

VILNIAUS UNIVERSITETAS

MINDAUGAS LIOGYS

DARBŲ GRAFIKŲ SVEIKATOS PRIEŽIŪROS ĮSTAIGOSE  
OPTIMIZAVIMAS

Daktaro disertacija  
Technologijos mokslai,  
Informatikos inžinerija (07T)

Vilnius, 2013

Disertacija rengta 2008-2013 metais, Vilniaus universitete, Matematikos ir informatikos institute.

**Mokslinis vadovas:**

Prof. Habil. Dr. Antanas Žilinskas (Vilniaus universitetas, technologijos mokslai, informatikos inžinerija – 07 T).

## **Padėka**

Nuoširdžiai dėkoju darbo vadovui prof. habil. dr. A. Žilinskiui už vertingas mokslines konsultacijas, visokeriopą pagalbą ir kantrybę.

Dėkoju recenzentams habil. dr. prof. K. Kazlauskui ir doc. dr. O. Kurasovai už vertingus patarimus bei pasiūlymus, padėjusius tobulinti disertaciją.

Nuoširdžiai dėkoju žmonai ir dukrytei už jų paramą, moralinį palaikymą, kantrybę ir supratingumą.

*Mindaugas Liogys*

## **Reziumė**

Šioje disertacijoje nagrinėjamas sveikatos priežiūros įstaigos darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinys, kuris formuluojamas ir sprendžiamas, remiantis vienos didžiausių Lietuvos sveikatos priežiūros įstaigų, realiais duomenimis.

Disertacijoje apžvelgiami darbų grafikų optimizavimo uždaviniai bei jų sprendimo metodai, atlikta naujausių šaltinių, tiriančių panašius uždavinius, analizė.

Antrame skyriuje nagrinėjamas darbų grafikų optimizavimo uždavinys suformuluotas matematiškai. Pateikiamos dvi formuluotės: vienakriterio ir daugiakriterio optimizavimo uždavinio. Aprašomos sąlygos, kurias turi tenkinti sudaromasis darbų grafikas.

Trečiajame skyriuje nagrinėjami metodai, tiek vienakriteriams, tiek daugiakriteriams uždaviniams spręsti. Pasiūlytas naujas metodas, kuris efektyviau nei kiti nagrinėti metodai sprendžia šioje disertacijoje suformuluotą uždavinį.

Ketvirtame skyriuje pateikiami pasiūlyto metodo eksperimentinio tyrimo rezultatai. Pirmoje skyriaus dalyje analizuojami rezultatai gauti, sprendžiant vienakriterį optimizavimo uždavinį, o antroje dalyje – daugiakriterį optimizavimo uždavinį.

Disertacijos tyrimų rezultatai buvo pristatyti respublikinėje konferencijoje ir trijose tarptautinėse konferencijose bei publikuoti trijuose mokslo žurnaluose.

## **Abstract**

In this dissertation nurse rostering problem is investigated. The formulation of the problem is based on real-world data of one of the largest healthcare centers in Lithuania.

Most recent publications that tackle the nurse rostering problem and the methods for solving the nurse rostering problem are reviewed in this dissertation.

The mathematical formulation of the single objective and the multi-objective nurse rostering problem is presented and the requirements for the roster are described in the second chapter.

In the third chapter, the methods for solving the single objective and the multi-objective nurse rostering problem are described. A new method for solving the single objective and the multi-objective nurse rostering problem is proposed in the third chapter.

In the fourth chapter, the experimental results of our proposed method are introduced. In the first section of this chapter, the results gathered solving single-objective optimization problem are analyzed, and in the second section of this chapter, the results gathered solving multi-objective optimization problem are analyzed.

Dissertation research results were presented at one national conference and three international conferences and published in three scientific journals.

## Žymėjimai

- $|A|$  – aibės  $A$  ilgis.
- $A_{d,q}^s$  – pareigybės  $q$  darbuotojų kiekis reikalingas pamainai  $s$  dieną  $d$ .
- $B$  – aibė darbuotojų, dirbančių keliose pareigybėse.
- $bt_s$  – pamainos  $s$  pradžios laikas.
- $c_e$  – darbuotojo  $e$  darbų grafikas.
- $d_s$  – pamainos  $s$  trukmė.
- $d_e^{off}$  – darbuotojo  $e$  pageidaujamų laisvų dienų sąrašas.
- $dw_e$  – darbuotojo  $e$  darbo krūvis valandomis tvarkaraščio galiojimo laikotarpiu.
- $E$  – sveikatos priežiūros įstaigos darbuotojų aibė.
- $E_q$  – pareigybės  $q$  darbuotojų aibė.
- $et_s$  – pamainos  $s$  pabaigos laikas.
- $F$  – laisvadienių, tvarkaraščio galiojimo laikotarpiu, sąrašas.
- $H$  – tvarkaraščio galiojimo laikotarpis,  $H = [1, ld]$ .
- $L_e$  – darbuotojo  $e$  užduočių aibė, įskaitant praeito mėnesio paskutinių dienų paskyrimus. Paskyrimų iš praeito mėnesio paimama tiek, kad sudėjus šio mėnesio dienų kiekį su praeito mėnesio paskutinėmis dienomis aibės  $L_e$  ilgis būtų 35.
- $ld$  – paskutinė mėnesio diena.
- $N$  – iteracijų kiekis reikalingas temperatūrai  $T_0$  nukristi iki temperatūros  $T_N$ .
- $n$  – darbuotojų kiekis aibėje  $E$ .
- $n_q$  – Pareigybės  $q$  darbuotojų kiekis.
- $NR$  – poilsio dienų kiekis tarp darbų paskyrimų.
- $P$  – aibė darbuotojų porų  $P = \{(e_1, e_2), \dots, (e_{n-1}, e_n)\}$ , pageidaujančių nedirbti kartu naktinėse pamainose.
- $p_{e,d}^s$  – bauda už tai, kad darbuotojas  $e$  dirba pamainoje  $s$  dieną  $d$ .
- $p_{e,d}$  – bauda už tai, kad darbuotojas  $e$  dirba dieną  $d$ .

- $Q$  – pareigybių (kvalifikacijų) aibė.  
 $Q_e$  – darbuotojo  $E$  pareigybių aibė .  
 $RD$  – poilsio laikas tarp darbų paskyrimų.  
 $R_{d,q}$  – pareigybės  $q$  darbuotojų kiekis reikalingas dienai  $d$ .  
 $rn_e$  – darbuotojo  $e$  pageidaujamas naktinių pamainų kiekis tvarkaraščio galiojimo laikotarpiu.  
 $rd_e$  – darbuotojo  $e$  pageidaujamas budėjimo pamainų kiekis tvarkaraščio galiojimo laikotarpiu.  
 $S$  – pamainų aibė,  $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$  ( $s_1$  – rytinė,  $s_2$  – dieninė,  $s_3$  – naktinė,  $s_4$  – budėjimo).  
 $S_q$  – aibė pamainų, priskiriamų kvalifikacijos  $q$  darbuotojams.  
 $s_e^d$  – darbuotojo  $e$  pageidaujama pamaina savaitės dienai  $d$ ,  $d = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  (1 – pirmadienis, 2 – antradienis,...).  
 $T_0$  – pradinė temperatūra.  
 $T_N$  – galutinė temperatūra.  
 $u_e$  – darbuotojo  $e$  nepageidaujama pamaina..  
 $W$  – darbo dienų, tvarkaraščio galiojimo laikotarpiu, sąrašas.  
 $W_d$  – darbo dienų  $d$  sąrašas tvarkaraščio galiojimo laikotarpiu,  $d = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  (1 – pirmadienis, 2 – antradienis,...).  
 $x_{e,d}^k$  – kintamasis, kurio reikšmė yra 1 jei darbuotojui  $e$  yra paskirta pamaina  $s \in S$  dieną  $d$ , priešingu atveju, kintamojo reikšmė lygi 0.  
 $x_{e,d}$  – kintamasis, kurio reikšmė yra 1 jei darbuotojui  $e$  diena  $d$  yra darbo diena, priešingu atveju, kintamojo reikšmė lygi 0.  
 $\zeta_{e,d}^s$  – kintamasis, kurio reikšmė yra 1 jei darbuotojui  $e$  paskirta pamaina  $s \in S_q$ , esanti aibėje  $L_e$  indeksu  $d$  ( $d = 1, \dots, 35$ ), priešingu atveju reikšmė lygi 0.

## **Žodynėlis**

Darbų grafikas – užduočių paskirstymas darbuotojui tam tikrame laikotarpyje.

Tvarkaraštis – darbuotojų darbų grafikų visuma.

Tvarkaraščio galiojimo laikotarpis – laikotarpis, kuriam yra sudaromas tvarkaraštis.

Tvarkaraščio sudarytojas – sveikatos priežiūros įstaigos darbuotojas, sudarantis darbuotojams darbų grafikus kiekvienam tvarkaraščio galiojimo laikotarpiui.

## **Santrumpos**

SPĮ – sveikatos priežiūros įstaiga.

AM – atkaitinimo modeliavimo metodas.

PS – pamainų sekų metodas.

PSAM – pamainų sekų ir atkaitinimo modeliavimo metodų junginys.



# Turinys

Padėka	iii
Reziumė	iv
Abstract	v
Žymėjimai	vi
Žodynėlis	viii
Santrumpos	viii
Įvadas	1
Tyrimo sritis ir problemos aktualumas	1
Tyrimų objektas	1
Darbo tikslas ir uždaviniai	1
Mokslinis darbo naujumas	2
Tyrimo metodika	2
Darbo praktinė reikšmė	2
Ginamieji teiginiai	2
Darbo rezultatų aprobavimas	3
Disertacijos struktūra	3
1. Tvarkaraščių optimizavimo uždaviniai	5
1.1. Įvadas	5
1.2. Bendras tvarkaraščių optimizavimo uždavinys	8
1.3. SPĮ darbuotojų tvarkaraščių optimizavimo uždavinių apžvalga	11
1.4. Antro skyriaus apibendrinimas	29
2. SPĮ darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinys	30
2.1. Uždavinio formulavimas	30
2.2. Būtinieji ribojimai	31
2.3. Papildomi ribojimai	34

2.4.	Vienakriteris SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinys _____	38
2.5.	Daugiakriteris SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinys _____	40
2.6.	Antro skyriaus apibendrinimas _____	45
3.	Algoritmai SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždaviniams spręsti _____	46
3.1.	Algoritmai vienakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti _____	47
3.1.1.	AM metodas vienakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti _____	47
3.1.2.	PS metodas vienakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti _____	51
3.1.3.	PSAM metodas vienakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti _____	55
3.2.	Algoritmai daugiakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti _____	59
3.2.1.	AM metodas daugiakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti _____	59
3.2.2.	PS metodas daugiakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti _____	61
3.2.3.	PSAM metodas daugiakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti _____	62
3.3.	Trečio skyriaus apibendrinimas _____	63
4.	Tyrimo rezultatai _____	64
4.1.	Vienakriterio optimizavimo uždavinio sprendimo rezultatai _____	64
4.2.	Daugiakriterio optimizavimo uždavinio sprendimo rezultatai _____	74
4.3.	Ketvirto skyriaus apibendrinimas _____	86
	Bendros išvados _____	87
	Literatūros sąrašas _____	88
	Priedas. Programinė įranga SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimui _____	98

## **Įvadas**

### **Tyrimo sritis ir problemos aktualumas**

Darbų grafikų sudarymas sveikatos priežiūros įstaigos darbuotojams (anglų kalba vadinamas *nurse rostering*, *nurse scheduling*), sudėtingas kombinatorinio optimizavimo uždavinys, kuris dažnai tebesprendžiamas rankiniu būdu, nors tai yra varginantis, ilgai trunkantis procesas. Tvarkaraščio sudarytojas, konstruodamas tvarkaraštį, turi atsižvelgti į šalyje galiojančius įstatymus, sveikatos priežiūros įstaigos vidaus taisykles bei darbuotojų pageidavimus. Be to, tyrimai rodo, kad darbuotojų darbų grafikai turi įtakos jų emocinei būklei. Sveikatos priežiūros įstaigos darbuotojai patiria daug, su darbu susijusių, įvairių emocinių dirgiklių (sunki paciento trauma, paciento mirtis ir pan.) dėl to tvarkaraščio sudarytojo vaidmuo yra sudaryti kaip įmanoma mažesnę įtaką darbuotojų blogai emocinei būklei, turinčius darbų grafikus.

### **Tyrimų objektas**

Tyrimo objektas sveikatos priežiūros darbuotojų darbų grafikų vienakriterio ir daugiakriterio optimizavimo uždaviniai.

### **Darbo tikslas ir uždaviniai**

Darbo tikslas pasiūlyti naują, efektyvesnį metodą, sveikatos priežiūros įstaigos darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždaviniams spręsti.

Siekiant užsibrėžto tikslo buvo sprendžiami šie uždaviniai:

- Apžvelgti metodus, naudojamus tvarkaraščių optimizavimo uždaviniams spręsti.
- Pritaikyti pamainų sekų ir atkaitinimo modeliavimo metodus, šioje disertacijoje aprašyto uždavinio, sprendimui.
- Pasiūlyti naują metodą, kuris būtų efektyvesnis už atkaitinimo modeliavimo ir pamainų sekų metodus.
- Pritaikyti pamainų sekų ir pasiūlytąjį metodus daugiakriteriui uždaviniui spręsti.

- Sukurti programinę įrangą tvarkaraščių sudarytojui, palengvinančią ir pagreitinančią darbų grafikų optimizavimo procesą.

### **Mokslinis darbo naujumas**

Šioje disertacijoje yra nagrinėjamas vienas sudėtingiausių, pastaruosiu metu, spęstų sveikatos priežiūros įstaigos darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinių. Šiam uždaviniui spęsti pasiūlytas naujas metodas, kuris yra efektyvesnis, lyginant su pamainų sekų ir atkaitinimo modeliavimo metodais.

### **Tyrimo metodika**

Kitų autorių sprendžiamų uždavinių apibendrinimui naudojamas žvalgomasis tyrimas (angl. *exploratory research*). Metodų įvertinimui naudojamas eksperimentinio tyrimo (angl. *experimental research*) metodas.

### **Darbo praktinė reikšmė**

Sukurta programinė įranga, kurioje realizuotas naujai pasiūlytas metodas, skirta automatizuoti tvarkaraščio optimizavimo procesą. Programinė įranga yra parengta įdiegimui realiam naudojimui.

### **Ginamieji teiginiai**

- Atkaitinimo modeliavimo metodas yra efektyvesnis už pamainų sekų metodą, sprendžiant disertacijoje suformuluotą sveikatos priežiūros įstaigos darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinį.
- Naujai pasiūlytas metodas yra efektyvesnis už atkaitinimo modeliavimo metodą, sprendžiant disertacijoje suformuluotą sveikatos priežiūros įstaigos darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinį.
- Naujai pasiūlytas metodas yra efektyvesnis už atkaitinimo modeliavimo ir pamainų sekų metodus, sprendžiant disertacijoje suformuluotą daugiakriterį optimizavimo uždavinį.

## **Darbo rezultatų apibavimas**

Pagrindiniai tyrimo rezultatai atspausdinti trijose mokslinėse publikacijose, rezultatai pristatyti trijose tarptautinėse mokslininkų konferencijose ir vienoje respublikinėje konferencijoje.

Pranešimai skaityti šiose konferencijose:

- Respublikinė konferencija: Informacinės technologijos 2010: teorija, praktika, inovacijos, Lietuva, Alytus, gegužės 21 d., 2010.
- Tarptautinė konferencija: Kompiuterininkų dienos – 2011, Lietuva, Klaipėda, rugsėjo 22-24 d., 2011.
- Tarptautinė konferencija: 5<sup>th</sup> International Conference Innovative Information Technologies for Science, Business and Education, Lietuva, Vilnius, gegužės 10-12 d., 2012.
- Tarptautinė konferencija: The 18<sup>th</sup> International Conference on Information and Software Technologies (ICIST 2012), Lietuva, Kaunas, rugsėjis 13-14 d., 2012.

Disertacijos autoriaus publikacijų sąrašas:

- Liogys, M., 2011. Adaptation of Shift Sequence Based Method for High Number in Shifts Rostering Problem for Healthcare Workers. *Social Technologies* 1(1): 151-162. ISSN 2029-7564 (online).
- Liogys, M., 2012. Comparison of Shift Sequence Based and Simulated Annealing Methods for Highly Constrained Medical Staff Rostering Problems. *Innovative Infotechnologies for Science, Business and Education* 1(12): 3-6. ISSN 2029-1035.
- Liogys, M., Žilinskas A., 2012. A Variable Neighbourhood Search Enhancement for the Shift Sequence Based Method of The Personal Scheduling in Hospitals. *Information and Software Technologies* (319): 15-24. ISSN 1865-0929.

## **Disertacijos struktūra**

Disertaciją sudaro 5 skyriai, literatūros sąrašas ir 1 priedas. Disertacijos skyriai: Įvadas, Tvarkaraščių optimizavimo uždaviniai, SPI darbuotojų darbų

grafikų optimizavimo uždavinys, Algoritmai SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždaviniams spręsti, Tyrimo rezultatai, Bendros išvados. Disertacijos apimtis 107 puslapiai (be priedų), 49 formulės, 29 lentelės, 26 paveikslai. Disertacijoje remtasi 93 šaltiniais.

# 1. Tvarakaraščių optimizavimo uždaviniai

## 1.1. Įvadas

Operacijų tyrimas (angl. *Operations research*) taikomosios matematikos mokslo šaka, tyrinėjanti sudėtingus optimizavimo uždavinius, pavyzdžiui, resursų paskirstymo, priskyrimo uždavinius. Terminas operacijų tyrimas pradėtas naudoti Antrojo pasaulinio karo metu, kai Didžiosios Britanijos kariuomenės vadai kartu su mokslininkais ir inžinieriais sprendė su kariuomene susijusias problemas, tokias kaip radarų diegimas, prieš priešų povandeninius laivus nukreiptos sistemos valdymas [1].

Operacijų tyrimas paprastai sujungia kelis matematinius modelius į vieną bendrą modelį. Matematinis modelis – tam tikros situacijos matematinė išraiška, padedanti labiau išanalizuoti situaciją ir priimti tinkamą sprendimą. [2].

Yra nemažai literatūroje įvairių pavyzdžių, patvirtinančių operacijų tyrimo svarbą organizacijų veiklose, žemiau tekste pateikiama keletas jų.

Pakeitusi bendravimo (pasiruošimas deryboms, jų vedimas ir koordinavimas, sutarčių pasirašymas) su tiekėjais procesą, „Motorola“ kompanija per kelis metus sutaupė 600 milijonų JAV dolerių [3].

„Coca-Cola“ kompanija, pertvarkiusi pagamintos produkcijos išvežiojimo maršrutus, nuo 2004 metų kasmet sutaupo apie 45 milijonus JAV dolerių, lyginant su išlaidomis patirtomis prieš naujos sistemos įdiegimą.

Atliekų tvarkymo kompanijai „Waste Management, Inc.“ pertvarkius atliekų surinkimo maršrutus, atliekų surinkimo kaštai sumažėjo 44 milijonais JAV dolerių [4].

„IBM“ kompanija įsidiegusi sistemą, leidžiančią stebėti produkcijos poreikį rinkoje, analizuoti finansinius rodiklius, vien 1998 metais sutaupė daugiau kaip 750 milijonų JAV dolerių išlaidų [5].

Viena didžiausių Lotynų Amerikos laivybos kompanijų, užsiimanti krovinių gabenimu po visą pasaulį, kartu su Čilės universiteto mokslininkais sukūrė konteinerių valdymo sistemą, leidžiančią efektyviau išnaudoti krovinių

konteinerius. Sukurtoji sistema leido kompanijai sutaupyti 81 milijoną JAV dolerių, padidinti konteinerių apyvartą 60% ir 50% sumažinti naudojamo inventoriaus [6].

Automatizuotas tvarkaraščių sudarymas taip pat yra operacijų tyrimo dalis, teikianti apčiuopiamą naudą įvairioms organizacijoms.

Kompanijai „Bombardier Flexjet“, užsiimančiai orlaivių nuoma, įsidiegus sistemą, optimaliai paskirstančią klientams turimus kompanijos orlaivius ir įgulą, kasmet sutaupo 27 milijonus JAV dolerių [7].

Kompanija „Continental Airlines“ su nukrypimais nuo iš anksto sudarytų tvarkaraščių dėl blogų oro sąlygų ar orlaivių gedimų susiduria kiekvieną dieną. Dėl to greitas įgulos paskyrimas kitam skrydžiui yra kompanijos kasdienybė. Įdiegus tvarkaraščių sudarymo sistemą kompanija vien 2001 metais sutaupė apie 40 milijonų JAV dolerių perskirstant įgulas įvairiems skrydžiams (įvertinant didžiuosius to meto įvykius: rugsėjo 11-osios teroristų išpuolis, Hiūstono (orig. *Houston*) potvynis) [8].

Policijos patrulių tvarkaraščių sudarymo sistema 1989 metais įdiegta San Francisko (orig. *San Francisco*) policijos nuovadose, kiekvienais metais San Francisko miesto policijos departamentui sutaupo apytikriai po 5 milijonus JAV dolerių [2].

Diūko universiteto sveikatos apsaugos sistema (orig. *Duke University Health System*) yra platus ir gerai vertinamas sveikatos priežiūros tinklas, jungiantis ugdymo bei sveikatos priežiūros įstaigas Durhemo mieste, Šiaurės Karolinoje (orig. *Durham, North Carolina*). Tvarkaraščiai sudaromi daugiau kaip 3000 nuolatinų ir laisvai samdomų darbuotojų. Įdiegus automatinę tvarkaraščių sudarymo priemonę sumažintas poreikis laisvai samdomų darbuotojų, taip pat sumažintas tvarkaraščių sudarymo klaidų kiekis ir dėl to yra padidėjęs pasitenkinimas darbu [9].

Pasitenkinimas darbu yra vienas svarbiausių faktorių, nulemiantis atliekamo darbo kokybę. Sveikatos priežiūros įstaigos darbuotojai patiria daug įtampą keliančių veiksnių (dirgiklių): paciento mirtis, emocinis išsekimas,



nervinė įtampa dėl darbo sąlygų, pamainos trukmė ir tipas, dirbtų valandų kiekis ir pan. [10].

Atliktos studijos, tyrusios paslaugų sferos darbuotojų išsekimą dėl darbo, atkreipia dėmesį į tai, kad darbo aplinkos dirgikliai yra pagrindinės priežastys dėl kurių darbuotojas pervargsta ar dažnai keičia darbovietę. Taip pat atliktos studijos atskleidė, kad kuo labiau emociškai išsekęs sveikatos priežiūros įstaigos darbuotojas, tuo aplaidžiau atliekamas tiesioginis darbas, pacientai mažiau patenkinti jiems skiriamu dėmesiu [11].

Darbo grafikų (tvarkaraščių) sudarymo uždaviniai priklauso NP-sunkių (angl. NP-hard) arba NP-pilnų (angl. NP-complete) uždavinių klasei [12], [13], [14], [15]. Uždavinys vadinamas NP uždaviniu, jei jis išsprendžiamas nedeterminuotos Turing mašinos per polinominį laiką. Uždavinys vadinamas P uždaviniu, jei išsprendžiamas per polinominį laiką. Uždavinys P taip pat priklauso NP uždavinių klasei. Uždavinys vadinamas NP-sunkiu, jei egzistuojantis algoritmas spręsti vieną uždavinį gali būti pritaikytas spręsti bet kurį kitą NP-sunkų uždavinį. Uždavinys vadinamas NP-pilnu, jei priklauso NP ir NP-sunkių uždavinių klasėms [12], [16].

Darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinys dėl problemos sudėtingumo ir praktinės reikšmės operacijų tyrėjus domina jau kelis dešimtmečius. Publikuota daugybė mokslinių darbų, apimančių mokyklos pamokų [17], [18], universiteto paskaitų [19], [20], [21] bei egzaminų [22], [23], sporto varžybų [24], medicinos personalo tvarkaraščio optimizavimo uždavinius, siūlančių įvairius uždavinių sprendimo būdus.

Personalo darbo grafikų optimizavimo uždaviniai gali būti klasifikuojami į keturias grupes [25]:

- Darbuotojų darbo grafikų sudarymas pastovioje darbo aplinkoje.

Darbuotojų darbo grafikai sudaromi iš pastovių pamainų. Tokioje darbo aplinkoje dirba apsaugos struktūrų (policijos patruliai, apsaugos paslaugas teikiančių įmonių darbuotojai), sveikatos priežiūros įstaigų darbuotojai.

- Darbuotojų darbo grafikų sudarymas mobilioje darbo aplinkoje.

Dėmesys koncentruojamas į užduočių perskirstymą, jei būtina darbuotojams darbo metu, priklausomai nuo dabartinės užduočių vykdymo eigos. Tai būdinga transporto įmonėms, kurios sprendžia įgulos sudarymo uždavinius: oro, geležinkelių kompanijos.

- Darbuotojų darbo grafikų sudarymas kintančioje darbo aplinkoje.

Darbuotojų kiekis nuolatos kinta, priklausomai nuo tam tikrų veiksnių, tokių kaip sezoniškumas, piko valandos ir panašiai. Pavyzdžiui, greito maisto restoranuose svarbu aptarnauti klientą kuo greičiau, t. y. turi būti pakankamas kiekis darbuotojų, užtikrinantis kliento greitą aptarnavimą. Restoranai veda statistiką, kuriuo paros metu ar metų laiku klientų daugiausia, kada mažiausia ir atitinkamai priima sprendimus dėl darbuotojų kiekio darbo vietoje. Laikyti daug darbuotojų, kai mažai klientų yra neracionalu, nes neefektyviai naudojamos lėšos darbuotojų užmokesčiams. Laikyti mažai darbuotojų, kai daug klientų taip pat negerai, nes klientai nusivylę aptarnavimo trukme daugiau gali nebesilankyti.

- Darbuotojų darbo grafikų sudarymas komandinio darbo aplinkoje.

Tokios darbo aplinkos tipinis pavyzdys, įmonės, vykdančios tam tikrus projektus. Projektams vykdyti paprastai priskiriama grupė darbuotojų, kurių kiekvienas gali tuo pat metu dirbti ir kituose projektuose. Prireikus projekto vykdymo ar darbuotojų grupės tvarkaraštis pertvarkomas. Projektai turi būti įvykdyti per tam tikrą laiką ir, jei projekto vykdymo terminas artėja į pabaigą ir matoma, kad galima nespėti, tada kiti vykdomi projektai (jei taip pat neveluojama) atidedami vėlesniam laikui, kad būtų galima sėkmingai užbaigti veluojamą projektą.

## **1.2. Bendras tvarkaraščių optimizavimo uždavinys**

Šiame skyriuje apžvelgsime bendro tvarkaraščių optimizavimo uždavinio formuluotę [15].

Tvarkaraščio galiojimo laikotarpis  $H$  padalijamas į smulkesnius laikotarpius  $[t, t + 1)$ ,  $t = 1, \dots, ld$  ( $ld$  – paskutinė diena tvarkaraščio

galiojimo laikotarpiu). Per tvarkaraščio galiojimo laikotarpį turi būti atlikta  $m$  užduočių  $j \in J$ . Kiekvienu laikotarpiu  $[t, t + 1)$  ( $t = 1, \dots, ld$ )  $j$ -tajai užduočiai atlikti reikalingas  $R_{t,j}$  darbuotojų kiekis.

Aibę  $E$  pažymėkime kaip visų darbuotojų aibę, kurioje yra  $n$  darbuotojų. Kiekvienam darbuotojui  $e \in E$  yra priskiriama aibė  $Q_e$  užduočių, kurias darbuotojas kvalifikuotas atlikti (darbuotojui  $e$  gali būti priskirta užduotis tik iš aibės  $Q_e$ ).

Darbuotojo  $e \in E$  darbo grafikas išreiškiamas vektoriumi  $x = \{x_{e,t}\}_{t=1,\dots,ld}$ , čia  $x_{e,t} = 1$ , jei darbuotojas  $e$  gali dirbti laikotarpiu  $[t, t + 1)$  ir galima priskirti užduotį iš aibės  $Q_e$ , priešingu atveju  $x_{e,t} = 0$ .

Darbuotojo  $e \in E$  darbo grafikas išreiškiamas vektoriumi  $x = \{x_{e,t}\}_{t=1,\dots,ld}$ , čia  $x_{e,t} = 1$  jei darbuotojas  $e$  gali dirbti laikotarpiu  $[t, t + 1)$  ir galima priskirti užduotį iš aibės  $Q_e$ , priešingu atveju  $x_{e,t} = 0$ .

Užduočių atlikimo grafikai susideda iš užduočių, kurias darbuotojai turi atlikti. Užduočių atlikimo grafikai išreiškiami vektoriais  $v = v_{j,t}$ , čia  $v_{j,t} = 1$ , jei užduotis  $j$  turi būti atliekama laikotarpiu  $[t, t + 1)$ , priešingu atveju  $v_{j,t} = 0$ .

Dėl įvairių ribojimų ne kiekvienas užduočių atlikimo grafikas gali būti priskirtas konkrečiam darbuotojui. Aibę, užduočių atlikimo grafikų tinkamų darbuotojui  $e$ , pažymėkime  $P_e$ .

Priskiriant tam tikrą užduočių atlikimo grafiką darbuotojui  $e \in E$  iš aibės  $P_e$  atsižvelgiama į reikalingą darbuotojų kiekį  $R_{t,j}$  užduočiai  $j$  atlikti laikotarpiu  $[t, t + 1)$  ir užduočių atlikimo kainą darbuotojui.

Užduočių atlikimo kaina sprendžiama papildomų ribojimų (ribojimų, kurių įvykdymas nėra privalomas). Kiekvienas papildomo ribojimo pažeidimas įvertinamas tam tikru baudos įverčiu. Bendras baudos įvertis (kaina)  $P_{v_e}$  nurodo papildomų ribojimų pažeidimų mastą darbuotojo  $e$  užduočių grafike  $v_e \in P_e$ .

Darbuotojų darbo grafikų uždavinys gali būti suformuluotas kaip 0-1 programavimo uždavinys. Tarkime, kintamojo  $x_{e,v}$  reikšmė yra lygi 1, jei

užduočių grafikas  $v$  yra priskirtas darbuotojui  $e$ , priešingu atveju  $x_{e,v} = 0$ . Kintamasis  $c_{e,v}$  išreiškia užduočių grafiko  $v$  priskyrimo darbuotojui  $e$  kainą. Tuomet uždavinys gali būti suformuluotas taip:

$$\min \sum_{e \in E} \sum_{v \in P_e} c_{e,v} x_{e,v}. \quad (1)$$

Kai

$$\sum_{v \in P_e} x_{e,v} \leq 1, \quad e \in E. \quad (2)$$

$$\sum_{e \in E} \sum_{v \in P_e} v_{j,t} x_{ev} \geq R_{t,j}, \quad (3)$$

$$j \in J, t \in [1, ld], x_{ev} \in \{0,1\}, e \in E, v \in P_e.$$

Nelygybė (2) riboja daugiau nei vieno užduočių atlikimo grafiko priskyrimą darbuotojui. Tuo atveju, kai darbuotojams turi būti priskiriamas darbo grafikas, tada nelygybė turi būti pakeista į lygybę.

Nelygybė (3) riboja mažiausią reikalingų darbuotojų, užduočiai  $j$  laikotarpiu  $[t, t + 1)$  atlikti, kiekį. Tuo atveju, kai per didelis darbuotojų kiekis užduočiai  $j$  laikotarpiu  $[t, t + 1)$  atlikti, nepageidaujamas, nelygybė turi būti pakeista į lygybę.

Uždavinio (1) sprendinys privalo tenkinti šiuos reikalavimus [26]:

- Užtikrintas minimalaus darbuotojų kiekis užduočiai atlikti.
- Darbuotojui priskiriamos užduotys turi nesikirsti laike.
- Užtikrintas minimalus poilsio laikas tarp užduočių vykdymo.
- Darbo trukmė neviršyti nustatytos ribos.
- Užtikrintas minimalus poilsio dienų kiekis.

Formaliai tvarkaraščių sudarymo uždavinys apima tris stadijas: strateginis planavimas (planuojamas reikalingų darbuotojų kiekis užduočiai atlikti), tvarkaraščio konstravimas (užduočių priskyrimas darbuotojams) ir tvarkaraščio

pertvarkymas (keičiamas tvarkaraštis dėl tam tikrų pasikeitimų: darbuotojo ligos ar kitų neplanuotų atvejų) [27].

### **1.3. SPI darbuotojų tvarkaraščių optimizavimo uždavinių apžvalga**

Sveikatos priežiūros įstaigos (SPI) darbuotojai patiria daug su darbu susijusių, stresą keliančių veiksnių (paciento mirtis, sunkus sužeidimas ir pan.) [28].

Darbo grafikas SPI darbuotojui taip pat gali tapti vienu iš veiksnių, nulemiančiu darbuotojo blogą tiek fizinę, tiek emocinę būklę. Tyrimais įrodyta, jog kuo ilgesnė pamaina, tuo labiau juntama stresinė būsena tarp darbuotojų. Nepalankus darbo grafikas gali būti viena iš nesantaikos, nesutarimų priežasčių tarp darbuotojų, ypač jei tie darbuotojai turi palankius darbo grafikus. Kitas atliktas tyrimas [11] rodo, jog ryšys, bendravimas su pacientais, pacientui suteikiamų paslaugų kokybė yra žymiai geresnė (tuo pačiu atsiliepimai apie darbuotoją yra geresni) suteikta nepervargusio darbuotojo, lyginant su pervargusiu darbuotoju. Tvarkaraščio sudarytojo vaidmuo yra sumažinti darbų grafikų įtaką darbuotojo stresinei būsenai. Tai nelengva užduotis, nes reikia atsižvelgti į daugybę faktorių; tokius kaip darbo kodekso įstatymai, SPI taisyklės, darbuotojų pageidavimai ir t. t.

Tvarkaraščio optimizavimo SPI darbuotojams uždavinys (angl. *nurse rostering problem* arba *nurse scheduling problem*) yra sudėtingas kombinatorinis uždavinys, priklausantis NP-sunkių uždavinių klasei. Priklausomybė NP-sunkių uždavinių klasei reiškia, kad nėra žinomo tikslaus algoritmo, kuris išspręstų uždavinį per polinominį laiką [12].

Nors tvarkaraščių optimizavimo SPI darbuotojams uždavinys yra sprendžiamas jau apie 50 metų, publikuota daugybė mokslinių darbų, straipsnių šia tema, mokslininkų domėjimasis šiuo uždaviniu nemažėja. Apžvelgus publikacijas, susijusias su tvarkaraščių optimizavimu SPI darbuotojams, pastebima, kad dauguma tyrinėtų ar tyrinėjamų uždavinių yra unikalūs tvarkaraščio galiojimo laikotarpiu, pamainų tipų kiekiu, ribojimais ir pan.

Moksliniame straipsnyje, publikuotame 2004 metais [29] pateikiama publikuotų iki 2004 metų spaudinių apžvalga. Šioje disertacijoje apžvelgsime dalį mokslinių straipsnių, publikuotų 2000 – 2013 metų laikotarpiu.

Išanalizavus pamainų tipų kiekius nagrinėtose publikacijose pastebima, kad daugiausia sprendžiamas SPI darbuotojų darbo grafikų optimizavimo uždavinys su trimis skirtingais pamainų tipais, dažniausiai tai rytinė, dieninė ir naktinė pamainos (1 lentelė).

**1 lentelė. Pamainų tipų kiekis, nagrinėjamas literatūros šaltiniuose.**

<b>Pamainų kiekis</b>	<b>Šaltinis</b>
1	[30].
2	[31], [32].
3	[27], [32] – [41].
4	[33] - [47].
5	[34].
6	[35].

Išanalizavus darbuotojų kieki, kuriems yra konstruojami darbo grafikai, pastebima, kad vyrauja uždaviniai, kuriuose tvarkaraštis sudaromas iki 30 darbuotojų (2 lentelė).

**2 lentelė. Darbuotojų kiekis, nagrinėjamas literatūros šaltiniuose.**

<b>Darbuotojų kiekis</b>	<b>Šaltinis</b>
Iki 30	[27], [30], [31], [32], [36], [37], [38], [39], [40], [41], [42], [43], [44], [45], [46], [47], [48], [49], [50], [51], [52].
31 – 60	[30], [32], [53], [54].
61 – 100	[32], [51], [52].

Pažvelgus į tvarkaraščio galiojimo laikotarpius pastebėsime, kad dažniausiai nagrinėjami atvejai, kai tvarkaraščio galiojimo laikotarpis yra 1 savaitė, 4 savaitės arba 5 savaitės (3 lentelė).

**3 lentelė. Dažniausiai aptinkamas tvarkaraščių galiojimo laikotarpis literatūroje.**

<b>Tvarkaraščio galiojimo laikotarpis</b>	<b>Šaltinis</b>
1 savaitė	[36], [38], [41] - [45], [50], [51], [52], [55].
2 savaitės	[32], [40], [56], [34], [52].
1 mėnuo	[57], [39], [56].

<b>Tvarkaraščio galiojimo laikotarpis</b>	<b>Šaltinis</b>
4 savaitės	[30], [31], [58], [46], [59], [60], [51], [52], [61].
5 savaitės	[37], [53], [48], [49], [60], [54].

Išanalizavus būtinuosius tvarkaraščio optimizavimo uždavinio ribojimus (ribojimai, kurie privalo būti išpildyti) galime suskirstyti į 6 kategorijas:

- Ribojimai darbuotojų kiekiui.
- Ribojimai darbo dienoms.
- Ribojimai pamainoms.
- Ribojimai poilsio dienoms.
- Ribojimai darbo krūviui.
- Ribojimai savaitgaliams.

Pastebima, kad plačiau yra naudojami mažiausią, nei griežtai reglamentuotą, darbuotojų kiekį kiekvieno tipo pamainai apibrėžiantys ribojimai (4 lentelė).

**4 lentelė. Dažniausiai literatūros šaltiniuose sutinkami darbuotojų kiekį ribojantys būtinieji ribojimai.**

<b>Ribojimai darbuotojų kiekiui</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Minimalus darbuotojų kiekis kiekvienoje pamainoje.	Dienos pamainai pirmadienį, antradienį, ketvirtadienį ir penktadienį reikalingi nemažiau kaip 7 darbuotojai, trečiadienį – 8, šeštadienį ir sekmadienį – 5. Vakarinei pamainai pirmadienį – penktadienį reikalingi nemažiau kaip 5 darbuotojai, šeštadienį ir sekmadienį – 4. Naktinei pamainai kiekvieną savaitės dieną reikia po 3 darbuotojus [27].	[13], [27], [57], [36], [38], [39], [40], [41], [42], [43], [56], [45], [58], [33], [48], [62], [60], [35], [50], [54] – [63].

<b>Ribojimai darbuotojų kiekiui</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Tikslus darbuotojų kiekis kiekvienoje pamainoje.		[53], [46], [47], [64], [65].

Didžiausias nepertraukiamų darbo dienų kiekis bei didžiausias darbo dienų kiekis per tam tikrą laikotarpį yra plačiausiai naudojami būtinieji ribojimai darbo dienoms.

5 lentelė. Dažniausiai literatūros šaltiniuose sutinkami su darbo dienomis susiję būtinieji ribojimai.

<b>Ribojimai darbo dienoms</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Maksimalus darbo dienų kiekis per tam tikrą laikotarpį.	Didžiausias leistinas darbo dienų kiekis 2 savaitių laikotarpyje yra 12 [63].	[30], [31], [36], [66], [40], [48], [60], [63].
Minimalus darbo dienų kiekis per tam tikrą laikotarpį.	Mažiausias leistinas darbo dienų kiekis 2 savaitių laikotarpyje yra 10 [63].	[30], [31], [36], [63].
Maksimalus nepertraukiamų darbo dienų kiekis.	Leidžiama dirbti ne daugiau kaip 6 dienas iš eilės [40], [47].	[27], [30], [31], [32], [66], [39], [40], [58], [47], [48], [60], [34], [67], [63].
Minimalus nepertraukiamų darbo dienų kiekis.	Privaloma dirbti nemažiau kaip 2 dienas iš eilės [66], [32].	[32], [66], [40], [67], [64].
Darbo grafikas be izoliuotų darbo dienų (izoliuota darbo diena - darbo diena tarp dviejų nedarbo dienų).	Vengti pamainų sekų <i>poilsis-darbas-poilsis</i> atsiradimo darbo grafikuose [40].	[40], [63].

Būtinieji ribojimai, apibrėžiantys didžiausią / mažiausią leistiną pamainų kiekį, didžiausią leistiną nepertraukiamų pamainų kiekį, neleistas pamainų sekas, didžiausią leistiną priskirti darbuotojui pamainų kiekį per dieną yra pagrindiniai ir dažniausiai aptinkami kitų mokslininkų sprendžiamuose uždaviniuose būtinieji ribojimai iš pamainų ribojimų aibės (6 lentelė).



6 lentelė. Dažniausiai literatūros šaltiniuose sutinkami su pamainomis susiję būtineji ribojimai.

<b>Ribojimai pamainoms</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
<p>Maksimalus kiekis tam tikro tipo pamainų per tam tikrą laikotarpį.</p>	<p>12 rytinių pamainų yra didžiausias leistinas rytinių pamainų kiekis vienam darbuotojui per mėnesį.</p> <p>7 popietinės pamainos yra didžiausias leistinas popietinių pamainų kiekis vienam darbuotojui per mėnesį.</p> <p>4 naktinės pamainos yra didžiausias leistinas naktinių pamainų kiekis vienam darbuotojui per mėnesį [39].</p> <p>3 naktinės pamainos yra didžiausias leistinas naktinių pamainų kiekis vienam darbuotojui per 4 savaitių laikotarpį [60].</p>	<p>[30], [31], [39], [53], [58], [33], [47], [48], [60], [64].</p>
<p>Minimalus tam tikro tipo pamainų kiekis per tam tikrą laikotarpį.</p>	<p>5 rytinės pamainos yra mažiausias leistinas rytinių pamainų kiekis vienam darbuotojui per mėnesį. 3 popietinės pamainos yra mažiausias leistinas popietinių pamainų kiekis vienam darbuotojui per mėnesį. 3 naktinės pamainos yra mažiausias leistinas naktinių pamainų kiekis vienam darbuotojui per mėnesį [39].</p>	<p>[39], [40], [48], [67].</p>
<p>Maksimalus tam tikro tipo nepertraukiamų pamainų kiekis.</p>	<p>Daugiausiai 1 naktinė pamaina leistina dirbti iš eilės [49].</p> <p>Daugiausiai 2 naktines pamainas leistina dirbti iš eilės [56].</p>	<p>[56], [49], [60].</p>

<b>Ribojimai pamainoms</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Darbo grafikas be neleistinų tam tikrų pamainų sekų.	Neleistinos pamainų poros (N, R), (N, D), (N, V) [49]. Neleistinos pamainų poros (N, D), (N, R), (V, R) [56]. Čia N – naktinė, R – rytinė, D – dieninė, V – vakarinė pamainos.	[27], [66], [39], [56], [46], [49], [60], [34], [51], [67].
Viena pamaina per dieną tam pačiam darbuotojui.		[13], [27], [31] – [66], [53] – [43], [45], [46], [33], [47], [48], [49], [60], [35], [50], [55], [61], [63], [64], [65], [68].

Atlikus šaltinių apžvalgą pastebima, kad daug dėmesio skiriama poilsio trukmei po kiekvienos pamainos ar pamainų serijos, ypač po naktinių pamainų (7 lentelė).

7 lentelė. Dažniausiai literatūroje šaltiniuose sutinkami su poilsio dienomis susiję būtinieji ribojimai.

<b>Ribojimai poilsio dienoms</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Poilsio dienų priskyrimas pagal darbuotojų pageidavimus.	Darbuotojai gali pasirinkti pageidaujamas poilsio dienas tvarkaraščio galiojimo laikotarpyje.	[39], [67].
Minimalus poilsio laikas po tam tikrų pamainų.	Po dviejų ir daugiau iš eilės naktinių pamainų turi būti nemažiau kaip 42 valandos poilsio [33].  Po keturių iš eilės naktinių pamainų turi būti dvi dienos poilsio [63].	[27], [53], [40], [58], [46], [33], [47], [48], [60], [69], [63].

Darbo krūvį apibrėžiantys ribojimai literatūroje aptinkami dviejų tipų: apibrėžiamas bendras valandų kiekis, kurio negalima viršyti arba apibrėžiamas

leistinas viršvalandžių kiekis, atskiriant nuo pagrindinio darbo krūvio (8 lentelė).

**8 lentelė. Dažniausiai literatūros šaltiniuose sutinkami darbo krūvį ribojantys būtinieji ribojimai.**

<b>Ribojimai darbo krūviui</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Maksimali darbo trukmė valandomis per tam tikrą laikotarpį.	Nedaugiau 12 valandų per dieną [32].  Jei dirbama kiekvieno tipo pamainose darbo trukmė – 36,2 valandos per valandą, priešingu atveju – 37 darbo valandos per savaitę. [54].	[27], [32], [57], [53], [46], [33], [47], [34], [67].
Maksimaliai leistinas viršvalandžių kiekis vienam darbuotojui.	Leidžiamos nedaugiau kaip 4 viršvalandžių valandos per 4 savaitių laikotarpį [33].	[57], [33], [47].

Dažniausiai aptinkami būtinieji ribojimai, susiję su savaitgalių dienomis pateikti kitoje lentelėje (9 lentelė).

**9 lentelė. Dažniausiai literatūros šaltiniuose sutinkami su savaitgalio dienomis susiję būtinieji ribojimai.**

<b>Ribojimai savaitgaliams</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Minimalus poilsio savaitgalių kiekis per tam tikrą laikotarpį.	Nemažiau kaip 2 laisvi savaitgaliai per 5 savaitių laikotarpį [47].	[39], [33], [47].
Maksimalus darbo savaitgalių kiekis per tam tikrą laikotarpį.	Daugiausiai leidžiama dirbti 3 savaitgalius per 4 savaitių laikotarpį [67].	[48], [60], [67].
Maksimalus nepertraukiamų darbo savaitgalių kiekis.		[67].
Ištisas savaitgalis yra darbo arba poilsio savaitgalis.	Nėra taip, kad vieną savaitgalio dieną darbuotojas dirba, o kitą laisvas ir atvirkščiai [32], [67], [34], [27].	[27], [32], [34], [67].

Kiti būtiniai ribojimai, nepatenkantys į kategorijas išvardintas anksčiau, pateikti kitoje lentelėje (10 lentelė).

10 lentelė. Kiti literatūros šaltiniuose sutinkami būtiniai ribojimai.

<b>Kiti ribojimai</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Tam tikrų darbuotojų darbų grafikai sutampa / nesutampa (darbas kartu arba atskirai).	Darbuotojas dirba kartu su kitu darbuotoju, pavyzdžiui, apmokina mažiau patyrusį darbuotoją, arba dėl tam tikrų priežasčių pageidaujama dirbti atskirai [39].	[39].
Maksimalus darbuotojų pageidavimų pažeidimų kiekis.		[57], [38].

