBR	1	1	0,003	0	0,005	0,001	0	0	0	0,002
ISL	1	1	0,003	0	0	0,007	0,002	0	0	0
NOR	1	1	0	0,005	0,007	0	0,001	0	0	0
CHE	1	1	0,009	0,001	0	0	0	0,001	0	0

B.4 lentelė: Sudėtinio rodiklio rezultatai, kintant rezultatų rodikliams (2015 m.): SC1, SC9-SC15.

Šalis	I_{SC1}^{DEA}	I_{SC9}^{DEA}	I_{SC10}^{DEA}	I_{SC11}^{DEA}	I_{SC12}^{DEA}	I_{SC13}^{DEA}	I_{SC14}^{DEA}	I_{SC15}^{DEA}
BEL	0,92	0,74	0,98	0,86	0,22	0,89	0,86	0,79
BGR	0,89	0,55	0,89	0,81	0,06	0,66	0,27	0,87
CZE	0,96	0,52	0,88	0,89	0,27	0,87	0,64	0,99
DNK	0,94	0,82	0,98	0,88	1	0,94	0,63	0,85
DEU	0,92	0,56	0,97	0,98	0,25	0,92	0,88	0,92
EST	0,90	0,78	0,91	0,87	0,39	1	0,97	0,94
IRL	0,95	0,93	0,97	0,84	0,20	0,96	0,69	0,86
GRC	0,94	0,70	0,80	0,49	0,10	0,75	0,25	0,75
ESP	0,82	0,71	0,97	0,70	0,31	0,90	0,44	0,61
FRA	0,93	0,78	1	0,78	0,59	0,86	0,80	0,82
HRV	1	0,53	0,73	0,68	0,09	0,82	0,38	0,88
ITA	0,87	0,43	0,96	0,52	0,23	0,86	0,51	0,64
LVA	0,92	0,71	0,95	0,85	0,18	0,90	0,33	0,96
LTU	0,97	1	0,90	0,89	0,18	0,83	0,39	1
LUX	0,93	0,90	0,96	0,92	0,57	0,82	0,62	0,81
HUN	0,90	0,59	0,95	0,87	0,22	0,81	0,43	0,88
NLD	0,94	0,80	0,97	0,95	0,60	0,91	0,94	0,81
AUT	0,95	0,67	0,94	0,94	0,46	0,87	0,68	0,90
POL	0,97	0,75	0,90	0,84	0,11	0,93	0,69	0,97
PRT	0,88	0,55	0,93	0,78	0,30	0,89	0,66	0,48
ROU	0,83	0,44	0,87	0,74	0,04	0,67	0,15	0,80
SVN	0,97	0,75	0,90	0,77	0,38	0,94	0,83	0,92
SVK	0,95	0,49	0,784	0,81	0,09	0,77	0,37	0,97
FIN	0,93	0,78	0,83	0,82	0,81	0,98	1	0,93
SWE	0,95	0,87	0,95	0,93	0,93	0,88	0,72	0,90
GBR	0,91	0,83	1	0,93	0,50	0,90	0,77	0,85
ISL	0,83	0,81	0,97	1	0,89	0,84	0,52	0,80
NOR	0,92	0,88	0,97	0,98	0,64	0,92	0,78	0,88
CHE	0,97	0,85	0,81	0,91	0,98	0,91	0,93	0,93
N^E	1	1	2	1	1	1	1	1

N^E - efektyviai veikiančių šalių skaičius. Sudaryti scenarijai: SC1 naudojamas rezultatų rodiklis Y_1 , SC9 - Y_2 , SC10 - Y_3 , SC11 - Y_4 , SC12 - Y_5 , SC13 - Y_6 , SC14 - Y_7 , SC15 - Y_8 .

B.5 lentelė: Sudėtinio rodiklio rezultatai, kintant rezultatų rodikliams (2015 m.): SC2, SC16-SC22.

Šalis	I_{SC2}^{DEA}	I_{SC16}^{DEA}	I_{SC17}^{DEA}	I_{SC18}^{DEA}	I_{SC19}^{DEA}	I_{SC20}^{DEA}	I_{SC21}^{DEA}	I_{SC22}^{DEA}
BEL	0,93	0,98	0,94	0,92	0,94	0,94	0,92	0,98
BGR	0,89	0,92	0,91	0,89	0,89	0,89	0,90	0,89
CZE	0,96	0,98	0,98	0,96	0,97	0,97	0,99	0,88
DNK	0,96	0,99	0,97	1	0,98	0,96	0,95	0,98
DEU	0,92	0,98	0,99	0,92	0,96	0,94	0,94	0,97
EST	0,92	0,94	0,93	0,91	1	0,97	0,94	0,92
IRL	0,98	1	0,97	0,96	1	0,97	0,96	1
GRC	0,95	0,96	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,81
ESP	0,83	0,97	0,83	0,82	0,90	0,82	0,82	0,97
FRA	0,95	1	0,94	0,94	0,94	0,95	0,93	1
HRV	1	1	1	1	1	1	1	0,73
ITA	0,87	0,96	0,87	0,88	0,90	0,88	0,87	0,96
LVA	0,93	0,96	0,94	0,92	0,95	0,92	0,96	0,95
LTU	1	0,99	0,99	0,97	0,97	0,97	1	1
LUX	0,95	0,98	0,97	0,94	0,94	0,94	0,93	0,98
HUN	0,91	0,96	0,93	0,91	0,91	0,91	0,92	0,95
NLD	0,96	0,99	0,99	0,95	0,96	0,98	0,94	0,97
AUT	0,96	0,98	0,99	0,96	0,96	0,96	0,965	0,94
POL	0,98	0,99	0,99	0,97	0,99	0,98	0,99	0,90
PRT	0,89	0,94	0,90	0,89	0,92	0,90	0,88	0,93
ROU	0,83	0,88	0,84	0,83	0,83	0,83	0,84	0,87
SVN	0,99	1	0,98	0,98	1	0,99	0,98	0,90
SVK	0,95	0,96	0,97	0,95	0,95	0,95	0,98	0,78
FIN	0,95	0,95	0,95	0,95	1	1	0,95	0,85
SWE	0,97	0,99	0,99	0,98	0,97	0,97	0,96	0,96
GBR	0,93	1	0,97	0,92	0,94	0,93	0,92	1
ISL	0,85	0,97	1	0,89	0,87	0,84	0,84	0,97
NOR	0,94	0,98	1	0,93	0,96	0,94	0,93	0,98
CHE	0,99	0,98	1	1	0,99	1	0,98	0,87
N^E	2	5	4	3	5	3	2	4

N^E - efektyviai veikiančių šalių skaičius. Sudaryti scenarijai: SC2 naudojami rezultatų rodikliai Y_1, Y_2 , SC16 - Y_1, Y_3 , SC17 - Y_1, Y_4 , SC18 - Y_1, Y_5 , SC19 - Y_1, Y_6 , SC20 - Y_1, Y_7 , SC21 - Y_1, Y_8 , SC22 - Y_2, Y_3 .

B.6 lentelė: Sudėtinio rodiklio rezultatai, kintant rezultatų rodikliams (2015 m.): SC23-SC32.