Dabar apžvelgsime papildomus ribojimus (papildomi ribojimai – ribojimai, kuriuos siekiama išpildyti, bet nėra privaloma) dažniausiai aptinkamus įvairiuose mokslo šaltiniuose. Atsižvelgiant į ribojimų įvairovę, papildomus ribojimus galime suskirstyti į 5 ribojimų kategorijas:

- Ribojimai darbo dienoms.
- Ribojimai pamainoms.
- Ribojimai poilsio dienoms.
- Ribojimai darbo krūviui.
- Ribojimai savaitgaliams.

Pradėkime nuo ribojimų darbo dienoms. Kaip matome (11 lentelė) dažniausiai sutinkami ribojimai apibrėžiantys mažiausius ir didžiausius leistinus nepertraukiamų darbo dienų kiekius.

11 lentelė. Dažniausiai literatūros šaltiniuose sutinkami darbo dienų papildomi ribojimai.

<b>Papildomi ribojimai darbo dienoms</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Maksimalus nepertraukiamų darbo dienų kiekis.		[48], [51], [61], [70], [64].

<b>Papildomi ribojimai darbo dienoms</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Minimalus nepertraukiamų darbo dienų kiekis.		[51], [61], [70], [64].
Minimalus darbo dienų kiekis per tam tikrą laikotarpį.		[48], [60], [51].
Maksimalus darbo dienų kiekis per tam tikrą laikotarpį.		[48], [60], [51].
Darbuotojų pageidavimai dėl laisvai pasirinktų darbo dienų.		[62], [61].

Išanalizavus pamainų papildomus ribojimus pastebimas didelis dėmesys darbuotojų pageidavimams: kokios pamainos pageidaujamos ar nepageidaujamos, kiek kiekvieno tipo pamainų pageidauja ir pan. Taip pat pastebimas didelis dėmesys leistinam pamainų kiekiui (kai kuriais atvejais liginės taisyklių apibrėžtas, kai kurias atvejais darbuotojo pasirinktas), leistinam nepertraukiamų (nėra laisvų pamainų tarp darbo pamainų) pamainų kiekiui (12 lentelė).

**12 lentelė. Dažniausiai literatūros šaltiniuose sutinkami pamainų papildomi ribojimai.**

<b>Papildomi ribojimai pamainoms</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Tolygiai paskirstytos naktinės pamainos tarp darbuotojų.	Naktinės pamainos turėtų būti paskirstytos lygiomis dalimis tarp darbuotojų.	[27], [36], [71].
Darbuotojų pageidavimai dėl darbo tam tikrose pamainose.	Nepriskirti naktinės pamainos tam tikrą savaitę. Nedaugiau kaip 7 rytinės pamainos per tvarkaraščio galiojimo laikotarpį [70].	[36], [62], [51], [61], [70], [67], [71].
Maksimalus pamainų kiekis per tam tikrą laikotarpį.	Darbuotojams, kurių savaitinis darbo krūvis yra didesnis nei 30 valandų, turėtų būti priskirta	[66], [40], [56], [47], [62], [61], [70], [67], [69], [64], [71].

<b>Papildomi ribojimai pamainoms</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
	<p>nedaugiau kaip 5 pamainos per savaitę.</p> <p>Darbuotojams, kurių savaitinis darbo krūvis iki 30 valandų, turėtų būti priskirta nedaugiau kaip 3 pamainos per savaitę. [47].</p>	
<p>Minimalus pamainų kiekis per tam tikrą laikotarpį.</p>	<p>Darbuotojams, kurių savaitinis darbo krūvis yra daugiau nei 30 valandų, turėtų būti priskirta nemažiau kaip 4 pamainos per savaitę.</p> <p>Darbuotojams, kurių savaitinis darbo krūvis iki 30 valandų, turėtų būti priskirta nemažiau kaip 2 pamainos per savaitę. [47].</p>	<p>[40], [56], [47], [61].</p>
<p>Maksimalus nepertraukiamų tam tikrų pamainų kiekis.</p>	<p>Darbuotojams, kurių savaitinis darbo krūvis yra didesnis nei 30 valandų, turėtų būti priskirtos nedaugiau kaip 6 pamainos iš eilės.</p> <p>Darbuotojams, kurių savaitinis darbo krūvis iki 30 valandų, turėtų būti priskirtos nedaugiau kaip 3 pamainos iš eilės. [47].</p>	<p>[53], [46], [47], [62], [60], [51], [52], [70], [69], [63], [64], [71].</p>
<p>Minimalus nepertraukiamų tam tikrų pamainų kiekis.</p>	<p>Darbuotojams, kurių savaitinis darbo krūvis yra didesnis nei 30 valandų, turėtų būti priskirtos nemažiau kaip 4 pamainos iš eilės.</p> <p>Darbuotojams, kurių savaitinis darbo krūvis iki 30 valandų, turėtų būti priskirtos nemažiau kaip 2 pamainos iš eilės. [47].</p>	<p>[47], [48], [62], [60], [51], [64], [71].</p>

<b>Papildomi ribojimai pamainoms</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Minimalus nepageidaujamų pamainų sekų kiekis.	Minimizuoti nepageidaujamų pamainų sekų kiekį tvarkaraštyje, pavyzdžiui, nepageidaujama rytinė pamaina po dienos pamainos [60], [48]. Nepageidaujama rytinė pamaina po naktinės pamainos [40].	[31], [46], [47] – [60], [70], [63], [64], [71].
To paties tipo pamainų priskyrimas tai pačiai nepertraukiamų darbo dienų serijai.	Pageidautina, kad darbuotojui dirbančiam kelias dienas iš eilės būtų priskiriamos to paties tipo pamainos. Pavyzdžiui, jei dirbama 3 dienas iš eilės, tai pamainų seka (dieninė, rytinė, dienos) yra nepageidautina, nes pamainos nevienodos [32].	[32], [34].

Išanalizavus poilsio dienų papildomus ribojimus pastebima, kad daugiausia dėmesio skiriama poilsiui po tam tikrų pamainų ar pamainų sekų. Dažniausiai sutinkamas ribojimas yra apibrėžiamas poilsiui po naktinių pamainų (13 lentelė).

**13 lentelė. Dažniausiai literatūros šaltiniuose sutinkami poilsio dienų papildomi ribojimai.**

<b>Papildomi ribojimai poilsio dienoms</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Darbuotojų pageidavimai dėl laisvai pasirinktų poilsio dienų	Darbuotojai gali pasirinkti pageidaujamas poilsio dienas.	[36], [66], [53], [62], [61], [70], [71].
Maksimalus nepertraukiamų poilsio dienų kiekis		[62], [61], [70], [67], [71].
Minimalus nepertraukiamų poilsio dienų kiekis	Bent dvi poilsio dienos iš eilės [64].	[62], [61], [70], [67], [64], [71].

<b>Papildomi ribojimai poilsio dienoms</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Minimalus poilsio dienų kiekis per tam tikrą laikotarpį	Per dviejų savaitių laikotarpį suteikiamos ne daugiau kaip 4 poilsio dienos [56].	[56], [60].
Maksimalus poilsio dienų kiekis per tam tikrą laikotarpį	Per dviejų savaitių laikotarpį suteikiamos nemažiau kaip 4 poilsio dienos [56].	[56].
Minimalus poilsio laikas po tam tikrų pamainų	Po keturių iš eilės rytinių ar dieninių pamainų priskiriama bent viena poilsio diena [63].  Dvi iš eilės poilsio dienos po bent dviejų naktinių pamainų iš eilės [64].	[47], [48], [62], [51], [52], [61], [70], [67], [64], [68], [71].

Jei savaitgalį yra dirbama, tai dirbama ištisą savaitgalį (šeštadienį ir sekmadienį), priešingu atveju visas savaitgalis yra laisvas. Šis ribojimas yra dažniausias savaitgalio papildomas ribojimas SPI darbuotojų darbo grafikų optimizavimo uždaviniuose (14 lentelė).

**14 lentelė. Dažniausiai literatūros šaltiniuose sutinkami savaitgalių papildomi ribojimai.**

<b>Papildomi ribojimai savaitgalio dienoms</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Minimalus laisvų savaitgalių kiekis per tam tikrą laikotarpį.	Bent vienas laisvas savaitgalis per 4 savaitių laikotarpį [40].	[40], [46].
Maksimalus darbo savaitgalių kiekis per tam tikrą laikotarpį.	Nedaugiau kaip 3 darbo savaitgaliai per 5 savaitių laikotarpį [64].	[62], [61], [70], [64], [71].
Maksimalus nepertraukiamų darbo savaitgalių kiekis.		[62], [61], [70], [71].
Savaitgalio metu priskiriamos to paties tipo pamainos tam pačiam darbuotojui.	Pageidautina, kad savaitgalio metu dirbamos pamainos tipas nesikeistų.	[62], [61], [70], [67], [71].



<b>Papildomi ribojimai savaitgalio dienoms</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Ištisas savaitgalis yra darbo arba poilsio savaitgalis.	Pageidautina, kad viso savaitgalio metu darbuotojas arba laisvas, arba dirba. Nėra taip, kad šeštadienį dirba, o sekmadienį ilsisi ir pan.	[47], [48], [62], [60], [61], [70], [64], [71].
Prieš laisvą savaitgalį nepriskiriama naktinė pamaina.		[62], [70].

Maksimalų ir minimalų darbo krūvį valandomis apibrėžiantys papildomi ribojimai yra vieninteliai ribojimai darbo krūviui (15 lentelė).

15 lentelė. Dažniausiai literatūros šaltiniuose sutinkami darbo krūvio papildomi ribojimai.

<b>Papildomi ribojimai darbo krūviui</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Maksimali leistina darbo trukmė valandomis per tam tikrą laikotarpį.		[53], [62], [70], [71].
Minimali darbo trukmė valandomis per tam tikrą laikotarpį.		[53], [62], [70], [71].

Minimalus izoliuotų darbo dienų (darbo diena tarp dviejų nedarbo dienų) kiekis ir minimalus aukštesnės kvalifikacijos darbuotojų naudojimas žemesnės kvalifikacijos darbuotojų trūkumui tam tikrose pamainose kompensuoti yra dažniausiai sutinkami papildomi ribojimai (16 lentelė).

16 lentelė. Kiti literatūros šaltiniuose sutinkami papildomi ribojimai.

<b>Kiti papildomi ribojimai</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Minimalus izoliuotų darbo dienų kiekis (izoliuota darbo diena - darbo diena tarp dviejų nedarbo dienų).	Nepageidautina viena darbo diena tarp dviejų poilsio dienų.	[31], [32], [53], [47], [48], [60], [34].

<b>Kiti papildomi ribojimai</b>	<b>Pavyzdys</b>	<b>Šaltiniai</b>
Nenaudoti aukštesnės kvalifikacijos darbuotojų, žemesnės kvalifikacijos darbuotojų trūkumui kompensuoti.	Dalis aukštesnės kvalifikacijos darbuotojų geba atlikti žemesnės kvalifikacijos darbuotojų pareigas, tačiau tai nepageidautina tarp aukštesnės kvalifikacijos darbuotojų. Todėl reikia vengti naudoti aukštesnės kvalifikacijos darbuotojus žemesnės kvalifikacijos darbuotojų trūkumui kompensuoti.	[62], [61], [70], [68], [71].
Darbuotojai dirba tuo pačiu arba skirtingu laiku.		[62], [70], [67], [71]
Minimalus izoliuotų poilsio dienų kiekis (izoliuota nedarbo diena - nedarbo diena tarp dviejų darbo dienų).	Nepageidautina viena poilsio diena tarp dviejų darbo dienų.	[31], [32], [53], [34].
Minimalus darbuotojų kiekis kiekvienoje pamainoje.		[52], [69], [65].

Išanalizavus dalį naujausių mokslo publikacijų pastebima, kad tvarkaraščių konstravimo uždaviniai yra dviejų tipų: cikliški (tas pats tvarkaraštis naudojamas visuose tvarkaraščio galiojimo laikotarpuose) ir necikliški (tvarkaraštis konstruojamas kiekvienam tvarkaraščio galiojimo laikotarpiui iš naujo).

Autorių [72] pasiūlyta SPI darbuotojų tvarkaraščio optimizavimo uždavinių  $\alpha|\beta|\gamma$  klasifikacija padeda nustatyti kiekvieno uždavinio apimtį, sudėtingumą.

$\alpha$  kategorija pateikia informaciją apie darbuotojus (kiekis, alternatyvių pareigybių kiekis, darbo krūvis ir t. t.), kokie ribojimai jų darbo grafikams yra

taikomi. Žymėjimais  $A$  pažymimi darbuotojo ribojimai (pamainų kiekio ribojimai, pageidavimai ir t. t.),  $S$  – sekų ribojimai (nepertraukiamų darbo pamainų kiekis, nepertraukiamų laisvų dienų kiekis),  $B$  – balanso ribojimai (balansuotas darbo krūvis, naktinių pamainų kiekis),  $C$  – darbo poroje ribojimai (darbuotojų darbo grafikai sutampa / nesutampa). Papildomais žymėjimais išreiškiamas alternatyvių pareigybių kiekis: konkretus skaičius nurodo konkretų kiekį,  $N$  reiškia skirtingą kiekį tarp darbuotojų.

$\beta$  kategorija pateikia informaciją apie tvarkaraštį (kiek, kokio tipo pamainų tam tikram laikotarpiui reikia, kelių tipų pamainos ir t. t.). Žymėjimais  $R$  pažymimi darbuotojų kiekį ribojantys veiksniai,  $V$  pažymi, kad darbuotojų kiekis yra kintamas dydis. Papildomais žymėjimais išreiškiama informacija apie pamainas: konkretus skaičius nurodo konkretų kiekį,  $N$  reiškia skirtingą kiekį tarp darbuotojų,  $O$  reiškia, kad pamainos yra dalinai persidengiančios.

$\gamma$  kategorija pateikia informaciją apie optimizavimo tikslus. Žymėjimais  $P$  pažymima, kad ribojimai pažymėti  $\alpha$  kategorijoje turėtų būti išpildyti,  $L$  žymima, kad darbuotojų kiekio kiekvienai pamainai išpildymas yra privalomas,  $X$  žymima, kad tikslas yra sumažinti papildomų darbuotojų sandymą ar naudojimą aukštesnės kvalifikacijos darbuotojų,  $M$  žymima, kad tai daugiakriteris uždavinys.

Žemiau pateiktoje lentelėje (17 lentelė) pateikta SPI darbuotojų darbo grafikų optimizavimo uždavinių klasifikacija. Uždaviniai suklasifikuoti remiantis moksliniuose straipsniuose pateikta informacija todėl gali neatitikti tikrovės, nes ne visada straipsniuose autoriai pateikia išsamią informaciją apie sprendžiamą uždavinį.

**17 lentelė. Naujausiuose šaltiniuose pateiktų uždavinių klasifikacija.**

<b>Uždavinys</b>	<b>Šaltinis</b>
$AN R3 PL$	[45]
$AB R2 PL$	[69]
$AS RV4 PLM$	[48]

<b>Uždavinys</b>	<b>Šaltinis</b>
<i>AS RV3 PLX</i>	[58]
<i>ABN R2 PL</i>	[42]
<i>AS RNO4 PL</i>	[49]
<i>A RV3 PL</i>	[56]
<i>ABSC RV3 PL</i>	[67]
<i>AN R3 PL</i>	[50]
<i>BS R2(3) P</i>	[34]
<i>AS R P</i>	[51]
<i>S 2 P</i>	[14]
<i>AS N P</i>	[71]
<i>ASB R4 PL</i>	[33]
<i>ASBN V2 PL</i>	[31]
<i>ASC R04 PL</i>	[62]
<i>A RV3 PLM</i>	[73]
<i>AN RVN PLXM</i>	[65]
<i>ASB RV3 PLM</i>	[40]
<i>AS R3 PL</i>	[66]
<i>ASB RVO3 PL</i>	[74]
<i>ASC R PL</i>	[70]
<i>ASBN RV3 PLM</i>	[53]
<i>AS RV4 PLM</i>	[60]
<i>AS R3 PL</i>	[63]
<i>AS R3 P</i>	[75]
<i>AS RV3 P</i>	[39]
<i>AN 2(3) P</i>	[41], [55], [43], [45], [42], [76], [44], [50].

Kaip matome iš lentelėje (17 lentelė) pateiktų rezultatų, dalis uždavinių mažiau apriboti ribojimais, kiti – daugiau. Taip pat pastebima, kad dauguma uždavinių sprendžiami kaip vienakriteriai optimizavimo uždaviniai.

Suklasifikavus uždavinius pastebime, kad tas pats uždavinys yra spęstas kelis kartus skirtingais metodais. Apžvelgsime autorių, sprendusių tą patį  $AN|2(3)|P$  uždavinį, rezultatus iš arčiau.

Šis uždavinys pirmą kartą buvo suformuluotas 1998 metais [77] metais ir išspręstas tabu paieškos metodu (angl. *tabu search*). Išsprendus uždavinį genetiniu algoritmu buvo pastebėta, kad ne visada konstruojami tinkami tvarkaraščiai (neišpildyti minimalaus darbuotojų kiekio reikalavimai).

Tie patys autoriai vėliau šį uždavinį sprendė genetiniu algoritmu netiesiogiai [55]. Genetiniu algoritmu buvo sprendžiama ribojimais neapribota uždavinio sritis, o autorių suformuluotas dekoderis sprendė ribojimais apribotą uždavinio sritį. Apjungus šiuos du metodus buvo gauti rezultatai rodantys, jog šis algoritmas yra efektyvesnis už anksčiau naudotus jų algoritmus.

Išsprendus uždavinį Bajeso algoritmu (angl. *Bayesian algorithm*) [44], pastebėta, jog šis algoritmas nėra efektyvesnis, lyginant konstravimo laiką ir tvarkaraščio kokybę, už netiesioginį genetinį algoritmą, tačiau visada konstruoja tinkamus tvarkaraščius, kai tuo tarpu netiesioginis genetinis algoritmas sukonstruoja tinkamą tvarkaraštį su 95% tikimybe.

Po metų uždavinys spęstas naudojant Bajeso tinklus (angl. *Bayesian network*), tačiau gauti rezultatai atskleidė, kad šis metodas nėra efektyvesnis už netiesioginį genetinį algoritmą.

Autoriai 2009 metais pasiūlė godžiosios atsitiktinės adaptyviosios paieškos procedūros (angl. *greedy randomized adaptive search procedure*, sutrumpintai *GRASP*) ir kuprinės (angl. *knapsack*) algoritmų kombinaciją uždaviniui spęsti [76]. *GRASP* algoritmas konstruoja tvarkaraščius ir juos gerina, o kuprinės metodas užtikrina tokią sprendinių aibę, kurią būtų galima gerinti. Gauti rezultatai rodo, jog šis algoritmas nėra efektyvesnis už netiesioginį genetinį algoritmą.

Komponentais grįstas euristinės paieškos metodas (angl. *component based heuristic search method*) [45] konstruoja ne blogesnius tvarkaraščius nei netiesioginis genetinis algoritmas [55].

Pasiūlytasis hibridinis evoliucinis metodas (angl. *hybrid evolutionary approach*) [42] konstruoja geresnius tvarkaraščius palyginus su netiesioginiu genetiniu algoritmu.

Kaip matome iš atliktos apžvalgos, darbų grafikų optimizavimo uždavinys yra plačiai tyrinėjamas užsienio mokslininkų ir tyrėjų. Tuo tarpu, yra tik keletas Lietuvos mokslininkų paskelbtų darbų tvarkaraščių optimizavimo tematika. Autorių kolektyvas, tarp kurių ir mokslininkė iš Lietuvos Ingrida Steponavičė, išleido publikaciją, kurioje nagrinėjamas SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinys [59]. Autoriai pasiūlė SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinio modelį, kuris maksimizuoja darbuotojų pageidavimų išpildymą.

Lina Pupeikienė disertacijoje [17] sprendė profiliuotos mokyklos tvarkaraščių optimizavimo uždavinį. Nustatė, jog atkaitinimo modeliavimo metodo ir Bajeso (angl. *Bayesian*) metodo junginys konstruoja geriausius tvarkaraščius.

Nemažai išleista Lietuvos mokslininkų publikacijų nagrinėjančių įvairius kitus daugiakriterio optimizavimo uždavinius. M. Kračka, W. Brauers, E. K. Zavadskas nagrinėja optimalaus išorinių sienų ploto ir langų ploto santykio uždavinį [78]. Mokslininkai I. Radziukynienė ir A. Žilinskas nagrinėja akcijų portfelio daugiakriterį optimizavimo uždavinį [79]. Keletas darbų sprendžia daugiakriterius optimizavimo uždavinius interaktyviuoju būdu [80], [81]. Daug darbų nagrinėjančių daugiakriterius uždavinius išleidęs J. Mockus. Viename naujausių darbų pasiūlė naują metodą, kuris apskaičiuoja funkcijų su nežinomomis Lipšico (orig. *Lipschitz*) konstantomis reikšmes, neviršijant nustatytos paklaidos [82]. A. Lančinskas disertacijoje pasiūlė keletą genetinio algoritmo lygiagretinimo variantų daugiakriterių optimizavimo uždavinių sprendimui [83].

#### **1.4. Antro skyriaus apibendrinimas**

Išanalizavus naujausias mokslo publikacijas matome, kad dažniausiai sprendžiamas SPI darbuotojų darbo grafikų optimizavimo uždavinys su trimis skirtingais pamainų tipais, dažniausiai tvarkaraščio optimizavimas apima iki 30-ties darbuotojų aibę, dažniausiai nagrinėjami atvejai, kai tvarkaraščio galiojimo laikotarpis yra 1 savaitė, 4 savaitės arba 5 savaitės.

Pastebima, kad dažniausiai iš būtinųjų ribojimų yra sutinkami mažiausią darbuotojų kiekį kiekvieno tipo pamainai apibrėžiantys ribojimai ir pamainų kiekį per dieną tam pačiam darbuotojui susieti ribojimai. Taip pat didelis dėmesys skiriamas poilsio trukmei tarp pamainų ar po pamainų serijos, ypač po naktinių pamainų ir darbo krūvio paskirstymui tarp darbuotojų.

Iš papildomų ribojimų, dažniausiai sutinkami ribojimai apibrėžiantys mažiausius ir didžiausius leistinus nepertraukiamų darbo dienų ar pamainų kiekius. Didelis dėmesys skiriamas darbuotojų pageidavimams: kokios pamainos pageidaujamos / nepageidaujamos, kiek kiekvieno tipo pamainų pageidauja ir pan.

Suklasifikavus uždavinius, pateiktus naujausiose mokslo publikacijose, pastebime didelę sprendžiamų uždavinių įvairovę. Vieni uždaviniai mažiau riboti įvairių ribojimų, kiti – daugiau. Kiekvienas uždavinys sprendžiamas vis kitu metodu ir nustatyti, kuris metodas yra pats efektyviausias neįmanoma, nes vienam uždaviniui spręsti jis gali būti efektyvus, kitam uždaviniui – ne toks efektyvus.

## **2. SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinys**

Darbų grafikų optimizavimo sveikatos priežiūros įstaigos (SPI) darbuotojams uždavinio sprendimas yra sudėtinga užduotis, reikalaujanti daug laiko. Tvarkaraščio sudarytojas (asmuo, sudarantis darbuotojams darbo grafikus) konstruodamas tvarkaraštį turi atsižvelgti į daug aplinkybių, tokių kaip: šalies įstatymai, SPI vidaus taisyklės, darbuotojų darbo sutartyse numatytos darbo sąlygos, darbuotojų pageidavimai. Sudarant tvarkaraščius (darbuotojų darbų grafikų visuma) dažnai susiduriama su situacija, kai tikslai keliami tvarkaraščiui vienas kitam prieštarauja arba darbuotojų pageidavimai sutampa ir visų neįmanoma išpildyti, tada tvarkaraščio sudarytojas turi priimti sprendimą, kurio tikslo ar darbuotojo pageidavimo neišpildyti.

Egzistuoja daug sukurtų kompiuterinių programų, palengvinančių tvarkaraščių optimizavimo užduotį, tačiau dauguma jų pritaikytos spręsti tik bendro pobūdžio uždavinius, neatsižvelgiant į konkrečios darbo aplinkos specifiką.

Šioje disertacijoje nagrinėjami SPI darbuotojų darbų grafikų vienakriteris ir daugiakriteris optimizavimo uždaviniai. Taip pat sukurta programinė įranga šiems uždavimams spręsti.

### **2.1. Uždavinio formulavimas**

Šioje disertacijoje nagrinėjamas konkretus vienos didžiausių sveikatos priežiūros įstaigų Lietuvoje vieno skyriaus darbuotojų darbo grafikų optimizavimo uždavinys. Skyriaus darbuotojai dirba pamainomis, pamainų tipų kiekis svyruoja nuo 1 iki 4, priklausomai nuo pareigybės. Pamainos nėra vienodos trukmės, dėl to vienas pagrindinių tikslų yra paskirstyti pamainas darbuotojams taip, kad bendras darbo krūvis atitiktų darbo sutartyje apibrėžtą darbo krūvį. Dalis darbuotojų turi keletą pareigybių, dėl to vienas reikalavimų tvarkaraščiui yra, kad darbo grafikai nesikirstų tarp pareigybių. Dalis darbuotojų dirba pirmaeilėse pareigose, dalis darbuotojų – antraeilėse. Antraeilėse pareigose dirbančių darbuotojų atveju yra ypatingai svarbūs jų pageidavimai dėl darbo pasirinktomis savaitės dienomis ir pageidaujamų



pamainų. Darbo grafikai skyriaus darbuotojams sudaromi vienam kalendoriniam mėnesiui.

Uždavinio sprendinys turi maksimaliai išpildyti darbuotojų pageidavimus, prisilaikant būtinųjų ribojimų.

## 2.2. Būtinieji ribojimai

Šiame skyriuje apžvelgiami nagrinėjamo uždavinio būtinieji ribojimai (angl. *hard constraints*) (ribojimai, kurie privalo būti išpildyti).

**Būtinasis ribojimas 1 (BR1).** Išpildytas darbuotojų kiekis būtinas kiekvienai pamainai.

Šis ribojimas užtikrina būtiną darbuotojų kiekį kiekvieno tipo pamainoje. Darbuotojų kiekis, priklausomai, nuo dienos gali kisti dėl to kiekis apibrėžiamas kiekvienai dienai atskirai.

Matematinė šio ribojimo išraiška:

$$\sum_{d=1}^{ld} \sum_{e \in E_q} x_{e,d}^s = A_{d,q}^s, q \in Q, s \in S_q. \quad (4)$$

čia

$Q$  – visų pareigybių aibė,

$ld$  – paskutinė mėnesio diena,

$E_q$  – pareigybės  $q$  darbuotojų aibė,

$x_{e,d}^s$  – kintamasis, kurio reikšmė  $x_{e,d}^s = 1$  jei darbuotojui  $e$  priskirta pamaina  $s$  dieną  $d$ , priešingu atveju  $x_{e,d}^s = 0$ ,

$A_{d,q}^s$  – reikalingas pareigybės  $q$  darbuotojų kiekis dirbti pamainoje  $s$  dieną  $d$ ,

$S_q$  – pareigybės  $q$  pamainų aibė.

**Būtinasis ribojimas 2 (BR2).** Viena pamaina per dieną tam pačiam darbuotojui.

Šis ribojimas užtikrina, kad tik viena pamaina bus priskirta darbuotojui tą pačią dieną. Tačiau, kadangi yra darbuotojų, kurie dirba keliose pareigybėse, jiems šis ribojimas netaikomas.

Matematinė šio ribojimo išraiška:

$$\sum_{s \in S_q} x_{e,d}^s \leq 1, d \in \{1, \dots, ld\}, e \in E_q, q \in Q. \quad (5)$$

**Būtinasis ribojimas 3 (BR3).** Per 7 dienų laikotarpį leidžiama dirbti nedaugiau kaip dviejose naktinėse pamainose.

Pagal Lietuvos darbo kodeksą (str. 154) jei pamaina apima bent 3 valandas naktinio laiko (laikas tarp 22:00 ir 06:00), tai pamaina laikoma naktine pamaina.

Norint užtikrinti šio ribojimo korektišką išpildymą, reikia atsižvelgti į pamainas paskirtas darbuotojui praeito mėnesio paskutinėmis dienomis. Darbuotojo  $e$  paskyrimų, praeito mėnesio paskutinių  $k$  dienų ir šio mėnesio, aibę pažymėkime  $L_e$ . Skaičius  $k$  parenkamas toks, kad suma einamojo mėnesio dienų skaičiaus ir skaičiaus  $k$  būtų lygi 35.

Matematinė šio ribojimo išraiška:

$$\sum_{d=7k+1}^{7(k+1)} \zeta_{e,d}^s \leq 2, \quad (6)$$

$$k = 0, \dots, 4, e \in E_q, q \in Q, s \in \{s_3, s_4\},$$

čia

$\zeta_{e,d}^s$  – kintamasis, kurio reikšmė yra 1, jei darbuotojui  $e$  paskirta pamaina  $s \in \{s_3, s_4\}$  iš aibės  $L_e$ , esanti pozicijoje  $d$ .

$s_3, s_4$  – naktinė ir budėjimo pamainos.

**Būtinasis ribojimas 4 (BR4).** Savaitinio darbo trukmė neturi viršyti 40 valandų.

Lietuvos darbo kodekse (str. 144) apibrėžta, jog per savaitę leidžiama dirbti nedaugiau kaip 40 valandų.

Matematinė šio ribojimo išraiška:

$$\sum_{d=7k+1}^{7(k+1)} d_s \leq 40, \quad (7)$$

$$s \in L_e, k = 0, \dots, 4, e \in E_q, q \in Q,$$

čia

$d_s$  – pamainos  $s$  trukmė.

**Būtinasis ribojimas 5 (BR5).** Po naktinės pamainos darbuotojui turi būti skiriamas nemažesnis kaip 24 valandų poilsio laikas.

Pagal Lietuvos įstatymus po naktinio darbo turi būti skiriamas netrumpesnis kaip 24 valandų poilsio laikas.

Matematinė šio ribojimo išraiška:

$$\begin{aligned} bt_{s_{i+1}} &\geq et_{s_i} \\ i &= 1, \dots, ld, s_i \in C_e, e \in E_q, q \in Q, \end{aligned} \quad (8)$$

čia

$bt_{s_i}$  - pamainos  $s$  paskirtos dieną  $i$  pradžios laikas,

$et_{s_i}$  - pamainos  $s$  paskirtos dieną  $i$  pabaigos laikas,

$C_e$  – darbuotojo einamojo mėnesio darbų grafikas.

**Būtinasis ribojimas 6 (BR6).** Rytinė, dieninė ir naktinė pamainos turi būti paskiriamos tik darbo dienomis.

$$\sum_{d \in F} \sum_{e \in E_q} x_{e,d}^s = 0, s \in \{s_1, s_2, s_3\}, q \in Q, \quad (9)$$

čia

$F$  – mėnesio nedarbo dienos.

$s_1$  – rytinė pamaina.

$s_2$  – dieninė pamaina.

$s_3$  – naktinė pamaina.

**Būtinasis ribojimas 7 (BR7).** Budėjimo pamaina turi būti paskiriama tik savaitgalio arba švenčių dienomis.

Matematinė šio ribojimo išraiška:

$$\sum_{d \in W} \sum_{e \in E_q} x_{e,d}^s = 0, s = \{s_4\}, q \in Q, \quad (10)$$

čia

$W$  – mėnesio darbo dienos,

$s_4$  – budėjimo pamaina.

**Būtinasis ribojimas 8 (BR8).** Darbuotojų, dirbančių keliose pareigybėse darbų grafikai turi nesikirsti.

Matematinė šio ribojimo išraiška:

$$\sum_{d=1}^{ld} z_{e,d} = 0, \forall e \in B, \quad (11)$$

čia

$B$  – darbuotojų, dirbančių keliose pareigybėse, aibė,

$z_{e,d}$  – kintamasis, kurio reikšmė yra 1, jei darbuotojo  $e$  darbų grafikai kertasi dieną  $d$ , priešingu atveju,  $z_{e,d} = 0$ .

**Būtinasis ribojimas 9 (BR9).** Tarp darbuotojų, dirbančių keliose pareigybėse darbų grafikų neturi būti tuščių tarpų.

Būtinasis ribojimas 8 užtikrina, kad grafikai nesikirstų, tačiau nebūtinai užtikrina, kad tarp darbų grafikų nebus laiko tarpų, kurių metu darbuotojas bus priverstas laukti, kad galėtų pradėti darbą. Vienos pamainos pradžios laikas turi sutapti su kitos pamainos pabaigos laiku.

Matematinė šio ribojimo išraiška:

$$\sum_{d=1}^{ld} y_{e,d} = 0, \forall e \in B, \quad (12)$$

čia

$y_{e,d}$  – kintamasis, kurio reikšmė yra 1, jei tarp darbuotojo  $e$  darbų grafikų yra laisvo laiko tarpas dieną  $d$ , priešingu atveju,  $y_{e,d} = 0$ .

Savaime suprantama, kad 8-tas ir 9-tas ribojimai bus išpildomi tik ta sąlyga, jei pamainų pradžios ir pabaigos laikai tarpusavyje bus suderinti.

### 2.3. Papildomi ribojimai

Papildomi ribojimai – ribojimai, kurių išpildymas yra nebūtinai.

**Papildomas ribojimas 1 (PR1).** Paskirtas darbo krūvis atitinka darbo sutartyje apibrėžtą darbo krūvį.

Šiuo ribojimu siekiama, kad darbo krūvis tarp darbuotojų būtų subalansuotas taip, kad sveikatos priežiūros įstaigos administracijai reikėtų kuo

mažiau išleisti pinigų darbuotojų viršvalandžiams apmokėti. Jei darbuotojas dirba daugiau nei priklauso, jam papildomai yra apmokama už viršvalandžius, tačiau jei darbuotojui priskiriamas mažesnis darbo krūvis nei priklauso, jis vis tiek gauna darbo sutartyje numatytą atlyginimą.

Ribojimo PR1 matematinė išraiška:

$$\sum_{d=1}^{ld} d_s = dw_e, s \in C_e, e \in E_q, q = Q, \quad (13)$$

čia

$d_s$  – paminos  $s$  trukmė,

$dw_e$  – darbuotojo  $e$  darbo krūvis, apibrėžtas darbo sutartyje,

$C_e$  – darbuotojo  $e$  darbų grafikas,

**Papildomas ribojimas 2 (PR2).** Didžiausias leistinas naktinių paminų kiekis darbuotojo darbų grafike.

Naktinės paminos dažniausiai darbuotojų yra nepageidaujamos, dėl to šiuo ribojimu siekiama tolygiai paskirstyti naktines paminas tarp darbuotojų, t.y. nebūtų taip, kad visos naktinės paminos priskiriamos vienam ar keliems tiems patiems darbuotojams.

Ribojimo PR2 matematinė išraiška:

$$\sum_{d=1}^{ld} x_{e,d}^s \leq rn_e, e \in E_q, q = Q, s = s_3, \quad (14)$$

čia

$rn_e$  – darbuotojo  $e$  pageidaujamas naktinių paminų kiekis,

$x_{e,d}^s$  – kintamasis, kurio reikšmė lygi 1 jei darbuotojui  $e$  priskirta pamina  $s$  dieną  $d$ , priešingu atveju  $x_{e,d}^s = 0$ .

**Papildomas ribojimas 3 (PR3).** Didžiausias leistinas budėjimo paminų kiekis darbuotojo darbų grafike.

Budėjimo paminos, kaip ir naktinės paminos, dažniausiai darbuotojų yra nepageidaujamos, dėl to šiuo ribojimu siekiama tolygiai paskirstyti budėjimo paminas tarp darbuotojų, t.y. nebūtų taip, kad visos budėjimo paminos priskiriamos vienam ar keliems darbuotojams.

Ribojimo PR3 matematinė išraiška:

$$\sum_{d=1}^{ld} x_{e,d}^s \leq rd_e, e \in E_q, q = Q, s = s_4, \quad (15)$$

čia

$rd_e$  – darbuotojo  $e$  pageidaujamas budėjimo pamainų kiekis.

**Papildomas ribojimas 4 (PR4).** Viena naktinė pamaina iš eilės darbuotojų darbų grafikuose.

Šiuo ribojimu siekiama sumažinti pamainų porų (naktinė, naktinė), (naktinė, budėjimo), (budėjimo, naktinė), (budėjimo, budėjimo) kiekį darbuotojų darbų grafikuose:

Ribojimo PR4 matematinė išraiška:

$$x_{e,d}^s + x_{e,d+2}^s \leq 1$$

$$d = 1, \dots, ld - 2, e \in E_q, q = Q, s \in \{s_3, s_4\}, \quad (16)$$

**Papildomas ribojimas 5 (PR5).** Pageidaujama pamaina kiekvienai savaitės dienai.

Darbuotojas gali pasirinkti kokios pamainos pageidauja kiekvienai savaitės darbo dienai. Šiuo ribojimu siekiama maksimaliai išpildyti darbuotojų pageidavimus dėl darbo pageidaujamose pamainose atskiramis savaitės dienomis.

Ribojimo PR5 matematinė išraiška:

$$\sum_{d=1}^{ld} \tau_e^d = |W_i|, \quad (17)$$

$$e \in E_q, q = Q, i = 1, \dots, 5,$$

čia

$s_e^i$  – darbuotojo  $e$  pageidaujama pamaina savaitės dienai  $i$ ,  $i = 1, \dots, 5$  (1 – pirmadienis, 2 – antradienis, ...),

$c_e^d$  – darbuotojui  $e$  paskirta pamaina dienai  $d$ ,

$W_i$  –  $i$ -tosios savaitės darbo dienos mėnesio dienų aibė,

$\tau_e^d$  – kintamasis, kurio reikšmė yra 1, jei diena  $d$  yra savaitės diena  $i$  ir  $s_e^i = c_e^d$ ,  $i = 1, \dots, 5$ , priešingu atveju,  $\tau_e^d = 0$ .

**Papildomas ribojimas 6 (PR6).** Nepageidaujama pamaina.

Darbuotojas gali pasirinkti pamainą, kurios nepageidauja darbų grafike.

Ribojimo PR6 matematinė išraiška:

$$\sum_{d=1}^{ld} \mu_e^d = 0, e \in E_q, q \in Q, \quad (18)$$

čia

$u_e$  – darbuotojo  $e$  nepageidaujama pamaina,

$\mu_e^d$  – kintamasis, kurio reikšmė yra 1, jei  $c_e^d = u_e$ ,  $d = 1, \dots, ld$ .

**Papildomas ribojimas 7 (PR7).** Pageidaujama laisva diena.

Darbuotojai gali pasirinkti kokiomis dienomis jie pageidauja nedirbti.

Ribojimo PR7 matematinė išraiška:

$$\sum_{d \in d_e^{off}} x_{e,d} = 0, \quad (19)$$

čia

$d_e^{off}$  – darbuotojo  $e$  pageidautų nedarbo dienų aibė,

$x_{e,d}$  – kintamasis, kurio reikšmė lygi 1, jei darbuotojas  $e$  dirba dieną  $d$ , priešingu atveju reikšmė lygi 0.

**Papildomas ribojimas 8 (PR8).** Darbas atkirai.

Šis ribojimas apima tik naktines ir budėjimo pamainas. Pavyzdžiui, sutuoktiniai dirbantys toje pačioje įstaigoje ir auginantys vaikus gali pageidauti, kad naktinis darbas būtų paskirtas skirtingu metu, kad bent vienas iš tėvų liktų prižiūrėti vaikus.

Ribojimo PR8 matematinė išraiška:

$$\begin{aligned} \max_{d=1, \dots, ld} (x_{e_1, d}^s + x_{e_2, d}^s) &\leq 1, \\ e_1, e_2 \in p^*, p^* \in P, s &\in \{s_3, s_4\}, \end{aligned} \quad (20)$$

čia

$P$  – aibė darbuotojų porų  $P = \{(e_1, e_2), \dots, (e_{n-1}, e_n)\}$ , pageidaujančių nedirbti atskirai naktinėje ar budėjimo pamainoje,

$s_3, s_4$  – naktinė ir budėjimo pamainos,

$x_{e,d}^s$  – kintamasis, kurio reikšmė  $x_{e,d}^s = 1$  jei darbuotojui  $e$  priskirta pamaina  $s$  dieną  $d$ , priešingu atveju  $x_{e,d}^s = 0$ ,

$ld$  – paskutinė mėnesio diena.

**Papildomas ribojimas 9 (PR9).** Darbas kartu.

Šis ribojimas taip pat apima tik naktines ir budėjimo pamainas. Pavyzdžiui, sutuoktiniai dirbantys toje pačioje įstaigoje gali pageidauti, kad naktinis darbas būtų paskirtas vienu metu, kad galėtų kitomis dienomis ilsėtis kartu.

Ribojimo PR9 matematinė išraiška:

$$\min_{d=1,\dots,ld} (x_{e1,d}^s + x_{e2,d}^s) > 1 \quad (21)$$

$$e1, e2 \in p^*, p^* \in \bar{P}, s \in \{s_3, s_4\},$$

čia

$\bar{P}$  – aibė darbuotojų porų  $\bar{P} = \{(e_1, e_2), \dots, (e_{n-1}, e_n)\}$ , pageidaujančių dirbti kartu naktinėje ar budėjimo pamainoje.

#### **2.4. Vienakriteris SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinys**

Vienakriteris optimizavimo uždavinys apjungia visus siekiamus tikslus į vieną bendrą tikslą. Sprendžiant vienakriterį optimizavimo uždavinį, tikslas yra rasti tokį sprendinį, kurio reikšmė yra didžiausia arba mažiausia, priklausomai nuo sprendžiamo uždavinio.

Matematiškai vienakriteris minimizavimo uždavinys apibrėžiamas kaip funkcijos  $f(x)$  minimalios reikšmės paieška [83]:

$$\min_{x \in D} f(x), \quad (22)$$

čia

$D \subset \mathbb{R}^n$  – leistinoji sritis, apibrėžta uždavinio ribojimais,

$f: D \rightarrow \mathbb{R}^n$  – tikslo funkcija,

$x$  – tikslo funkcijos argumento vektorius  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,

$n$  – vektoriaus  $x$  ilgis.



Vektorius  $x^* \in D$  vadinamas optimaliu sprendiniu, jei tikslo funkcijos reikšmė tame taške yra mažiausia.

Analogiškai apibrėžiamas ir maksimizavimo uždavinys.

Sprendžiant SPI darbuotojų darbų grafikų vienakriterį optimizavimo uždavinį, tikslas yra rasti tokius darbų grafikus, kurie mažiausiai pažeidžia papildomus ribojimus. Taigi, šiuo atveju yra nagrinėjamas minimizavimo uždavinys.

Kiekvienam papildomam ribojimui yra priskiriama tam tikra bauda, skiriama už ribojimo pažeidimą. Bendra surinktų baudų suma apsprendžia tvarkaraščio kokybę – kuo mažesnė baudų suma, tuo tvarkaraštis laikomas geresniu.

Dažniausiai literatūroje sutinkamas tiesinis, už papildomo ribojimo pažeidimą, baudos apskaičiavimo būdas. Tai reiškia, kad bauda už ribojimo pažeidimą dauginama iš tiek kartų, kiek šis ribojimas yra pažeistas. Kitas, rečiau taikomas, būdas yra eksponentinis baudos apskaičiavimo būdas, kai bauda keliama laipsniu, kurio reikšmė yra ribojimo pažeidimų kiekis. Pavyzdžiui, pageidaujamas nepertraukiamų rytinių pamainų kiekis ne didesnis nei 3 pamainos ir bauda už šio ribojimo pažeidimą yra 10 taškų. Tarkime, darbuotojo darbo grafike yra 5 nepertraukiamos rytinės pamainos (dviem pamainomis viršyta pageidavimą), tai bendras baudos įvertis, skaičiuojant tiesiškai yra 20, o skaičiuojant eksponentiškai– 100. Baudos už atskirų ribojimų pažeidimus yra sumuojamos.

Atsižvelgiant į bendrąją minimizavimo uždavinio formuluotę (22), vienakriterio SPI darbų grafikų optimizavimo uždavinį formuluosime taip:

$$\min_{C_q \in D_q} f(C_q), q \in Q. \quad (23)$$

Čia

$c_e$  – darbuotojo  $e \in E_q$  darbų grafikas,

$C_q$  – pareigybės  $q$  tvarkaraštis (darbuotojų darbų grafikų visuma),

$C_q = (c_{e_1}, c_{e_2}, \dots, c_{e_m})^T$ ,  $m$  – darbuotojų, kurių pareigybė yra  $q$ , kiekis,

$D_q$  – visų leistinų pareigybės  $q$  tvarkaraščių aibė,

$f$  – tikslo funkcija pareigybei  $q \in Q$ .

Tikslo funkcija  $f$  išreiškiama formule

$$f(C_q) = \sum_{c_e \in C_q} p(c_e), q \in Q. \quad (24)$$

Čia

$p(c_e)$  – funkcija, apskaičiuojanti darbuotojo  $e$  darbų grafiko baudų sumą, atsižvelgiant į papildomus ribojimus PR1 – PR9 (žr. 2.3 skyrių).

## 2.5. Daugiakriteris SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinys

Tvarkaraščių sudarytojas konstruodamas tvarkaraštį, paprastai, remiasi tam tikrais kriterijais, kurie, dažnai, būna vienas kitam prieštaringi, t.y. didinant vieno kriterijaus reikšmę, mažėja antrojo kriterijaus reikšmė, ir atvirkščiai. Vienakriterio optimizavimo uždavinio sprendinys gali ne visada tenkinti pagrindinius kriterijus, t.y. mažiausią baudų įvertį, turintis tvarkaraštis ne visada gali būti pats tinkamiausias, atsižvelgiant į tam tikrus kriterijus.

Matematiškai daugiakriterio minimizavimo uždavinys, turintis  $n$  kintamųjų ir  $m$  kriterijų yra apibrėžiamas kaip:

$$\min_{X \in D} F(X) \quad (25)$$

Čia

$D \subset \mathbb{R}^n$  – leistinoji sritis, apibrėžta uždavinio ribojimų,

$X$  – nepriklausomų komponentų sprendinio kintamųjų vektorius,

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n),$$

$F \in \mathbb{R}^m$  – kriterijų (tikslo funkcijų) vektorius,

$$F(X) = (f_1(X), f_2(X), \dots, f_m(X)),$$

$f_i$  –  $i$ -tasis kriterijus.

Kaip jau buvo minėta, dėl kriterijų prieštaringumo, dažniausiai, randamas daugiau nei vienas sprendinys. Vienareikšmiškai nusakyti, kuris sprendinys yra pats geriausias neįmanoma, nes sprendinys, geriausias pagal vieną kriterijų, gali būti pats blogiausias pagal kitą kriterijų.