Šalis	I_{SC23}^{DEA}	I_{SC24}^{DEA}	I_{SC25}^{DEA}	I_{SC26}^{DEA}	I_{SC27}^{DEA}	I_{SC28}^{DEA}	I_{SC29}^{DEA}	I_{SC30}^{DEA}	I_{SC31}^{DEA}	I_{SC32}^{DEA}
BEL	0,86	0,75	0,90	0,89	0,79	0,98	0,98	0,98	0,99	0,98
BGR	0,81	0,55	0,67	0,56	0,87	0,892	0,89	0,89	0,89	0,92
CZE	0,89	0,55	0,87	0,65	0,99	0,89	0,88	0,90	0,88	0,99
DNK	0,91	1	0,96	0,89	0,85	0,98	1	1	0,98	0,99
DEU	0,98	0,58	0,92	0,88	0,92	0,99	0,97	0,98	0,98	1
EST	0,88	0,82	1	0,98	0,94	0,92	0,91	1	1	0,97
IRL	0,94	0,93	1	1	0,93	0,97	0,97	1	0,97	0,98
GRC	0,70	0,70	0,78	0,70	0,75	0,80	0,80	0,81	0,80	0,82
ESP	0,75	0,74	0,90	0,74	0,71	0,97	0,97	0,98	0,97	0,97
FRA	0,83	0,85	0,88	0,89	0,82	1	1	1	1	1
HRV	0,68	0,53	0,82	0,57	0,88	0,73	0,73	0,82	0,73	0,88
ITA	0,52	0,46	0,86	0,53	0,64	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
LVA	0,85	0,72	0,90	0,72	0,96	0,95	0,95	0,96	0,95	1
LTU	1	1	1	1	1	0,92	0,90	0,91	0,90	1
LUX	0,97	0,97	0,93	0,96	0,90	0,97	0,96	0,96	0,96	0,96
HUN	0,87	0,61	0,81	0,63	0,88	0,95	0,95	0,95	0,95	0,97
NLD	0,96	0,87	0,93	0,97	0,81	0,98	0,97	0,98	1	0,97
AUT	0,94	0,72	0,87	0,77	0,90	0,96	0,94	0,95	0,94	0,97
POL	0,85	0,75	0,93	0,84	0,97	0,90	0,90	0,95	0,90	0,98
PRT	0,78	0,58	0,89	0,68	0,55	0,93	0,93	0,94	0,93	0,93
ROU	0,74	0,44	0,67	0,44	0,80	0,87	0,87	0,87	0,87	0,89
SVN	0,81	0,79	0,94	0,88	0,92	0,90	0,90	0,95	0,92	0,95
SVK	0,81	0,49	0,77	0,53	0,97	0,817	0,78	0,80	0,78	0,97
FIN	0,85	0,89	0,98	1	0,93	0,84	0,84	0,98	1	0,93
SWE	0,96	1	0,92	0,95	0,90	0,96	0,96	0,95	0,95	0,97
GBR	0,94	0,88	0,92	0,93	0,85	1	1	1	1	1
ISL	1	0,94	0,88	0,85	0,81	1	0,98	0,976	0,97	0,97
NOR	1	0,96	0,95	0,98	0,88	0,99	0,97	0,98	0,97	0,98
CHE	0,94	1	0,94	1	0,93	0,91	0,98	0,91	0,93	0,93
N^E	3	4	3	4	1	3	3	5	5	5

N^E - efektyviai veikiančių šalių skaičius. Sudaryti scenarijai: SC23 nau-
dojami rezultatų rodikliai Y_2, Y_4 , SC24 - Y_2, Y_5 , SC25 - Y_2, Y_6 , SC26 - Y_2, Y_7 ,
SC27 - Y_2, Y_8 , SC28 - Y_3, Y_4 , SC29 - Y_3, Y_5 , SC30 - Y_3, Y_6 , SC31 - Y_3, Y_7 , SC32 -
 Y_3, Y_8 .

B.7 lentelė: Sudėtinio rodiklio rezultatai, kintant rezultatų rodikliams (2015 m.): SC33-SC42.

Šalis	I_{SC33}^{DEA}	I_{SC34}^{DEA}	I_{SC35}^{DEA}	I_{SC36}^{DEA}	I_{SC37}^{DEA}	I_{SC38}^{DEA}	I_{SC39}^{DEA}	I_{SC40}^{DEA}	I_{SC41}^{DEA}	I_{SC42}^{DEA}
BEL	0,86	0,92	0,90	0,87	0,89	0,86	0,80	0,89	0,89	0,86
BGR	0,81	0,81	0,81	0,88	0,66	0,27	0,87	0,66	0,87	0,87
CZE	0,89	0,92	0,90	0,99	0,87	0,64	1	0,87	1	1
DNK	1	0,97	0,89	0,91	1	1	1	0,94	0,94	0,87
DEU	0,98	0,99	1	1	0,92	0,88	0,93	0,92	0,963	0,96
EST	0,87	1	0,99	0,96	1	0,97	0,96	1	1	1
IRL	0,84	0,96	0,85	0,90	0,96	0,69	0,86	0,96	0,96	0,88
GRC	0,49	0,75	0,49	0,75	0,75	0,25	0,75	0,75	0,78	0,75
ESP	0,70	0,90	0,71	0,71	0,90	0,44	0,62	0,90	0,90	0,62
FRA	0,78	0,87	0,84	0,85	0,87	0,80	0,86	0,86	0,87	0,86
HRV	0,68	0,82	0,68	0,88	0,82	0,38	0,88	0,82	0,90	0,88
ITA	0,52	0,86	0,54	0,64	0,86	0,51	0,64	0,86	0,86	0,65
LVA	0,85	0,93	0,85	0,96	0,90	0,33	0,96	0,90	0,98	0,96
LTU	0,89	0,90	0,89	1	0,83	0,39	1	0,83	1	1
LUX	0,92	0,92	0,92	0,92	0,83	0,6482	0,84	0,82	0,84	0,82
HUN	0,87	0,88	0,87	0,92	0,81	0,4318	0,89	0,81	0,90	0,89
NLD	0,95	0,98	1	0,96	0,92	0,94	0,85	0,94	0,91	0,94
AUT	0,94	0,95	0,95	0,96	0,87	0,68	0,92	0,87	0,93	0,92
POL	0,84	0,94	0,85	0,97	0,93	0,69	0,97	0,93	0,99	0,98
PRT	0,78	0,89	0,79	0,78	0,89	0,66	0,49	0,89	0,89	0,66
ROU	0,74	0,74	0,74	0,81	0,67	0,15	0,80	0,67	0,80	0,80
SVN	0,77	0,94	0,86	0,92	0,94	0,83	0,94	0,94	0,96	0,96
SVK	0,81	0,83	0,81	0,97	0,77	0,37	0,97	0,77	0,97	0,97
FIN	0,85	0,98	1	0,93	1	1	0,98	1	0,98	1
SWE	0,98	0,95	0,94	0,96	0,93	0,94	0,96	0,88	0,93	0,92
GBR	0,93	0,96	0,94	0,94	0,90	0,77	0,87	0,90	0,90	0,88
ISL	1	1	1	1	0,89	0,89	0,90	0,84	0,84	0,80
NOR	0,98	1	1	0,99	0,93	0,78	0,92	0,92	0,93	0,91
CHE	1	0,963	0,97	0,97	0,98	1	1	0,93	0,96	0,98
N^E	3	3	5	3	3	3	4	2	3	4