Sprendinių palyginimui yra naudojamas Pareto dominuojamumo sąryšis [60], [84], [81], [83].

Sprendinys  $x_1$  dominuoja sprendinį  $x_2$ , jei visiems kriterijams galioja nelygybė

$$f_i(x_1) \leq f_i(x_2), i = 1, 2, \dots, m \quad (26)$$

ir egzistuoja bent vienas kriterijus toks, kad

$$f_j(x_1) < f_j(x_2), j \in \{1, 2, \dots, m\}. \quad (27)$$

Sprendinys  $x_1$  vadinamas Pareto optimaliu, jei neegzistuoja  $x^*$  toks, kad galiotų nelygybės (26) ir (27).

Visi sprendiniai, kurie tenkina Pareto optimalumo sąlygą yra laikomi optimaliais (25) uždavinio sprendiniais.

Atsižvelgiant į bendrąją daugiakriterio minimizavimo uždavinio formulotę, daugiakriterį SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinį formuluosime taip:

$$\min_{C_q \in D_q} F(C_q) \quad (28)$$

Čia

$C_q$  – pareigybės  $q$  tvarkaraštis,  $C_q = (c_{e_1}, c_{e_2}, \dots, c_{e_m})^T$ ,  $m$  – darbuotojų, kurių pareigybė yra  $q$ , kiekis,

$D_q$  – visų leistinų pareigybės  $q$  tvarkaraščių aibė,

$F$  – tikslo funkcijų vektorius.

Dabar apžvelgsime sprendžiamo uždavinio tikslus.

**1-as tikslas. Minimizuoti viršvalandžių ar neišdirbtų valandų kiekį.**

Tikslas paskirstyti tokį darbo krūvį darbuotojams, koks yra apibrėžtas darbuotojo darbo sutartyje.

Tikslo funkcijos  $f_1$  matematinė formulė:

$$f_1 = \sum_{c_e \in C_q} \left| \sum_{s \in c_e} d_s - dw_e \right|, \quad (29)$$

$$e \in E_q, q \in Q,$$

čia

$d_s$  – pamainos  $s$  trukmė,

$c_e$  – darbuotojo  $e$  darbų grafikas,

$E_q$  – pareigybės  $q$  darbuotojų aibė,

$dw_e$  – darbuotojo  $e$  darbo krūvis apibrėžtas darbo sutartyje.

**2-ias tikslas. Minimizuoti dviejų ir daugiau nepertraukiamų naktinių pamainų kieki darbų grafikuose.**

Tikslo funkcijos  $f_2$  matematinė formuluotė:

$$f_2 = \sum_{c_e \in C_q} \sum_{s \in c_e \setminus \{s_e^{ld}\}} x_e^s, \quad (30)$$

$$e \in E_q, q \in Q, s \in \{s_3, s_4\},$$

čia

$x_e^s$  – kintamasis, kurio reikšmė lygi 1 jei darbuotojas  $e$  dirba pamainoje  $s \in \{s_3, s_4\}$ , po kurios kitą dieną paskirta kita pamaina  $s' \in \{s_3, s_4\}$ , priešingu atveju  $x_e^s = 0$ ,

$s_e^{ld}$  – darbuotojui  $e$  paskirta pamainą paskutinę mėnesio dieną  $ld$ ,

$c_e$  – darbuotojo  $e$  darbų grafikas,

$E_q$  – pareigybės  $q$  darbuotojų aibė,

$dw_e$  – darbuotojo  $e$  darbo krūvis apibrėžtas darbo sutartyje,

$s_3, s_4$  – atitinkamai, naktinė ir budėjimo pamainos.

**3-ias tikslas. Paskirstyti naktines pamainas pagal darbuotojų pageidavimus.**

Šiuo tikslu siekiama paskirti darbuotojui nedaugiau naktinių pamainų, nei jis pageidauja. Jei lieka neišskirstytų naktinių pamainų, likusios naktinės pamainas skirstomos po vieną naktinę pamainą vis kitam darbuotojui.

Tikslo funkcijos  $f_3$  matematinė formuluotė:

$$f_3 = \max \left( \sum_{s \in C_e} \gamma_e^s - rn_e \left| \begin{array}{c} \\ \forall c_e \in C_q \end{array} \right. \right) - \min \left( \sum_{s \in C_e} \gamma_e^s - rn_e \left| \begin{array}{c} \\ \forall c_e \in C_q \end{array} \right. \right), \quad (31)$$

$$e \in E_q, q \in Q, s \in \{s_3\},$$

čia

$rn_e$  – darbuotojo  $e$  pageidaujamas visam tvarkaraščio galiojimo laikotarpiui naktinių pamainų kiekis,

$\gamma_e^s$  – kintmasis, kurio reikšmė yra 1, jei darbuotojui  $e$  priskirta pamaina  $s \in \{s_3\}$ , priešingu atveju, kintamojo reikšmė lygi 0.

**4-as tikslas. Paskirstyti naktines pamainas pagal darbuotojų pageidavimus.**

Šiuo tikslu siekiama paskirti darbuotojui nedaugiau budėjimo pamainų, nei jis pageidauja. Jei lieka neišskirstytų budėjimo pamainų, likusios budėjimo pamainos skirstomos po vieną budėjimo pamainą vis kitam darbuotojui.

Tikslo funkcijos  $f_4$  matematinė formuluotė:

$$f_4 = \max \left( \sum_{s \in C_e} \gamma_e^s - rd_e \left| \begin{array}{c} \\ \forall c_e \in C_q \end{array} \right. \right) - \min \left( \sum_{s \in C_e} \gamma_e^s - rd_e \left| \begin{array}{c} \\ \forall c_e \in C_q \end{array} \right. \right), \quad (32)$$

$$e \in E_q, q \in Q, s \in \{s_4\},$$

čia

$rd_e$  – darbuotojo  $e$  pageidaujamas, visam tvarkaraščio galiojimo laikotarpiui, budėjimo pamainų kiekis,

$\gamma_e^s$  – kintmasis, kurio reikšmė yra 1, jei darbuotojui  $e$  priskirta pamaina  $s \in \{s_4\}$ , priešingu atveju, kintamojo reikšmė lygi 0,

$s_4$  – budėjimo pamaina.

**5-as tikslas. Minimizuoti pažeidimų darbuotojų įvairiems kitiems pageidavimams kiekį.**

Darbuotojai gali išreikšti pageidavimus dėl:

- pageidaujamų pamainų kiekvienai savaitės dienai (pageidaujama pamaina pirmadieniais, antradieniais ir t.t.)
- nepageidaujamos pamainos (tam tikro tipo pamaina nepageidautina darbų grafike),
- pageidaujamų laisvų dienų (kokiomis mėnesio dienomis pageidauja nedirbti).

Tikslas yra minimizuoti išvardytų pageidavimų pažeidimų kiekį tvarkaraštyje.

Tikslo funkcijos  $f_5$  matematinė formuluotė:

$$f_5 = \sum_{c_e \in C_q} \sum_{d \in d_e^{off}} x_{e,d} + \sum_{c_e \in C_q} \sum_{d \in W_i} x_{e,d}^{s1} + \sum_{c_e \in C_q} \sum_{d=1}^{ld} x_{e,d}^{s2}, \quad (33)$$

$$e \in E_q, q \in Q, s1 \in S \setminus \{r_e^i\}, s2 = u_e, i = 1, \dots, 5,$$

čia

$E_q$  – pareigybės  $q$  darbuotojų aibė.

$i$  – savaitės diena,  $i = 1, \dots, 5$  (1 – pirmadienis, 2 – antradienis,...),

$W_i$  –  $i$ -tosios savaitės dienos mėnesio dienų aibė,

$d_e^{off}$  – darbuotojo  $e$  pageidaujamų laisvų dienų sąrašas,

$u_e$  – darbuotojo  $e$  nepageidaujama pamaina,

$ld$  – paskutinė mėnesio diena,

$r_e^i$  – darbuotojo  $e$  pageidaujama pamaina  $i$ -tajai savaitės dienai,

$x_{e,d}^s$  – kintamasis, kurio reikšmė yra 1, jei darbuotojui  $e$  priskirta pamaina  $s$  dieną  $d$ .

Sprendžiant daugiakriterius optimizavimo uždavinius neretai naudojamas vienas iš metodų daugiakriterio uždavinio suvedimui į vienakriterį.

Pagrindiniai metodai [85]:

- svorių sumos metodas;
- svorinis min-max metodas;
- eksponentinis svorinis kriterijus;

- svorinė daugyba.

Šioje disertacijoje daugiakriterio uždavinio į vienakriterį transformacija yra neatliekama ir nei vienas iš aukščiau pateiktų metodų netaikomas.

## **2.6. Antro skyriaus apibendrinimas**

Šiame skyriuje suformuluotas SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinys: vienakriteris ir daugiakriteris. Išskirti būtinieji ir papildomi uždavinio ribojimai.

Disertacijoje nagrinėjamas uždavinys atsižvelgiant į  $\alpha|\beta|\gamma$  klasifikaciją yra vienas sudėtingiausių kada nors nagrinėtų uždavinių. Atsižvelgiant į minėtąją klasifikaciją mūsų sprendžiamą uždavinį galime suformuluoti kaip  $ASBC|AV4|PL(M)$ . Kitų autorių sprendžiamų uždavinių sudėtingumas apžvelgtas 1.3 skyriuje.

### 3. Algoritmai SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždaviniams spręsti

Šiame skyriuje apžvelgsime algoritmus, kuriais buvo remtasi sprendžiant darbų grafikų optimizavimo uždavinį ir supažindinsime su mūsų pasiūlytais algoritmais.

Disertacijoje nagrinėjami trys algoritmai: pamainų sekų metodas (PS) (angl. *shift sequence based approach*) [62], atkaitinimo modeliavimo metodas (AM) (angl. *simulated annealing*) [86] ir mūsų pasiūlytasis pamainų sekų ir atkaitinimo metodų junginys (PSAM).

Pagrindinės priežastys nulėmusios pamainų sekų ir atkaitinimo modeliavimo metodų pasirinkimą darbų grafikų uždaviniui spręsti:

- Atkaitinimo metodas vienas populiariausių metodų, naudojamų globaliosios optimizacijos uždaviniams spręsti;
- Atkaitinimo metodas, atsižvelgiant į atliktą AM ir genetinio algoritmo palyginamąją analizę [56], AM metodas yra efektyvesnis nei genetinis algoritmas, sprendžiant darbų grafikų optimizavimo uždavinius,
- Pamainų sekų metodas neseniai pasiūlytas (oficialiai 2010 metais),
- Pamainų sekų metodas iki tol nebuvo palygintas su kitais metodais (2013 metais išleista kitų autorių publikacija [63], kurioje jų siūlomas algoritmas lyginamas ir su pamainų sekų metodu).

Pagrindinė priežastis patobulinti pamainų sekų metodą yra ta, kad nors originalusis pamainų sekų metodas yra adaptyvusis (atsižvelgia į praeityje gautus rezultatus), tačiau adaptyvumas pasireiškia tik darbuotojų tvarkoje, pagal kurią konstruojami darbo grafikai (patys grafikai konstruojami kiekvieną kartą iš naujo). Pasiūlytoji pamainų sekų metodo modifikacija atsižvelgia ne tik į darbuotojų tvarką, bet ir į darbų grafikus, gautus ankstesnėse iteracijose. Nuspręsta pamainų sekų metodą apjungti su atkaitinimo modeliavimo metodu dėl to, kad atkaitinimo modeliavimo metodas sugeba „ištrūkti“ iš lokalaus optimumo taško.



Tolimesniuose skyreliuose pateikiama išsamesnė informacija apie šiuos metodus.

### **3.1. Algoritmai vienakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti**

#### **3.1.1. AM metodas vienakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti**

Atkaitinimo modeliavimo (AM) metodas yra stochastinis globalios paieškos metodas, pasiūlytas 1983 metais Skoto Kirkpatricko (orig. *Scott Kirkpatrick*). Šis metodas jau 30 metų naudojamas vienakriteriams optimizavimo uždaviniams spręsti. AM metodas pasižymi tuo, kad ieškodamas globaliojo optimumo taško, neužstringa lokaliajame optimumo taške. Teoriškai, globalus optimumas gali būti rastas tik per begalinę paiešką. Atlikta daug bandymų siekiančių nustatyti AM metodo konvergavimo elgseną, tam kad būtų gaunami artimi globaliam optimumui sprendiniai per baigtinę paiešką. AM metodo konvergavimą apibrėžia „vėsimo“ greitis, t.y. temperatūros kitimo (vėsimo) tvarkaraštis (angl. *cooling schedule*), apibrėžiantis kaip kinta temperatūra po kiekvienos iteracijos ar tam tikro kiekio iteracijų.

Yra pateikta mokslinėje literatūroje daugybė funkcijų, apibrėžiančių „vėsimo“ dėsnį [87], [88]. Prieš apžvelgdami dažniausiai naudojamas temperatūros mažinimo funkcijas, įveskime keletą žymėjimų:

$T_0$  – pradinė temperatūra,

$T_N$  – galutinė temperatūra,

$N$  – iteracijų kiekis, reikalingas temperatūrą  $T_0$  sumažinti iki  $T_N$  temperatūros,

$t$  – einamoji iteracija.

Dažniausiai naudojamos šios temperatūros mažinimo funkcijos [89]:

- Tiesinis vėsimas:

$$T(t) = T_0 - t \cdot \frac{T_0 - T_N}{N}. \quad (34)$$

- Laipsninis vėsimas

$$T(t) = T_0 - t^A,$$

$$A = \frac{\ln(T_0 - T_N)}{N}. \quad (35)$$

- Logaritminis vėsimas

$$T(t) = \frac{T_0}{\log(1 + t)}. \quad (36)$$

- Trigonometrinis (kosinuso) vėsimas

$$T(t) = \frac{1}{2}(T_0 - T_N) \left( 1 + \cos\left(\frac{t\pi}{N}\right) \right) + T_N. \quad (37)$$

- Eksponentinis vėsimas

$$T(t) = T_0 \left( \frac{T_N}{T_0} \right)^{\frac{t}{N}} \quad (38)$$

$$T(t) = \frac{T_0 - T_N}{1 + e^{3\left(\frac{t-N}{2}\right)}} + T_N. \quad (39)$$

$$T(t) = T_0 e^{-Bt^2} \quad (40)$$

$$B = \left( \frac{1}{N^2} \right) \ln\left(\frac{T_0}{T_N}\right).$$

$$T(t) = T_0 A^{-\left[\frac{t}{fN}\right]^B} \quad (41)$$

$$B = \frac{\ln\left(\frac{\ln(T_0/T_N)}{\ln(A)}\right)}{\ln(A)} \bigg/ \ln\left(\frac{1}{f}\right), A = 2, f = 1/3.$$

- Hiperbolinis vėsimas

$$T(t) = \frac{1}{2}(T_0 - T_N) \left( 1 - \tanh\left(\frac{10t}{N} - 5\right) \right) + T_N. \quad (42)$$

$$T(t) = \frac{T_0 - T_N}{\cosh\left(\frac{10t}{N}\right)} + T_N. \quad (43)$$

Autoriai [89] pateikė išvadą, jog vėsimo funkcija (38) arba (43) yra idealus pasirinkimas mažos paieškos sričiai analizuoti, dėl jų didelio konvergavimo greičio, bet ne pats geriausias pasirinkimas didelės paieškos sričiai analizuoti, nes per greitai pasieks globalųjį optimumą (liks neištirta didelė sprendinių erdvė).

AM metodas bando gerinti sprendinį, atsižvelgdamas į anksčiau rastus rezultatus, t.y. suranda iki šiol geriausio rasto tvarkaraščio kaimyną ir naujasis tvarkaraštis yra priimamas arba atmetamas priklausomai nuo naujo sprendinio priėmimo kriterijų [90].

Tvarkaraščio kaimynas gali būti sukonstruotas naudojant tokias strategijas: [71]

- **Vienos pamainos apkeitimas**

Tai viena paprasčiausių kaimyninio tvarkaraščio konstravimo strategijų. Kaimyniniai tvarkaraščiai vienas nuo kito skiriasi vienos pamainos pozicija tvarkaraštyje. Pamaina vieno darbuotojo perkeliama į darbuotojo darbų grafiką, kuriam tą dieną paskirta laisva pamaina (laisva diena).

- **Savaitgalio pamainos apkeitimas**

Ši strategija panaši į vienos pamainos kaimyno strategiją, skirtumas tas, kad pamaina perkeliama savaitgalio dieną. Ši strategija turi didelę svarbą sprendžiant tokius uždavinius, kuriuose pageidaujama, kad visas savaitgalis būtų užimtas arba laisvas.

- **Pamainos apkeitimas tarp perteklinio ir deficitinio darbo krūvio**

Pagal šią strategiją pamainos sukeičiamos tarp perteklinį darbo krūvį ir deficitinį darbo krūvį turinčių darbuotojų. Ši strategija apima tik tas pamainas, kurių apkeitimas dar labiau nepadidina perteklinio ar deficitinio darbo krūvio.

- **Pamainų apkeitimas, atsižvelgiant į asmeninius pageidavimus**

Pagal šią strategiją ieškomas tvarkaraštis, kuris geriausiai tenkina asmeninius darbuotojų pageidavimus.

- **Pamainų apkeitimas tarp labiausiai pažeisto ribojimo grafiko ir bet kurio kito**

Pagal šią strategiją išsiaiškinamas, kuris ribojimas labiausiai pažeistas ir pagal tai atliekami pamainų kėliniai, sumažinantys pažeidimų ribojimui kiekį.

- **Pamainų sekų apkeitimas**

Vietoj vienos pamainos apkeitimo tarp darbų grafikų vykdomas pamainų sekos apkeitimas. Išsiaiškinamas blogiausias darbų grafikas tvarkaraštyje ir

atsitiktinai išsirenkama diena, nuo kurios yra apkeičiama serija (iki pusės tvarkaraščio galiojimo laikotarpio ilgio) pamainų tarp atsitiktinai išsirinkto kito darbų grafiko.

- **Godusis pamainų sekų apkeitimas**

Tarp dviejų atsitiktinai pasirinktų darbų grafikų atliekami visi įmanomi pamainų apkeitimai ir paliekamas tas sprendimas, kuris yra geriausias. Pavadinimas godusis dėl to, kad tai daug laiko užimanti procedūra.

Be šių strategijų dar gali būti pritaikytos kitos procedūros leidžiančios ištyrinėti detaliau sprendimų erdvę [71]. Pavyzdžiui, ištisu darbų grafikų apkeitimas tarp dviejų darbuotojų, tačiau gali būti ir taip kad situacija tik dar labiau bus pabloginta. Nepaisant to, kad darbuotojų darbo sąlygos panašios, tačiau pageidavimai gali labai skirtis ir dėl to kito darbuotojo darbo grafikas gali visiškai netikti.

Bendra AM metodo schema:

1. *Atsitiktinai sugeneruojamas pradinis sprendinys  $X$ , tenkinantis būtinuosius ribojimus.*
2. *Nustatoma pradinė temperatūra.*
3. *Generuojamas naujas sprendinys  $Y$  kaimynystėje sprendinio  $X$ .*
4. *Jei sprendinys  $Y$  yra geresnis už iki šiol rastą geriausią  $Best$ , sprendinys  $Y$  išsaugomas ( $Best = Y$ ), ir  $X = Y$ .*
5. *Jei sprendinys  $Y$  yra geresnis už  $X$  sprendinį, bet negeresnis už  $Best$ , naujas sprendinys išsaugomas kaip  $X$  ( $X = Y$ ), priešingu atveju, naujas sprendinys priimamas su tikimybe  $P$ .*
6. *Jei sprendinys  $Y$  yra nepriimtas, naudoti ankstesnį sprendinį  $X$  kaimyninio tvarkaraščio konstravimui.*
7. *Atsižvelgiant į temperatūros vėsinimo funkciją, sumažinama temperatūra.*
8. *Jei temperatūra nepasiekė nustatytos galutinės reikšmės kartojami 3-8 žingsniai, priešingu atveju, tvarkaraščio konstravimo procedūra nutraukiama.*

### 3.1.2. PS metodas vienakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti

Pamainų sekų (PS) metodas pasiūlytas 2010 metais [62]. Darbuotojų darbų grafikai yra konstruojami dviem etapais:

- Pamainų sekų generavimas,
- Darbų grafikų konstravimas, remiantis sugeneruotomis, pirmame etape, pamainų sekomis.

Pirmame etape generuojamų pamainų sekų ilgis neviršija 5 pamainų (pasirinktos 5 pamainos dėl to, jog, paprastai, per savaitę būna 5 darbo dienos). Prireikus ilgesnių sekų, apjungiamos trumpesnės sekos į vieną ilgesnę seką.

Uždavinio ribojimai, tiek būtinieji, tiek paprastieji papildomai suskirstomi į tris grupes (kategorijas):

- Sekos ribojimus (ribojimai pritaikomi sekų generavimo metu);
- Darbų grafiko ribojimus (ribojimai pritaikomi darbų grafikų konstravimo metu);
- Tvarkaraščio ribojimus (ribojimai pritaikomi tvarkaraščio konstravimo metu).

Disertacijoje nagrinėjamo uždavinio būtinųjų ir papildomų ribojimų suskirstymas pateiktas, atitinkamai 18-oje ir 19-oje lentelėse.

18 lentelė. Būtinieji uždavinio ribojimai suskirstyti į sekų, darbų grafikų ir tvarkaraščio ribojimus.

	<b>Būtinasis ribojimas</b>	<b>Ribojimo kategorija</b>
BR1	Išpildytas darbuotojų kiekis būtinas kiekvienai pamainai.	Tvarkaraščio
BR2	Viena pamaina per dieną tam pačiam darbuotojui	Darbų grafiko
BR3	Per 7 dienų laikotarpį leidžiama dirbti ne daugiau kaip dviejose naktinėse pamainose.	Darbų grafiko
BR4	Savaitinio darbo trukmė neturi viršyti 40 valandų.	Darbų grafiko
BR5	Po naktinės pamainos darbuotojui turi būti skiriamas nemažesnis kaip 24 valandų poilsio	Darbų grafiko / sekos

	<b>Būtinasis ribojimas</b>	<b>Ribojimo kategorija</b>
	laikas.	
BR6	Rytinė, dieninė, naktinė pamainos turi būti paskiriamos tik darbo dienomis.	Darbų grafiko
BR7	Budėjimo pamaina turi būti paskiriama tik savaitgalio arba švenčių dienomis.	Darbų grafiko
BR8	Darbuotojų, dirbančių keliose pareigybėse darbų grafikai turi nesikirsti.	Darbų grafiko
BR9	Tarp darbuotojų, dirbančių keliose pareigybėse darbų grafikų neturi būti tuščių tarpų.	Darbų grafiko

19 lentelė. Papildomi uždavinio ribojimai suskirstyti į sekų, darbų grafikų ir tvarkaraščio ribojimus.