N^E - efektyviai veikiančių šalių skaičius. Sudaryti scenarijai: SC33 naudojami rezultatų rodikliai Y_4, Y_5 , SC34 - Y_4, Y_6 , SC35 - Y_4, Y_7 , SC36 - Y_4, Y_8 , SC37 - Y_5, Y_6 , SC38 - Y_5, Y_7 , SC39 - Y_5, Y_8 , SC40 - Y_6, Y_7 , SC41 - Y_6, Y_8 , SC42 - Y_7, Y_8 .

B.8 lentelė: Sudėtinio rodiklio I^{DEA} reikšmės, esant skirtingoms $\sigma \in [0; 1]$ reikšmėms (2015 m.).

Šalis	$I_{\sigma=1}^{DEA}$	$I_{\sigma=0,9}^{DEA}$	$I_{\sigma=0,8}^{DEA}$	$I_{\sigma=0,7}^{DEA}$	$I_{\sigma=0,6}^{DEA}$	$I_{\sigma=0,5}^{DEA}$	$I_{\sigma=0,4}^{DEA}$	$I_{\sigma=0,3}^{DEA}$	$I_{\sigma=0,2}^{DEA}$	$I_{\sigma=0,1}^{DEA}$	$I_{\sigma=0}^{DEA}$
BEL	0,78	0,81	0,84	0,87	0,90	0,92	0,94	0,95	0,97	0,98	1
BGR	0,59	0,62	0,66	0,70	0,73	0,77	0,80	0,84	0,88	0,91	0,94
CZE	0,74	0,77	0,80	0,83	0,86	0,89	0,93	0,96	0,99	1	1
DNK	0,96	0,98	1	1	1	1	1	1	1	1	1
DEU	0,80	0,83	0,86	0,88	0,91	0,94	0,96	0,98	1	1	1
EST	0,87	0,89	0,91	0,93	0,95	0,97	0,99	1	1	1	1
IRL	0,79	0,82	0,85	0,88	0,91	0,94	0,97	0,99	1	1	1
GRC	0,57	0,61	0,64	0,68	0,71	0,75	0,79	0,83	0,88	0,93	0,96
ESP	0,68	0,72	0,76	0,79	0,81	0,84	0,87	0,90	0,93	0,96	0,98
FRA	0,86	0,89	0,91	0,93	0,95	0,97	0,98	0,99	1	1	1
HRV	0,61	0,65	0,68	0,72	0,76	0,80	0,84	0,88	0,93	0,98	1
ITA	0,62	0,66	0,70	0,73	0,77	0,80	0,83	0,87	0,90	0,94	0,96
LVA	0,70	0,73	0,77	0,80	0,83	0,87	0,90	0,94	0,98	1	1
LTU	0,75	0,79	0,83	0,87	0,91	0,95	0,99	1	1	1	1
LUX	0,85	0,87	0,90	0,92	0,94	0,96	0,97	0,99	1	1	1
HUN	0,69	0,73	0,76	0,79	0,82	0,84	0,87	0,90	0,93	0,96	0,98
NLD	0,91	0,93	0,95	0,97	0,99	1	1	1	1	1	1
AUT	0,82	0,84	0,87	0,89	0,91	0,92	0,94	0,95	0,97	0,99	1
POL	0,75	0,77	0,80	0,83	0,86	0,89	0,92	0,95	0,98	1	1
PRT	0,69	0,72	0,76	0,78	0,81	0,83	0,85	0,88	0,90	0,93	0,95
ROU	0,53	0,57	0,61	0,64	0,68	0,71	0,75	0,79	0,82	0,86	0,89
SVN	0,82	0,84	0,86	0,88	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	1	1
SVK	0,63	0,66	0,70	0,74	0,78	0,82	0,86	0,91	0,95	0,97	0,98
FIN	0,96	0,97	0,98	0,99	1	1	1	1	1	1	1
SWE	0,97	0,98	1	1	1	1	1	1	1	1	1
GBR	0,86	0,89	0,91	0,93	0,95	0,96	0,97	0,99	1	1	1
ISL	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	0,99	1	1	1	1	1
NOR	0,91	0,93	0,95	0,97	0,98	1	1	1	1	1	1
CHE	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