	<b>Papildomas ribojimas</b>	<b>Ribojimo kategorija</b>
PR1	Paskirtas darbo krūvis atitinka darbo sutartyje apibrėžtą darbo krūvį.	Darbų grafiko
PR2	Didžiausias leistinas naktinių pamainų kiekis darbuotojo darbų grafike.	Darbų grafiko
PR3	Didžiausias leistinas budėjimo pamainų kiekis darbuotojo darbų grafike.	Darbų grafiko
PR4	Viena naktinė pamaina iš eilės, darbuotojų darbų grafikuose.	Darbų grafiko
PR5	Pageidaujama pamaina kiekvienai savaitės dienai.	Darbų grafiko
PR6	Nepageidaujama pamaina.	Sekos
PR7	Pageidaujama laisva diena.	Darbų grafiko
PR8	Darbas atkirai.	Darbų grafiko
PR9	Darbas kartu.	Darbų grafiko

Po sekų generavimo etapo kiekviena pamainų seka yra įvertinama atsižvelgiant į sekos ribojimų pažeidimus (baudos įverčius), kiekvienam

darbuotojui atskirai, ir išrikiuojamos pamainų sekų baudų atžvilgiu nemažėjimo tvarka, t.y. pamainų sekos mažiausiai pažeidusios sekų ribojimus yra priekyje sekų aibės, o labiausiai pažeidusios – pamainų sekų aibės gale. Sumažinti pamainų sekų kiekį galima atsisakant blogiausių pamainų sekų arba atsirenkant pirmąsias  $n$  geriausias sekas.

Surikiavus pamainų sekas, konstruojamas kiekvieno darbuotojo darbų grafikas iš sugeneruotųjų sekų, priskiriant atsitiktinai parinktą laisvų dienų kiekį tarp sekų.

Pirmą kartą konstruojant darbuotojų darbų grafikus darbuotojas, kuriam bus konstruojamas darbų grafikas, pasirenkamas atsitiktinai iš visos darbuotojų aibės. Vėliau darbuotojai pasirenkami, atsižvelgiant į ankstesnės iteracijos rezultatus – pradedama nuo to darbuotojo, kuriam buvo sukonstruotas blogiausias darbų grafikas, baigiant darbuotoju, kuris turėjo geriausią darbų grafiką. Darbų grafikų kokybei (gerumui ar blogumui) nustatyti, naudojami darbų grafiko ribojimai. Priskiriant darbuotojo darbų grafikui tam tikrą pamainų seką, patikrinama ar ši pamainų seka nepažeidžia tvarkaraščio bei tam tikrų darbų grafiko ribojimų, jei ribojimai pažeidžiami, tuomet tikrinama ar kita, kaimynystėje esanti, pamaina yra tinkama ir t.t. Jei nei viena pamaina netinkama priskiriamas tam tikras nepertraukiamų laisvų dienų skaičius. Kiekvieną kartą sukonstravus darbuotojo darbų grafiką, atsitiktinai pasirenkama pamainų pora, kuri apkeičiama su kito darbuotojo darbų grafiko pamainų pora, jei nei vieno iš darbuotojų darbų grafikas nepablogėja.

Po darbų grafikų konstravimo etapo, dažniausiai, lieka tvarkaraščio ribojimų pažeidimų, mūsų atveju, neišpildytas būtinas darbuotojų kiekis kiekvienai pamainai, tuomet, remiantis godžiosios lokalios paieškos procedūra priskiriamos trūkstamos pamainos. Trūkstamos pamainos priskiriamos tam darbuotojui, kurio darbų grafikas pagerėja labiausiai, o jei tokių darbuotojų nėra, tuomet tam darbuotojui, kurio darbų grafikas pabloginamas mažiausiai.

Naujai sudarytas tvarkaraštis palyginamas su iki šiol rastu geriausiu tvarkaraščiu ir jei naujasis tvarkaraštis yra geresnis, tuomet išsaugomas kaip geriausias, darbuotojai surikiuojami pagal jų darbų grafikų baudos įverčius ir

tvarkaraščio konstravimo procedūra tęsiama toliau, jei neišpildyta procedūros nutraukimo sąlyga.

Bendra PS metodo schema:

1. *Pamainų sekų generavimas, atmetant netinkamas sekas.*
2. *Kiekvienos pamainos įvertinimas pagal sekos ribojimus.*
3. *Pamainų sekų išrikiavimas pagal sekų baudos įverčius.*
4. *Pašalinimas pamainų sekų, jei būtina, netenkinančių tam tikro kriterijaus.*
5. *Iteracijų skaitliuko maksimalios leistinos ribos nustatymas.*
6. *Darbuotojų atsitiktine tvarka išrikiavimas.*
7. *Pamainų sekų priskyrimas kiekvienam darbuotojui, iš surikiuotosios darbuotojų aibės, jei nepažeidžiami tvarkaraščio ribojimai. Jei pažeidžiami ribojimai – renkamasi kita pamainų seka ir t.t. Tarp pamainų sekų atidedamas tam tikras nenutrūkstamų laisvų dienų kiekis.*
8. *Po kiekvieno darbuotojo darbų grafiko sukonstravimo atliekamas pamainų poros sukeitimas su kito atsitiktinai pasirinkto darbuotojo darbų grafiko pamainų pora, jei nepabloginami nei vieno iš jų darbų grafikai.*
9. *Tvarkaraštyje egzistuojantys tvarkaraščio ribojimų pažeidimai, pašalinami naudojant godžiosios lokalsios paieškos procedūrą.*
10. *Išsaugoti iki šiol rastą geriausią tvarkaraštį.*
11. *Išrikiuojami darbuotojai pagal darbų grafikų baudos įverčius nedidėjimo tvarka.*
12. *Padidinama iteracijos skaitliuko reikšmė ir jei nepasiekta maksimali leistina skaitliuko reikšmė, procedūra tęsiama (7-12 žingsniai), priešingu atveju – nutraukiama.*



### 3.1.3. PSAM metodas vienakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti

Šiame skyrelyje pateikiamas mūsų pasiūlytasis SPI darbuotojų darbų grafikų vienakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti algoritmas – dviejų anksčiau nagrinėtų metodų junginys.

Atsižvelgiant į vieną iš pamainų sekų metodo trūkumų – konstruoti darbų grafikus kiekvienoje iteracijoje iš naujo, keičiant tik darbuotojų tvarką, nuspręsta įvesti patobulinimus leidžiančius tvarkaraštį tobulinti, o ne ardyti ir konstruoti iš naujo. Taip pat mūsų pasiūlytame algoritme panaudojama viena iš atkaitinimo metodo stipriųjų pusių – gebėjimas ištrūkti iš lokalaus optimumo (mūsų atveju minimumo).

Esminis patobulinimas yra tas, kad yra įsimenamos pamainų sekos, panaudotos kiekvieno darbuotojo darbų grafikui konstruoti ir tobulinant tvarkaraštį liečiama tik tam tikros pamainų sekos aplinka, kitos dalys darbų grafike yra neliečiamos.

Tobulinant tvarkaraštį, išrenkamas darbuotojas turintis blogiausią darbų grafiką (jei yra keli atsitiktine tvarka išsirenkamas vienas) ir atsitiktine tvarka išsirenkama pamainų seka, kuri bus keičiama kaimynine pamainų seka, jei kaimyninė seka yra tinkama. Jei kaimyninė pamainų seka yra netinkama imama kaimyninė seka kaimyninei sekai ir t.t., pasiekus pamainų sekų aibės pabaigą, kaimynine pamainų seka laikoma pirmoji pamainų seka sekų aibėje. Jei nei viena seka nėra tinkama, tuomet vietoj buvusios sekos priskiriami laisvadieniai. Kaimyninės sekos tinkamumą priskirti darbų grafikui apibrėžia tam tikri būtinieji ribojimai, pavyzdžiui, daugiausiai dvi naktinės pamainos leidžiamos per 7 dienų laikotarpį, savaitinis darbo krūvis turi neviršyti 40 valandų.

Jei kaimyninė seka yra tinkama ir trumpesnė už esamą pamainų seką tai nepadengiamos pamainos keičiamos laisvomis dienomis darbų grafike. Jei kaimyninė seka yra tinkama ir jos ilgis lygus esamai pamainų sekai, tuomet visos esamos pamainos keičiamos naujomis pamainomis. Jei kaimyninė seka yra tinkama ir jos ilgis didesnis už esamos sekos ilgį tuomet visos esamos pamainos keičiamos į naujas pamainas ir jei kaimyninė pamaina nesikerta su

kita pamainų seka darbų grafike, priskiriamos likusios kaimyninės sekos pamainos. Jei kaimyninė pamainų seka kertasi su gretimai esančia pamainų seka, tuomet dalis gretimos sekos pamainų keičiamos į kaimyninės pamainų sekos dar nepriskirtas pamainas, o kita dalis pamainų keičiama į laisvas dienas.

Po šios procedūros gali būti neišpildytas ribojimas dėl reikalaujamo darbuotojų kiekis kiekvienoje pamainoje – darbuotojų gali būti per daug paskirta arba per mažai. Sutvarkyti pažeidimus šiam ribojimui naudojama godžiosios lokalsios paieškos procedūra, kuri prideda arba pašalina pamainas iš tų darbuotojų darbų grafikų, kuriems darbų grafikas pagerėja labiausiai arba pablogėja mažiausiai.

Pašalinant pamainą iš darbų grafiko esanti pamainų seka padalinama į dvi dalis: pamainų seka prieš šalinamąją pamainą ir pamainų seka už šalinamosios pamainos. Darbų grafike vietoje buvusios vientisos pamainų sekos bus dvi atskiros pamainų sekos, jei šalinama pamaina nėra kraštinė pamaina esančioje sekoje.

Gautasis tvarkaraštis palyginamas su iki šiol rastu geriausiu tvarkaraščiu ir jei jis yra geriausias yra išsaugomas, jei ne – priimamas su tam tikra tikimybe  $P$ .

Tvarkaraščio konstravimą iliustruojantis pavyzdys.

Tarkime, turime surikiuotąją darbuotojo pamainų sekų aibę (20 lentelė).

20 lentelė. Pamainų sekų aibė.

Eilės numeris	0	1	2	3	4	5	6
Pamainų seka	RD	RRD	RRR	DD	RDR	RR	RRRDD

Pamainų sekos sudarytos iš rytinių (R) ir dieninių (D) pamainų, laisvą dieną pažymėkime simboliu „-“.

Konstruodami tvarkaraščius, laikysime kad pamainų sekos kaimynas yra dešinėje pusėje esanti pamainų seka.

Informaciją apie darbo grafike priskirtas pamainų sekas saugosime atskirame masyve, kurio ilgis toks pat kaip ir darbų grafiko.

Masyvo elementų galimos reikšmės:

- $-1$ , jei laisva diena.
- $n$ ,  $n \geq 0$  pamainų sekos numeris sekų aibėje.
- $-2$ , pamaina, esanti toje pozicijoje priklauso  $n$ -tajai pamainų sekai.

Tarkime, tvarkaraščio galiojimo laikotarpis 10 dienų ir esamas darbų grafikas yra:

$- , - , R , R , D , - , R , R , R , - .$

Tada informacija apie grafiką atrodys taip:

$-1 , -1 , 1 , -2 , -2 , -1 , 5 , -2 , -2 , -1 .$

Tarkime, atsitiktinai pasirenkama keitimui 2-oji (eilės numeris 1) pamainų seka. Jai kaimyninė seka yra RRR. Tuomet naujasis grafikas atrodys taip:

$- , - , R , R , R , - , R , R , R , - .$

O saugoma informacija apie grafiką taip:

$-1 , -1 , 2 , -2 , -2 , -1 , 2 , -2 , -2 , -1 .$

Tarkime, kad vėl atsitiktinai pasirenkama (1-oji darbų grafike) keitimui 3-oji (eilės numeris 2) pamainų seka. Kaimyninė seka yra DD. Kadangi naujoji seka yra trumpesnė, tai likusi senosios pamainos dalis bus pakeista į laisvas dienas:

$- , - , D , D , - , - , R , R , R , - .$

Informacija apie grafiką:

$-1 , -1 , 3 , -2 , -1 , -1 , 2 , -2 , -2 , -1 .$

Tarkime, atsitiktinai pasirenkama keitimui 4-oji (eilės numeris 3) pamainų seka. Kaimyninė seka yra RDR. Kadangi naujoji seka yra ilgesnė, tačiau nesikerta su gretimai esančia pamainų seka, naujosios pamainų sekos pamainos bus priskirtos vietoje laisvos dienos. Gausime tokį darbų grafiką:

$- , - , R , D , R , - , R , R , R , - .$

$-1 , -1 , 4 , -2 , -2 , -1 , 2 , -2 , -2 , -1 .$

Tarkime, atsitiktinai pasirinktai keitimui 5-osios (eilės numeris 4) pamainų sekos tinkamas kaimynas yra 7-oji seka (eilės numeris 6) RRRDD. Kadangi kaimyninė seka kertasi su gretimąja seka, tai dalis gretimosios sekos pamainų bus pakeistos naujosios sekos pamainomis, o kita gretimos sekos dalis laisvomis dienomis (informacija apie pamainų seką RRR išnyksta):

$$\begin{aligned} & -, -, R, R, R, D, D, -, -, -. \\ & -1, -1, 6, -2, -2, -2, -2, -1, -1, -1. \end{aligned}$$

Jei tarkime, viena rytine pamaina (5-oje pozicijoje) tvarkaraštyje yra per daug tai ją pašalinus gausime naują tvarkaraštį

$$\begin{aligned} & -, -, R, R, -, D, D, -, -, -. \\ & -1, -1, 5, -2, -1, 3, -2, -1, -1, -1. \end{aligned}$$

Bendra pasiūlytojo metodo (PSAM) schema:

1. *Pamainų sekų generavimas.*
2. *Kiekvienos pamainos įvertinimas pagal sekos ribojimus.*
3. *Pamainų sekų išrikiavimas pagal sekų baudos įverčius.*
4. *Pradinio tvarkaraščio  $X$  generavimas pamainų sekų metodu.*
5. *Iteracijų skaitliuko maksimalios leistinos ribos nustatymas.*
6. *Naujo tvarkaraščio  $Y$ , artimo tvarkaraščiui  $X$ , generavimas.*
7. *Jeį pažeidžiami būtinieji ribojimai, jie ištaisomi godžiosios lokalių paieškos procedūra.*
8. *Jeį naujasis tvarkaraštis  $Y$  yra geresnis už Best tvarkaraštį, jis yra išsaugomas  $Best = Y, X = Y$ .*
9. *Jeį  $Y$  yra geresnis už  $X$ ,  $X = Y$ , priešingu atveju priimamas su tikimybe  $P$ .*
10. *Jeį  $Y$  nepriimtas, konstruojamas kitas tvarkaraštis artimas  $X$  tvarkaraščiui.*
11. *Skaitliuko reikšmės padidinimas.*
12. *Kartojama (6-12) jeį skaitliuko reikšmė nepasiekė maksimaliai leistinos reikšmės.*

### 3.2. Algoritmai daugiakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti

Šiame skyriuje apžvelgiami metodai pritaikyti daugiakriteriams SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždaviniams spręsti.

#### 3.2.1. AM metodas daugiakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti

Šioje disertacijoje nagrinėjamo daugiakriterio tvarkaraščio optimizavimo uždaviniui spręsti, pasirinkta autorių [91] atkaitinimo modeliavimo versija.

Bendras atkaitinimo modeliavimo metodo daugiakriteriui optimizavimo uždaviniui algoritmas:

1. Sugeneruojamas pradinis sprendinys  $X$ , tenkinantis būtinuosius uždavinio ribojimus ir įvertinamos tikslo funkcijos  $f_i(X)$ ,  $i = 1, \dots, m$ .
2. Sugeneruojamas sprendiniui  $X$  artimas sprendinys  $Y$ .
3. Įvertinamos tikslo funkcijos  $f_i(Y)$ ,  $i = 1, \dots, m$ .
4. Jei gautas sprendinys  $Y$  yra Pareto optimalus, atnaujinama Pareto aibė, papildant sprendiniu  $Y$  ir priskiriama  $X = Y$ .
5. Jei sprendinys  $Y$  nėra Pareto optimalus sprendinys  $Y$  priimamas su tikimybe  $P$ .
6. Jei sprendinys  $Y$  priimtas, atnaujinti Pareto aibė, papildant ją sprendiniu  $Y$  ir  $X = Y$ .
7. Iš archyvuotų sprendinių aibės periodiškai išsirinkti sprendinį kuriam bus konstruojamas artimas sprendinys.
8. Periodiškai sumažinama temperatūra.
9. Jei tenkinama procedūros nutraukimo sąlyga, paieška stabdoma, jei ne tęsiama nuo 2-o žingsnio.

Naujo sprendinio priėmimo tikimybė apskaičiuojama pagal formulę:

$$P = \prod_{i=1}^m \exp\left(-\frac{f_i(Y) - f_i(X)}{T_i}\right), \quad (44)$$

čia

$m$  – tikslo funkcijų kiekis,

$f_i(Z)$  –  $i$ -osios tikslo funkcijos reikšmė taške  $Z$ .

$T_i$  –  $i$ -ajam kriterijui priskirta temperatūra.

Kaip matome iš formulės (44), jei skirtumas  $f_i(Y) - f_i(X)$  neigiamas bent vienam kriterijui, tai eksponentinės funkcijos reikšmė, tam kriterijui, bus didesnė už vieną, daug tikėtina, kad ir bendra sandaugos reikšmė bus didesnė už vieną. Akivaizdu, kad toks sprendinys bus visada priimamas. Jei skirtumas  $f_i(Y) - f_i(X)$  teigiamas, tai bendra sandaugos reikšmė gali būti labai maža, tuo pačiu maža tikimybė priimti blogesnį sprendinį.

Kadangi tikimybė didesnė už vienetą būti negali, autoriai [86] siūlo (44) formulę perrašyti taip:

$$P = \min \left\{ 1, \prod_{i=1}^m \exp \left( - \frac{f_i(Y) - f_i(X)}{T_i} \right) \right\}. \quad (45)$$

Kaip matome formulėje naudojama temperatūra atskira kiekvienam kriterijui. Pradinė temperatūra nustatoma visiems kriterijams vienoda, po to temperatūra kiekvienam kriterijui kinta pagal tokią schemą.

Kas tam tikrą iteracijų kiekį temperatūra kinta pagal dėsnį:

$$T'_i = \alpha_i T_i, \quad (46)$$

čia

$T'_i$  - nauja temperatūra,

$$\alpha_i = \max \left( 0,5, \exp \left( - \frac{0,7T_i}{\sigma_i} \right) \right), \quad (47)$$

čia

$\sigma_i$  –  $i$ -osios tikslo funkcijos archyvuotų reikšmių, gautų esant temperatūrai  $T_i$  standartinis nuokrypis.

Sprendžiant šioje disertacijoje nagrinėjamą uždavinį pastebėta, kad standartinio nuokrypio reikšmė kai kuriems kriterijams lygi nuliui, arba nei vienas sprendinys nebuvo priimtas, esant tam tikrai temperatūrai, tuomet laikoma, kad standartinio nuokrypio reikšmė lygi 0,001.

### 3.2.2. PS metodas daugiakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti

Pamainų sekų metodą daugiakriteriui optimizavimo uždaviniams spręsti adaptavome remdamiesi atkaitinimo modeliavimo metodo adaptavimo daugiakriteriams optimizavimo uždaviniams spręsti principais.

Pamainų sekų metodo daugiakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti algoritmas.

1. *Pamainų sekų generavimas, atmetant netinkamas sekas.*
2. *Kiekvienos pamainos įvertinimas pagal sekos ribojimus.*
3. *Pamainų sekų išrikiavimas pagal sekų baudos įverčius.*
4. *Pašalinimas pamainų sekų, jei būtina, netenkinančių tam tikro kriterijaus.*
5. *Iteracijų skaitliuko maksimalios leistinos ribos nustatymas.*
6. *Darbuotojų atsitiktine tvarka išrikiavimas.*
7. *Pamainų sekų priskyrimas kiekvienam darbuotojui, iš surikiuotosios darbuotojų aibės, jei nepažeidžiami tvarkaraščio ribojimai. Jei pažeidžiami ribojimai – renkama kita pamainų seka ir t.t. Tarp pamainų sekų atidedamas tam tikras nenutrūkstamų laisvų dienų kiekis.*
8. *Po kiekvieno darbuotojo darbų grafiko sukonstravimo atliekamas pamainų poros sukeitimas su kito atsitiktinai pasirinkto darbuotojo darbų grafiko pamainų pora, jei nepabloginami nei vieno iš jų darbų grafikai.*
9. *Tvarkaraštyje egzistuojantys tvarkaraščio ribojimų pažeidimai, pašalinami naudojant godžiosios lokaliaios paieškos procedūrą.*
10. *Jei gautas sprendinys yra Pareto optimalus, atnaujinama Pareto aibė, papildant naujuoju sprendiniu. Jei randamas sprendinys, kuris dominuoja sprendinius, esančius Pareto aibėje, tuomet dominuotieji sprendiniai yra pašalinami iš Pareto aibės.*
11. *Išrikiuojami darbuotojai pagal darbų grafikų baudos įverčius nedidėjimo tvarka.*
12. *Padidinama iteracijos skaitliuko reikšmė.*

*13. Jei skaitliuko reikšmė neviršijo maksimalios leistinos reikšmės, procedūra kartojama 7-13 žingsniais.*

### **3.2.3. PSAM metodas daugiakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti**

Šiame skyrelyje pateikiama mūsų pasiūlytojo metodo versija, daugiakriteriui SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždaviniui spręsti.

Išrenkamas darbuotojas, turintis blogiausią darbų grafiką (jei yra keli atsitiktine tvarka išsirenkamas vienas) ir atsitiktine tvarka išsirenkama pamainų seka, kuri bus keičiama kaimynine pamainų seka, jei kaimyninė seka yra tinkama. Jei kaimyninė pamainų seka yra netinkama imama kaimyninė seka kaimyninei sekai ir t.t., pasiekus pamainų sekų aibės pabaigą, kaimynine pamainų seka laikoma pirmoji pamainų seka sekų aibėje. Jei nei viena seka nėra tinkama, tuomet vietoj buvusios sekos priskiriami laisvadieniai.

Jei nutinka taip, kad blogiausias tvarkaraštis yra tuščias, tuomet priskiriama pirma tinkama pamainų seka iš sekų aibės, nuo atsitiktinai pasirinktos dienos.

Naujas tvarkaraštis yra palyginamas su išsaugotais tvarkaraščiais Pareto aibėje, jei tvarkaraštis yra Pareto optimalus, tuomet naujasis tvarkaraštis taip pat išsaugomas Pareto aibėje. Jei tvarkaraštis nėra optimalus, tuomet naujasis tvarkaraštis priimamas su tikimybe (45).

Bendra pasiūlytojo metodo (PSAM) schema:

- 1. Pamainų sekų generavimas.*
- 2. Kiekvienos pamainos įvertinimas pagal sekos ribojimus.*
- 3. Pamainų sekų išrikiavimas pagal sekų baudos įverčius.*
- 4. Pradinio tvarkaraščio X generavimas pamainų sekų metodu.*
- 5. Iteracijų skaitliuko maksimalios leistinos ribos nustatymas.*
- 6. Naujo tvarkaraščio Y, artimo tvarkaraščiui X, generavimas.*
- 7. Jei pažeidžiami būtinieji ribojimai, jie ištaisomi godžiosios lokalias paieškos procedūra.*



8. *Jei gautas sprendinys  $Y$  yra Pareto optimalus, atnaujinama Pareto aibė, papildant naujuoju sprendiniu. Jei randamas sprendinys, kuris dominuoja sprendinius, esančius Pareto aibėje, tuomet dominuotieji sprendiniai yra pašalinami iš Pareto aibės..*
9. *Jei gautas sprendinys  $Y$  nėra Pareto optimalus, sprendinys priimamas su tikimybe  $P$ .*
10. *Skaitliuko reikšmės padidinimas.*
11. *Kartojama (6-12) jei skaitliuko reikšmė nepasiekė maksimaliai leistinos reikšmės.*

### **3.3. Trečio skyriaus apibendrinimas**

Šiame skyriuje supažindinta su trimis metodais SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždaviniams spręsti. Atskleistos algoritmų silpnosios ir stipriosios pusės. Atkaitinimo modeliavimo metodo privalumas yra tas, kad jis sugeba ištrūkti iš lokalaus optimumo, su tam tikra tikimybe priimdamas blogesnę sprendinį, kurio aplinkoje po to ieškoma geresnių sprendinių. Pamainų sekų metodo vienas trūkumų, kad jis kiekvieną kartą konstruoja tvarkaraščius iš naujo, keisdamas darbuotojų, kuriems darbų grafikas yra konstruojamas, tvarką.

Taip pat šiame skyriuje pasiūlytas algoritmas disertacijoje nagrinėjamam SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždaviniui spręsti. Pateiktos dvi algoritmų versijos: vienakriteriui ir daugiakriteriui optimizavimo uždaviniui spręsti. Pasiūlytajame algoritme yra adaptuotas atkaitinimo metodo ištrūkimo iš lokalaus optimumo mechanizmas, dėl to algoritmas geba ištrūkti iš lokalaus optimumo. Pasiūlytasis metodas yra adaptyvusis, t.y. priimdamas sprendimą remiasi praeityje gautais rezultatais.

## 4. Tyrimo rezultatai

Šiame skyriuje apžvelgsime tyrimo rezultatus gautus, sprendžiant vienakriterį ir daugiakriterį optimizavimo uždavinius. Testavimams atlikti naudojama, pačių kurta programinė įranga, parašyta C# kalba.

### 4.1. Vienakriterio optimizavimo uždavinio sprendimo rezultatai

Testuojant algoritmus vienakriteriui SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždaviniui spręsti, buvo naudojamas tas pats pradinis tvarkaraštis. Su kiekvienu algoritmu buvo atliekama po 90 testų, naudojant tą patį papildomų ribojimų baudų rinkinį (21 lentelė).

21 lentelė. Baudos skiriamos už papildomų ribojimų pažeidimus.

<b>Papildomas ribojimas</b>	<b>Bauda už pažeidimą</b>
Darbuotojui paskirtas darbo krūvis atitinka jo darbo sutartyje apibrėžtą darbo krūvį (bauda skiriama už kiekvieną viršytą ar trūkstamą minutę).	5
Didžiausias pageidautinas naktinių pamainų kiekis darbuotojo darbų grafike.	500
Didžiausias pageidautinas budėjimo pamainų kiekis darbuotojo darbų grafike.	500
Viena naktinė pamaina iš eilės, darbuotojų darbų grafikuose.	10000
Pageidaujama pamaina kiekvienai savaitės dienai.	50
Nepageidaujama pamaina.	200
Pageidaujama laisva diena.	500
Darbas atkirai.	1000
Darbas kartu.	1000

Tvarkaraštis sudaromas dviejų pareigybių darbuotojams. Pirmajai pareigybei priklauso 50 darbuotojų, antrajai – 27.

Darbuotojų darbų grafikai konstruojami iš dviejų arba keturių tipų pamainų (22 lentelė).

22 lentelė. Pamainų tipai.

<b>Tipas</b>	<b>Laikas</b>	<b>Pamainos trukmė</b>
Rytinė	07:30 – 15:12	07:12
Dieninė	15:12 – 18:48	03:36
Naktinė	18:48 – 09:12	14:24
Budėjimo	08:00 – 08:00	24:00

Rytinė, dieninė ir naktinės pamainos skiriamos darbo dieną, o budėjimo pamaina savaitgaliais arba švenčių dienomis.

Pirmosios pareigybės darbuotojų darbų grafikai sudaromi iš visų keturių pamainų tipų, o antrosios – tik iš rytinių ir dieninių pamainų.

Siekiant kuo geriau įvertinti algoritmų efektyvumą, pirmosios pareigybės trečdaliui, atsitiktinai pasirinktų, darbuotojų buvo parinkta nepageidaujama dirbti naktinė arba budėjimo pamaina, trečdaliui darbuotojų (nebūtinai skirtingiems) parinktos pageidaujamos laisvos dienos bei pageidaujamos pamainos kiekvienai savaitės dienai, o likusiai daliai darbuotojų liko galioti numatytieji nustatymai: pageidaujama 1 naktinė ir 1 budėjimo pamaina, nėra pageidaujamų laisvadienių bei pamainų. Antrosios pareigybės trečdaliui darbuotojų parinkta nepageidaujama pamaina, trečdaliui - pageidaujama pamaina kiekvienai savaitės dienai, likusiai daliai liko galioti numatytieji nustatymai: nėra nepageidaujamos pamainos ir nesvarbu kokioje pamainoje kokią savaitės dieną dirbti.

Testai buvo atliekami kompiuteriais su Intel® i3 2120 procesoriais, galinčiais skaičiuoti iki 3,30 GHz dažniu. Kiekvienas testas 12 valandų trukmės, fiksuojant tarpinius rezultatus (tvarkaraščio baudos įverčius) po: 5 minučių (0,08 valandos), 15 minučių (0,25 valandos), 30 minučių (0,5 valandos), 1 valandos, 2 valandų, 3 valandų, 6 valandų, 9 valandų ir 12 valandų.

Atkaitinimo modeliavimo ir mūsų pasiūlytame metoduose blogesnio sprendinio priėmimo tikimybė  $P$  apskaičiuojama, remiantis formule:

$$P = e^{-\frac{F(Y)-F(X)}{T}}, \quad (48)$$

čia

$F(X), F(Y)$  – tikslo funkcijos reikšmė, atitinkamai, taškuose  $X$  ir  $Y$ ,

$Y$  – naujai gautas sprendinys,

$X$  – sprendinys, kuriuo remiantis gaunamas naujasis sprendinys  $Y$ ,

$T$  – esama temperatūra.

Esama temperatūra  $T$ , apskaičiuojama remiantis formule:

$$T = T_0 \cdot \left(\frac{T_N}{T_0}\right)^{i/N}, \quad (49)$$

čia

$T_0$  – pradinė temperatūra,

$T_N$  – galinė temperatūra,

$i$  – einamosios iteracijos skaitliuko reikšmė,

$N$  – didžiausia leistina iteracijų skaitliuko reikšmė.

Lyginant algoritmų rezultatus, rėmėmės statistiniais rodikliais: aritmetiniu vidurkiu, mažiausia ir didžiausia reikšmėmis bei standartiniu nuokrypiu. Tiriamas algoritmų konvergavimo greitis ir rezultatų priklausomybė nuo skaičiavimų laiko.

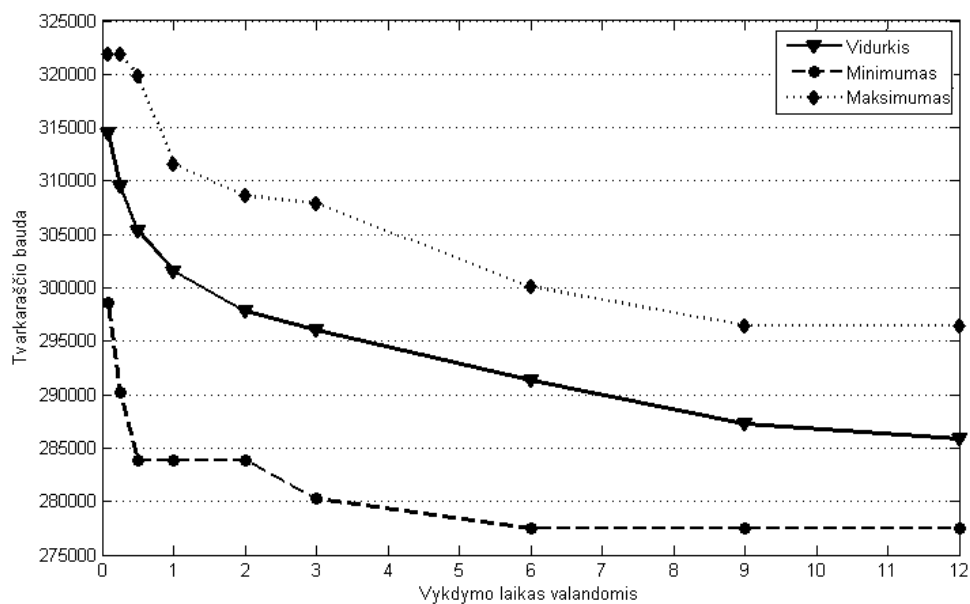
### **Testo rezultatai, konstruojant darbų grafikus 50-čiai darbuotojų (pirmajai pareigybei).**

Žvelgiant į rezultatus, gautus išsprendus SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinį minėtais metodais, pastebima, kad visi minėtieji algoritmai greitai pagerina atsitiktinai sugeneruotą pradinį sprendinį (pradinio sprendinio tikslo funkcijos (23) reikšmė yra 880890). Jau po 5 minučių (0,08 valandos) atkaitinimo modeliavimo (AM) ir jungtinis pamainų sekų – atkaitinimo modeliavimo metodų algoritmas (PSAM) grąžina sprendinius, kurių vidutinė tikslo funkcijos reikšmė mažesnė už 300000. Tuo tarpu pamainų

sekų (PS) metodas uždavinį sprendžia lėčiau – mažesnė, nei 300000 vidutinė riba pasiekama tik po 2 valandų skaičiavimo (23 lentelė).

**23 lentelė. PS metodu gauti rezultatai, konstruojant darbų grafikus pirmosios pareigybės darbuotojams.**

Laikas	Vidurkis	Mažiausia reikšmė	Didžiausia reikšmė	Standartinis nuokrypis
0,08	314498	298610	321900	8683
0,25	309573	290180	321900	7679
0,5	305375	283860	319900	7958
1	301585	283860	311620	6004
2	297802	283860	308620	5591
3	296034	280220	307940	6206
6	291342	277440	300070	5897
9	287228	277440	296490	6911
12	285860	277440	296490	6258



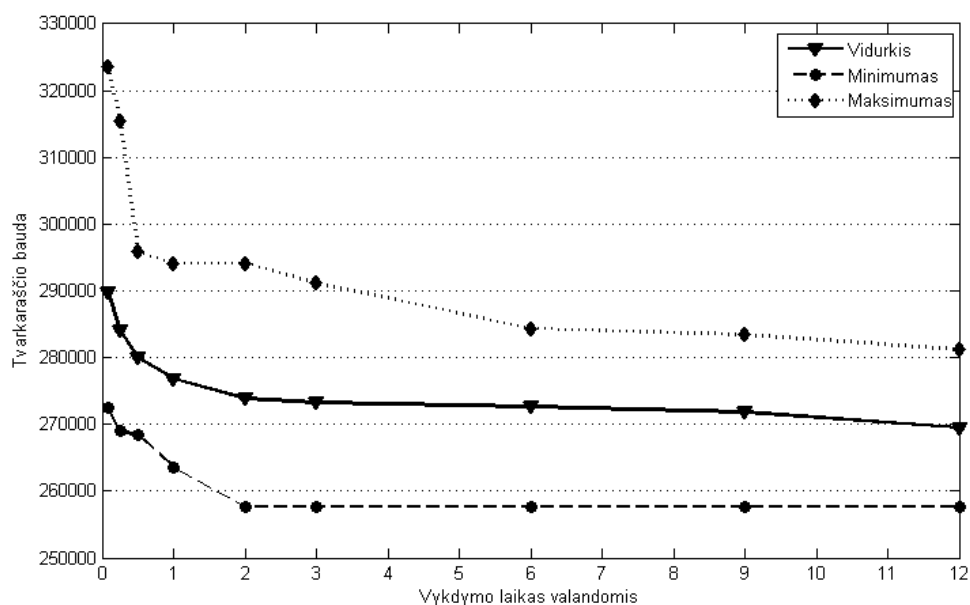
**1 pav. PS metodo konvergavimo greitis, konstruojant darbų grafikus pirmosios pareigybės darbuotojams.**

Kaip matome iš paveikslo (1. pav.) PS metodas nuo 6 valandos nustojo gražinti geresnius sprendinius nei iki tol rastas geriausias sprendinys.

Žvelgiant į rezultatus pateiktus 23-oje ir 24-oje lentelėse pastebime, kad AM metodas jau po 15 minučių (0,25 valandos) grąžina geresnius sprendinius nei PS metodas po 12 valandų.

24 lentelė. AM metodu gauti rezultatai, konstruojant darbų grafikus pirmosios pareigybės darbuotojams.

Laikas valandomis	Vidurkis	Mažiausia reikšmė	Didžiausia reikšmė	Standartinis nuokrypis
0,08	289879	272400	323650	11253
0,25	284106	268990	315370	8886
0,5	279964	268420	295890	6747
1	276842	263530	294080	6627
2	273910	257630	294080	7369
3	273265	257180	291180	6719
6	272599	256990	284330	5920
9	271815	256990	283460	5450
12	269456	256330	281180	5421

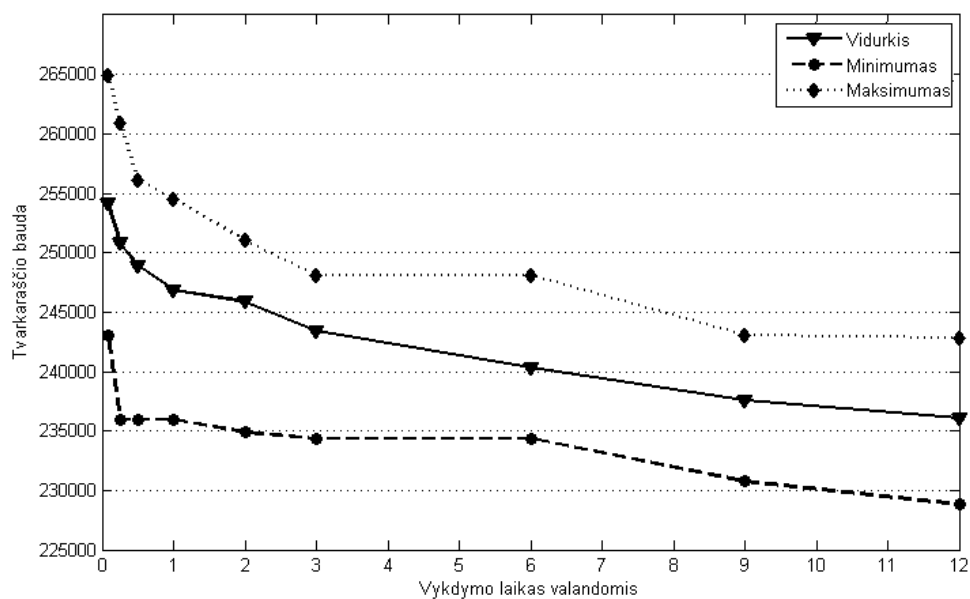


2 pav. AM metodo konvergavimo greitis, konstruojant darbų grafikus pirmosios pareigybės darbuotojams.

Sprendžiant iš gautų rezultatų PSAM metodas grąžina daug geresnius tvarkaraščius, nei PS ir AM metodai.

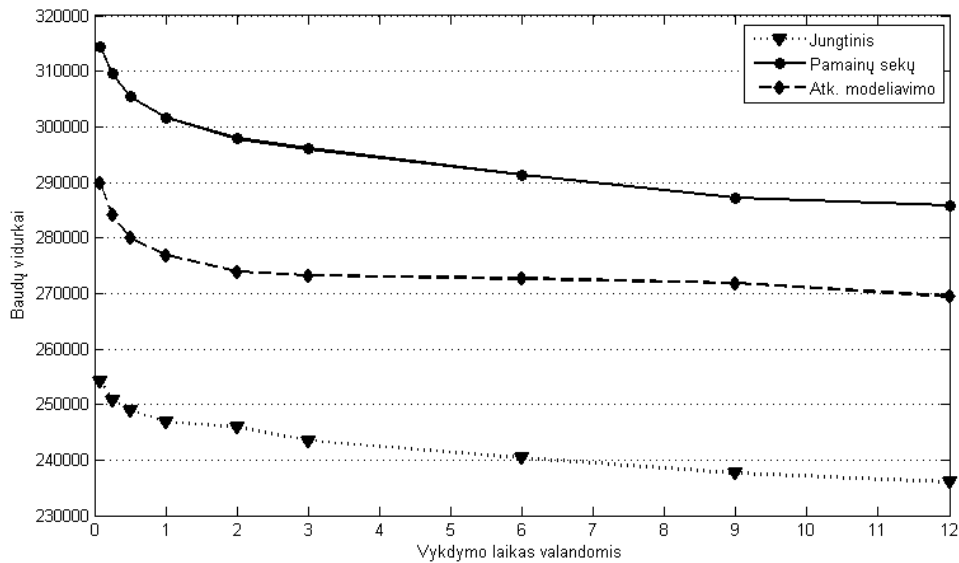
25 lentelė. PSAM metodu gauti rezultatai, konstruojant darbų grafikus pirmosios pareigybės darbuotojams.

Laikas valandomis	Vidurkis	Mažiausia reikšmė	Didžiausia reikšmė	Standartinis nuokrypis
0,08	254191	242980	264930	5443
0,25	250797	235980	260950	4571
0,5	248889	235980	256120	4124
1	246838	235980	254530	3573
2	245871	234900	251030	3117
3	243414	234380	248090	2643
6	240324	234380	248090	2467
9	237567	230760	243090	2740
12	236065	228830	242850	2854



3 pav. PSAM metodo konvergavimo greitis, konstruojant darbų grafikus pirmosios pareigybės darbuotojams.

Kaip matome paveiksle (3 pav.) PSAM metodas, nepaisant „gero starto“ ir po 12 skaičiavimo valandų vis dar gana ženkliai gerina sprendinius (minimumo kreivė), kai tuo tarpu kiti metodai sulėtėja arba iš vis nustoja gerinti.



4 pav. PS, AM ir PSAM metodais sprendžiamo uždavinio gražinamų sprendinių vidutinės reikšmės.

Žvelgiant į paveikslą (4 pav.), pastebima, jog pasiūlytasis PSAM metodas, konstruoja geresnius tvarkaraščius 1-osios pareigybės darbuotojams, nei AM ir PS metodai.

**Testo rezultatai, konstruojant darbų grafikus 27-iems darbuotojams (antrajai pareigybei).**

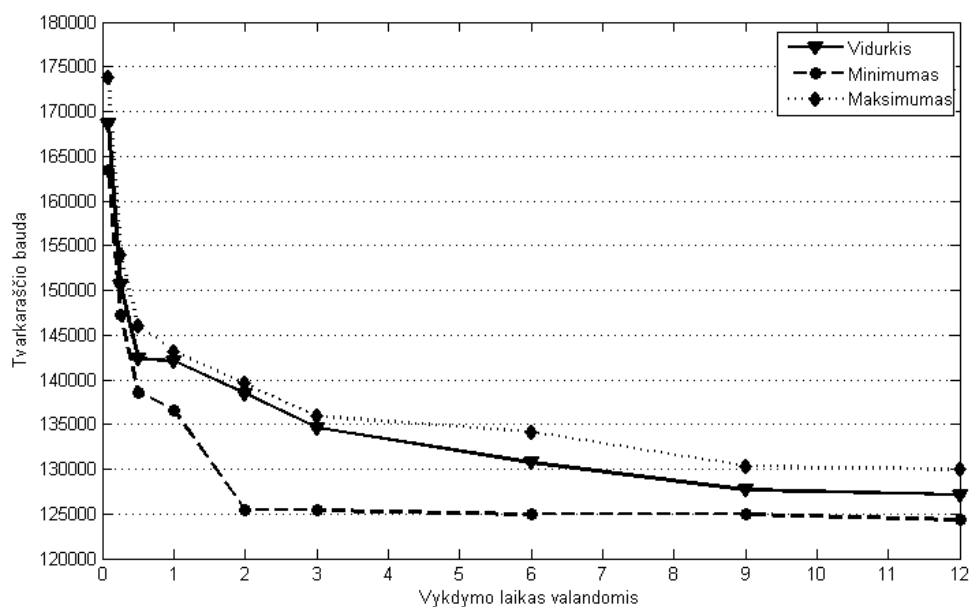
Žvelgiant į rezultatus, gautus išsprendus SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinį PS, AM ir PSAM metodais, pastebima, kad visi minėtieji algoritmai greitai pagerina atsitiktinai sugeneruotą pradinį sprendinį (pradinio sprendinio tikslo funkcijos (23) reikšmė yra 440490). Jau po 5 minučių (0,08 valandos) atkaitinimo modeliavimo (AM) ir jungtinis pamainų sekų – atkaitinimo modeliavimo metodų algoritmas (PSAM) gražina sprendinius, kurių vidutinė tikslo funkcijos reikšmė mažesnė už 135000. Tuo tarpu pamainų sekų (PS) metodas uždavinį sprendžia lėčiau – mažesnė, nei 135000 vidutinė riba pasiekama tik po 3 valandų skaičiavimo (žr. lentelę 26).



26 lentelė. PS metodu gauti rezultatai, konstruojant darbų grafikus antrosios pareigybės darbuotojams.

Laikas valandomis	Vidurkis	Mažiausia reikšmė	Didžiausia reikšmė	Standartinis nuokrypis
0,08	168610	163440	173780	7311
0,25	150560	147220	153900	4723
0,5	142330	138580	146080	5303
1	142137	136620	143130	1322
2	138413	125380	139560	2261
3	134594	125380	135880	1915
6	130707	124930	134130	3620
9	127704	124930	130320	1384
12	127103	124320	129950	2197

Kaip matome iš paveikslo (5 pav.) PS metodas nuo 6 valandos nustojo gražinti geresnius sprendinius nei iki tol rastas geriausias sprendinys.

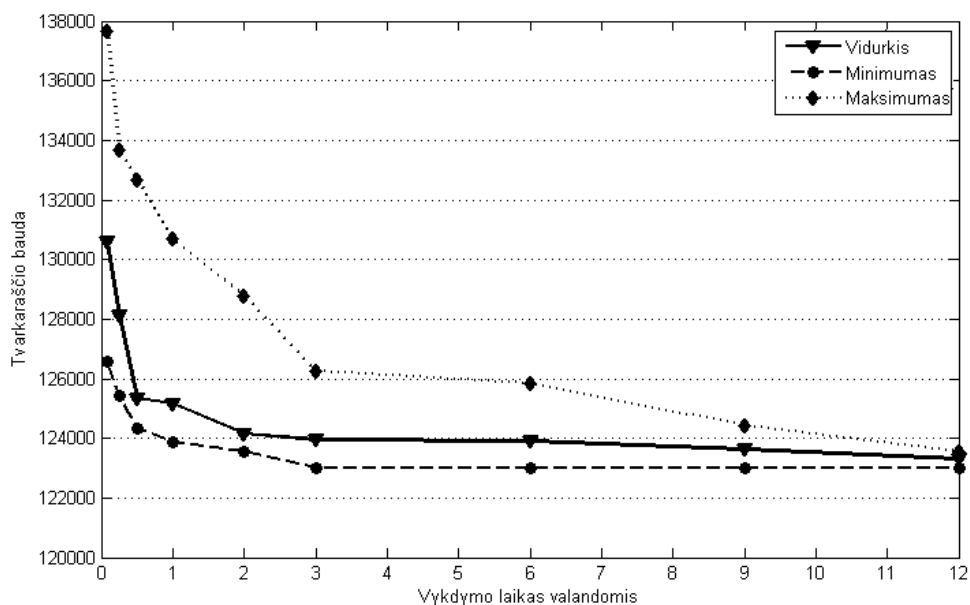


5 pav. PS metodo konvergavimo greitis, konstruojant darbų grafikus antrosios pareigybės darbuotojams.

Žvelgiant į rezultatus pateiktus 26-oje ir 27-oje lentelėse pastebime, kad AM metodas jau po 15 minučių (0,25 valandos) gražina geresnius sprendinius nei PS metodas po 12 valandų.