C. Hibridinio PCA-DEA modelio rezultatai

C.1 lentelė: PCA-DEA modelio rezultatai (2013 m.).

Šalis	Atstumas iki fronto	Fiktyvus kint. 1	Fiktyvus kint. 2	Fiktyvus kint. 3	Fiktyvus kint. 4
BEL	17,04	1,88	0,00	11,68	3,48
BGR	72,42	20,40	19,03	20,70	12,29
CZE	54,45	0,00	24,31	15,83	14,32
DNK	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
DEU	26,67	0,00	11,96	14,58	0,13
EST	11,83	0,00	11,68	0,00	0,15
IRL	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
GRC	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ESP	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
FRA	10,68	0,00	0,00	5,01	5,67
HRV	77,48	27,57	27,95	1,93	20,03
ITA	49,67	31,11	0,00	10,44	8,12
LVA	25,95	0,00	14,52	8,76	2,67
LTU	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
LUX	3,83	0,00	1,48	0,75	1,60
HUN	44,95	9,19	12,98	16,96	5,82
NLD	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
AUT	42,29	0,00	11,05	20,09	11,16
POL	29,82	0,26	20,63	2,48	6,45
PRT	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ROU	82,76	26,41	15,76	24,87	15,72
SVN	31,58	0,09	13,57	6,07	11,85
SVK	73,45	11,92	31,26	14,08	16,19
FIN	2,84	0,00	1,13	0,00	1,71
SWE	4,61	0,00	0,00	0,00	4,61
GBR	7,39	0,00	0,00	3,16	4,23
ISL	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
NOR	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CHE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

C.2 lentelė: PCA-DEA modelio rezultatai (2014 m.).

Šalis	Atstumas iki fronto	Fiktyvus kint. 1	Fiktyvus kint. 2	Fiktyvus kint. 3	Fiktyvus kint. 4
BEL	17,72	10,84	0,00	6,88	0,00
BGR	68,84	22,83	16,45	13,27	16,29
CZE	50,03	0,00	21,26	9,57	19,19
DNK	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
DEU	35,38	0,00	11,14	15,53	8,72
EST	10,59	0,00	9,86	0,00	0,73
IRL	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
GRC	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ESP	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
FRA	14,46	14,39	0,00	0,06	0,00
HRV	49,96	26,68	20,26	0,00	3,02
ITA	40,66	40,66	0,00	0,00	0,00
LVA	28,44	0,65	13,05	7,91	6,83
LTU	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
LUX	9,36	0,00	2,90	4,66	1,80
HUN	46,94	7,94	11,74	16,00	11,26
NLD	9,00	3,17	0,00	5,83	0,00
AUT	26,81	0,00	7,95	8,87	9,98
POL	24,17	0,00	16,53	1,16	6,48
PRT	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ROU	79,06	29,51	12,07	16,43	21,04
SVN	15,38	6,19	7,50	0,00	1,68
SVK	68,99	12,56	28,02	7,23	21,18
FIN	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
SWE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
GBR	9,28	6,88	0,00	2,36	0,03
ISL	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
NOR	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CHE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

C.3 lentelė: PCA-DEA modelio rezultatai (2015 m.).

Šalis	Atstumas iki fronto	Fiktyvus kint. 1	Fiktyvus kint. 2	Fiktyvus kint. 3	Fiktyvus kint. 4
BEL	15,56	5,23	0,00	10,34	0,00
BGR	72,41	30,91	23,08	16,68	1,74
CZE	46,49	9,98	24,95	11,56	0,00
DNK	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
DEU	29,86	0,14	10,39	19,33	0,00
EST	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
IRL	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
GRC	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ESP	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
FRA	13,72	11,05	0,09	2,58	0,00
HRV	53,91	31,91	22,00	0,00	0,00
ITA	34,31	33,98	0,00	0,32	0,00
LVA	25,72	3,19	12,85	9,68	0,00
LTU	13,13	0,00	13,13	0,00	0,00
LUX	13,96	4,75	1,92	7,29	0,00
HUN	45,13	14,93	13,96	16,24	0,00
NLD	2,41	0,00	0,00	2,41	0,00
AUT	28,65	3,88	11,74	13,04	0,00
POL	19,36	1,28	14,16	3,92	0,00
PRT	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ROU	79,84	40,82	18,56	17,44	3,02
SVN	11,63	4,90	6,72	0,00	0,00
SVK	69,22	25,22	34,04	8,71	1,25
FIN	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
SWE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
GBR	4,56	0,00	0,00	4,56	0,00
ISL	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
NOR	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CHE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Autorės publikacijų sąrašas disertacijos tema

Straipsniai periodiniuose recenzuojamuose leidiniuose:

1. Stumbrienė, D., Camanho, A. S., Jakaitienė, A. (). *The performance of education systems in the light of Europe 2020 strategy. Annals of Operations Research, (recenzuojamas)*. [WoS]
2. Jakaitienė, A., Žilinskas, A., Stumbrienė, D. (2018). Analysis of Education Systems Performance in European Countries by Means of PCA-DEA. *Informatics in Education*, 17(2), 245-263. [Emerging WoS]
3. Stumbrienė, D., Jakaitienė, A., Želvys, R. (2017). Švietimo sistemos stebėseną: išteklių ir rezultatų indeksų sąveika. *Lietuvos statistikos darbai*, 56(1).
4. Želvys R., Jakaitienė A., Stumbrienė D. (2017). Moving towards different educational models of the welfare state: comparing the education systems of the Baltic countries. *Filosofija. Sociologija*. ISSN 0235-7186. Nr.2. [WoS]

Trumpai apie autorę

Dovilė Stumbrienė informatikos bakalauro laipsnį įgijo Vilniaus universitete (2006 m.), statistikos magistro laipsnį – Vilniaus Gedimino technikos universitete (2008 m.). Pastarajame buvo paskelbta geriausia absolvente (*Geriausi techniškujų universitetų absolventai*). 2014–2018 m. – Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos instituto doktorantė, 2015–2018 m. tarybos narė. 2017 m. pagal Erasmus+ mainų programą penkis mėnesius stažavosi Porto universitete (Portugalija), dalyvavo dviejose doktorantų mokyklose Serbijoje ir Vengrijoje. Nuo 2015 m. Vilniaus universiteto jaunesnioji mokslo darbuotoja projektuose „Lietuvos švietimo sistemos būklės ir jos įtakos veiksnių modeliavimas“ ir „ES šalių švietimo sistemų efektyvumo ir našumo analizė naudojant antrinius didelės apimties duomenis“, nuo 2018 m. Vilniaus universiteto jaunesnioji lektorė.

Užrašams

Dovilė Stumbrienė

DUOMENŲ APGAUBTIES METODAS ŠVIETIMO SISTEMŲ EFEKTYVUMO ANALIZĖJE

Daktaro disertacija

Gamtos mokslai

Informatika N 009

Redaktorė Lina Šiurkienė

Vilniaus universiteto leidykla
Saulėtekio al. 9, III rūmai, 616-617 kab.,
LT-10222, Vilnius
El. p. info@leidykla.vu.lt,
www.leidykla.vu.lt
Tiražas 20 egz.