27 lentelė. AM metodu gauti rezultatai, konstruojant darbų grafikus antrosios pareigybės darbuotojams.

Laikas valandomis	Vidurkis	Mažiausia reikšmė	Didžiausia reikšmė	Standartinis nuokrypis
0,08	132610	128560	139670	9984
0,25	130115	127450	135680	6455
0,5	127352	126330	134680	2280
1	127160	125890	132680	1041
2	126157	125550	130780	2851
3	125947	125000	128270	813
6	125913	125000	127840	517
9	125631	125000	126430	294
12	125307	125000	125550	117

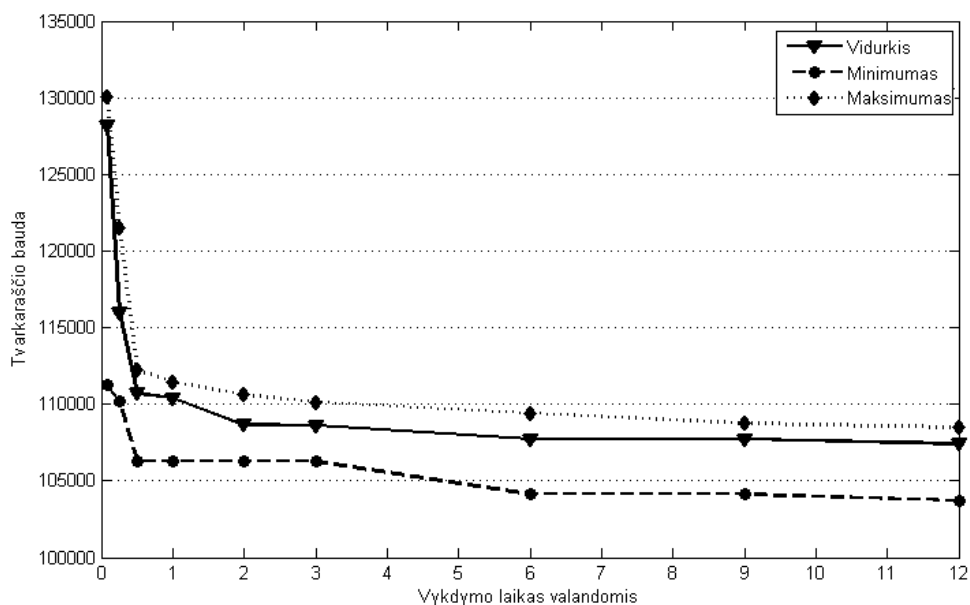


6 pav. AM metodo konvergavimo greitis, konstruojant darbų grafikus antrosios pareigybės darbuotojams.

Žvelgiant į rezultatus gaunamus PSAM metodu (28 lentelė), pastebime, jog po 15 skaičiavimų minučių grąžinami sprendiniai yra geresni nei PS ir AM metodai.

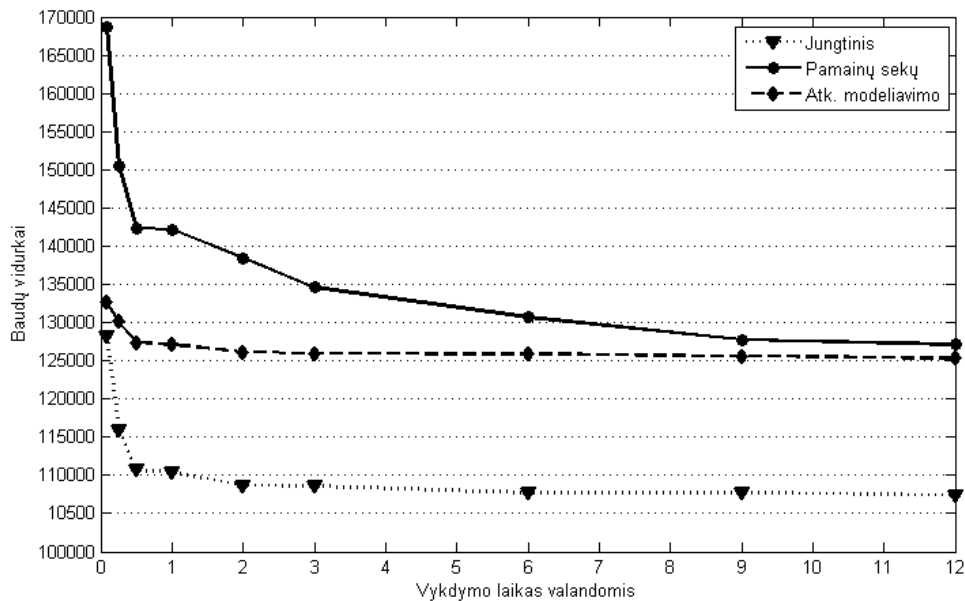
28 lentelė. PSAM metodu gauti rezultatai, konstruojant darbų grafikus antrosios pareigybės darbuotojams.

Laikas valandomis	Vidurkis	Mažiausia reikšmė	Didžiausia reikšmė	Standartinis nuokrypis
0,08	128209	111270	130050	2990
0,25	115992	110170	121530	2289
0,5	110713	106240	112230	2035
1	110383	106240	111480	1358
2	108639	106240	110640	2188
3	108618	106240	110130	1388
6	107736	104120	109430	1316
9	107711	104120	108750	1052
12	107411	103730	108500	867



7 pav. PSAM metodo konvergavimo greitis, konstruojant darbų grafikus antrosios pareigybės darbuotojams.

Žvelgiant į paveikslą (8 pav.), pastebima, jog pasiūlytasis PSAM metodas, konstruoja geresnius tvarkaraščius ir 2-osios pareigybės darbuotojams, lyginant su AM ir PS metodais.



8 pav. PS, AM ir PSAM metodais sprendžiamo uždavinio gražinamų sprendinių vidutinės reikšmės.

#### 4.2. Daugiakriterio optimizavimo uždavinio sprendimo rezultatai

Atsižvelgiant į tai, jog sprendžiant vienakriterį optimizavimo uždavinį, metodai jau per pirmą valandą pasiekia gana gerus rezultatus, po to rezultatai gerinami nežymiai, tiriant daugiakriterį SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinį, apsiribosime 1 valandos skaičiavimais. Su kiekvienu algoritmu buvo atliekama po 10 testų. Kiekvieno testo metu buvo konstruojamas tvarkaraštis 50-čiai darbuotojų. Tvarkaraščio nustatymai tokie patys kaip ir vienakriteriui uždaviniui.

Lyginami atkaitinimo modeliavimo algoritmas (sutrumpintai AM-multi) [91] daugiakriteriams optimizavimo uždaviniams spręsti. Ir pasiūlytos paminų sekų (PS-multi) ir pasiūlyto (PSAM-multi) algoritmų versijos daugiakriteriams uždaviniams spręsti.

Sprendžiant daugiakriterį uždavinį, dažniausiai, gražinamas daugiau nei vienas sprendinys, dėl to vienareikšmiškai pasakyti, kurio metodo gražinta sprendinių aibė yra optimesnė neįmanoma. Algoritmų sprendinių aibių palyginimui remsimės hipertūrio (angl. *hypervolume*) indikatoriumi [81]. Hipertūrio indikatorius išmatuoja tikslo erdvės dominuojamą sritį, apibrėžtą

atramos tašku (neoptimaliu tašku), paprastai, blogiausiu tašku aibėje. Jei Pareto aibės  $A$  hipertūris yra didesnis už Pareto aibės  $B$  hipertūrį, sakoma, kad aibė  $A$  dominuoja aibę  $B$  [92].

Hipertūrio skaičiavimui remsimės rekursinio dimensijos mažinimo (angl. *recursive dimension sweep*) [93] algoritmo realizacija, kurią galima rasti adresu <http://iridia.ulb.ac.be/~manuel/hypervolume> (peržiūrėta 2013 rugpjūčio 1 d.).

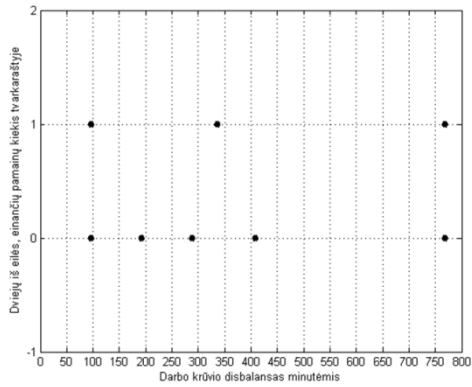
**29 lentelė. Vidutinės hipertūrio reikšmės.**

<b>Metodas</b>	<b>Hipertūrio reikšmė</b>
PS	25997
PSAM	51444
AM	36933

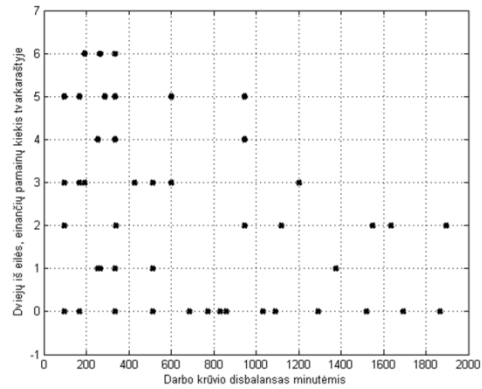
Lentelėje (29 lentelė) pateiktos hipertūrio reikšmės, apskaičiuotos remiantis (120, 1, 4, 4, 700) atramos tašku, reiškiančiu, kad nagrinėjome sprendinius kurie pasižymi šiomis savybėmis: nedaugiau 120 minučių darbo krūvio disbalanso, ne daugiau kaip 1 pora naktinių iš eilės einančių pamainų, nedaugiau kaip 4 netolygiai paskirstytos naktinės ir budėjimo pamainos ir nedaugiau 700 pažeidimų darbuotojų pageidavimams.

Remiantis hipertūrio reikšme, galime daryti prielaidą, jog tam tikrame atramos taške pasiūlyto algoritmo versija daugiakriteriams uždaviniams spręsti (PSAM-multi) yra efektyvesnė, lyginant su atkaitinimo modeliavimo (AM-multi) ir pamainų sekų (PS-multi) metodų versijomis daugiakriterių uždavinių sprendimui.

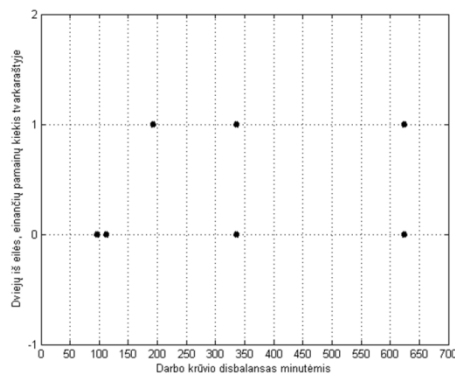
Dabar paanalizuosime rezultatus vieno, atsitiktinai pasirinkto, testo. Lyginsime kiekvienų kriterijų poras ir tirsime ar yra kriterijų, kurie vienas kitam yra priešaringi.



a) AM-multi metodas.



b) PS-multi metodas.



c) PSAM-multi metodas.

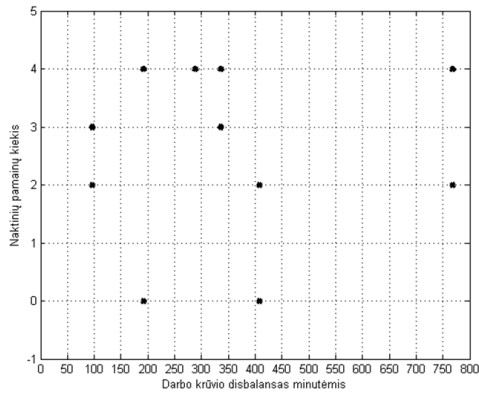
9 pav. Darbo krūvio disbalanso ir nepertraukiamų naktinių pamainų kiekio tvarkaraštyje priklausomybė.

Išanalizavus ryšį tarp darbo krūvio disbalanso ir naktinių pamainų, einančių iš eilės, kiekio, pastebima, jog visi trys nagrinėti algoritmai gražina tą pačią minimalių reikšmių porą (96, 0) (žr. 9 pav.).

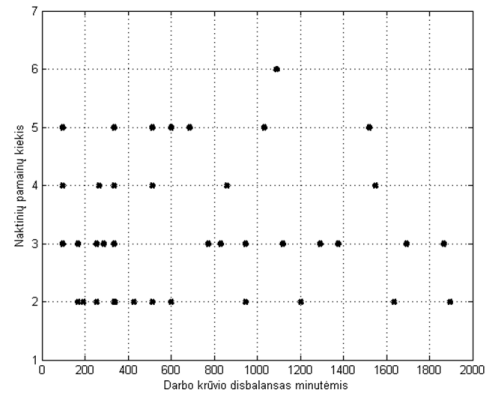
Pažiūrėjus į pilnus sprendinius, matome jog AM-multi metodas generuoja vieną sprendinį su tokiu šablonu (96, 0, -, -, -), PS-multi ir PSAM-multi po du:

- AM-multi: (96, 0, 2, 0, 660),
- PS-multi: (96, 0, 4, 0, 644), (96, 0, 3, 3, 651),
- PSAM-multi: (96, 0, 3, 2, 655), (96, 0, 2, 0, 657).

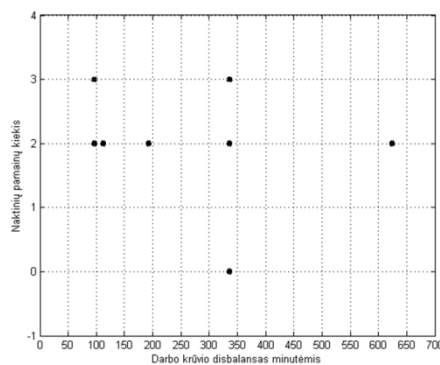
Kuris iš šių sprendinių yra geresnis priklauso nuo to koks kriterijus yra trečias pagal svarbą. Jei minimalus pažeidimų kiekis darbuotojų pageidavimams (5 kriterijus), tuomet PS-multi metodas sakytume yra geresnis, jei minimalus pažeidimų kiekis naktinių pamainų paskirstyme (3 kriterijus), tuomet PSAM, ir t.t.



a) AM-multi metodas.



b) PS-multi metodas.



c) PSAM-multi metodas.

10 pav. Darbo krūvio disbalanso ir paskirstytų netolygiai naktinių pamainų kiekio tvarkaraštyje priklausomybė.

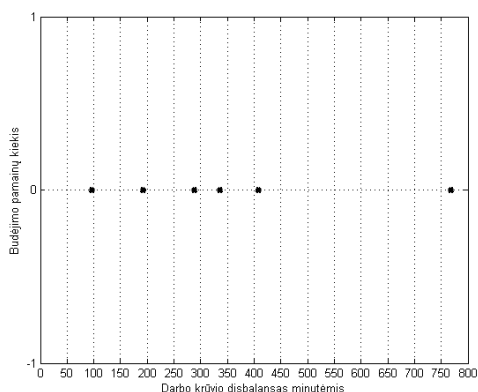
Išanalizavus ryšį tarp darbo krūvio disbalanso ir netolygiai paskirstytų naktinių pamainų, kiekio, pastebima, jog šios kriterijų poros minimalios reikšmės skiriasi priklausomai nuo naudoto metodo: AM-multi metodo atveju optimalių sprendinių šablonai yra (96, -, 2, -, -) ir (192, -, 0, -, -), PS-multi metodo: (96, -, 3, -, -) ir (192, -, 2, -, -), PSAM-multi metodo: (96, -, 2, -, -) ir (336, -, 0, -, -) (10 pav.).

Pilni sprendiniai:

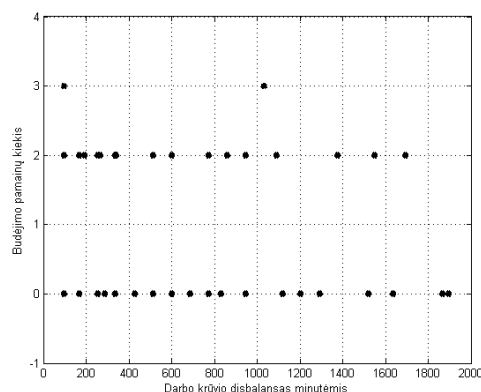
- AM-multi: (96, 0, 2, 0, 660), (192, 0, 0, 0, 674).
- PS-multi: (96, 5, 3, 0, 619), (168, 3, 2, 2, 666),
- PSAM-multi: (96, 0, 2, 0, 657), (336, 0, 0, 0, 660).

Plika akimi vertinat AM-multi metodo sprendiniai labiau priimtini, vertinant tik šiuos kriterijus.

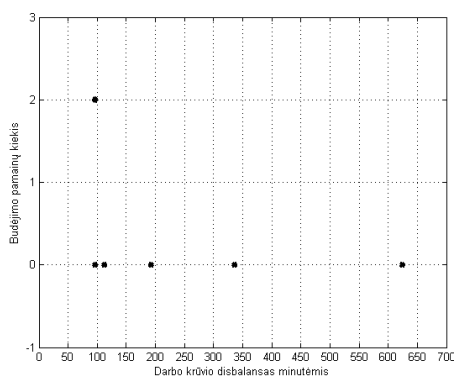
Kaip matome iš rezultatų šie kriterijai yra vienas kitam prieštaringi, t.y. pagerinus vieną, pabloginamas kitas.



a) AM-multi metodas.



b) PS-multi metodas.



c) PSAM-multi metodas.

11 pav. Darbo krūvio disbalanso ir paskirstytų netolygiai budėjimo pamaunų kiekio tvarkaraštyje priklausomybė.

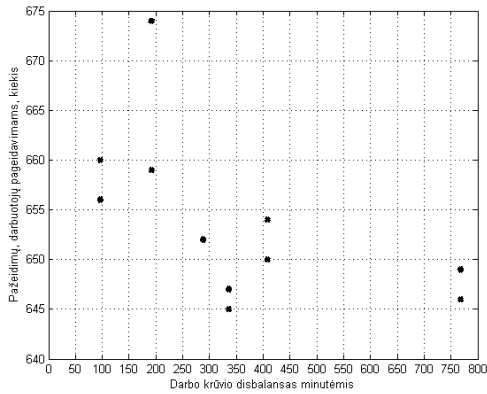
Išanalizavus ryšį tarp darbo krūvio disbalanso ir netolygiai paskirstytų budėjimo pamaunų, kiekio, pastebima, jog šios kriterijų poros minimalios reikšmės yra vienodos visiems metodams ir sprendinio šablonas (96, -, -, 0, -) (žr. 11 pav.).

Pilni sprendiniai:

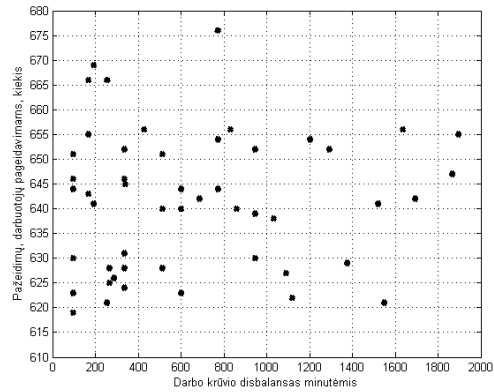
- AM-multi: (96, 0, 2, 0, 660).
- PS-multi: (96, 2, 5, 0, 630), (96, 0, 4, 0, 644), (96, 5, 3, 0, 619).
- PSAM-multi: (96, 0, 2, 0, 657).

Plika akimi vertinat PSAM-multi metodo sprendiniai labiau priimtini, vertinant tik šiuos kriterijus. Kaip matome iš rezultatų šie kriterijai nėra vienas kitam prieštaringi.

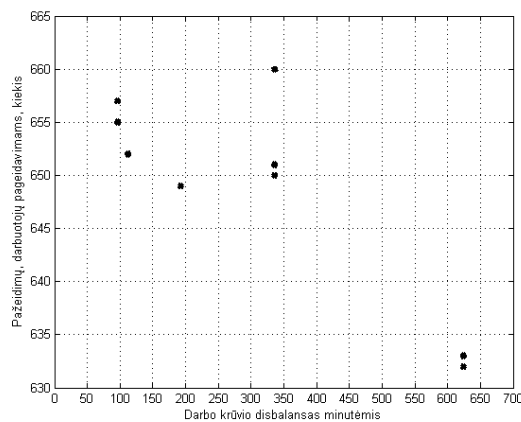




a) AM-multi metodas.



b) PS-multi metodas.



c) PSAM-multi metodas.

12 pav. Darbo krūvio disbalanso ir pažeidimų, darbuotojų pageidavimams, kiekio tvarkaraštyje priklausomybė.

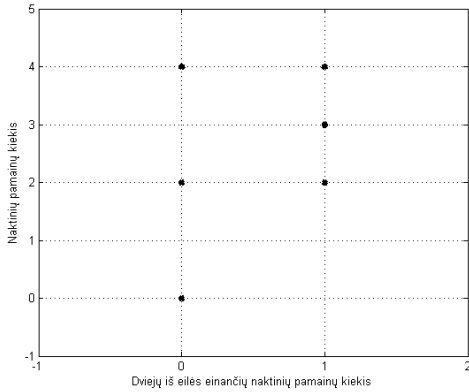
Išanalizavus ryšį tarp darbo krūvio disbalanso ir pažeidimų, darbuotojų pageidavimams, kiekio, pastebima, jog šios kriterijų poros minimalios reikšmės skiriasi priklausomai nuo naudoto metodo: AM-multi metodo atveju optimalių sprendinių šablonai yra (96, -, -, -, 656) ir (336, -, -, -, 645), PS-multi metodo: (96, -, -, -, 619), PSAM-multi metodo: (96, -, -, -, 655) ir (624, -, -, -, 632) (12 pav.).

Pilni sprendiniai:

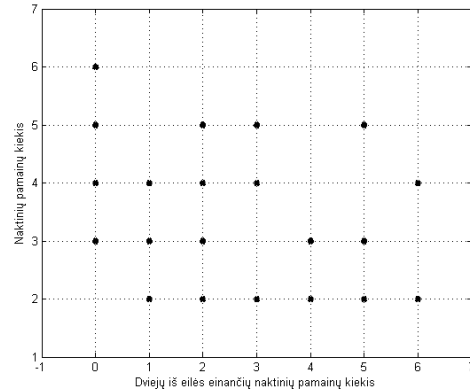
- AM-multi: (96, 1, 3, 0, 656), (336, 1, 4, 0, 645),
- PS-multi: (96, 5, 3, 0, 619),
- PSAM-multi: (96, 0, 3, 2, 655), (624, 1, 2, 0, 632).

Vertinat tik šiuos du kriterijus, PS-multi metodo sprendiniai yra labiau priimtini nei AM-multi ir PSAM-multi metodų.

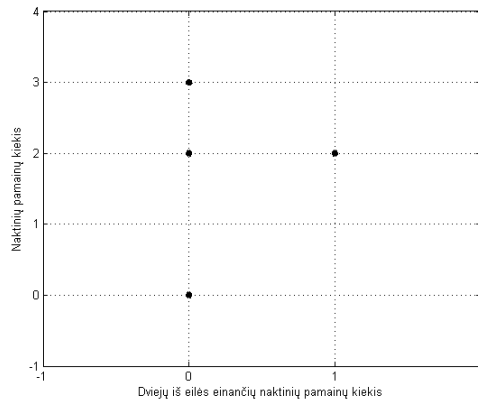
Kaip matome iš rezultatų šie kriterijai, AM-multi ir PSAM-multi metodų atveju, yra vienas kitam prieštaringi, t.y. pagerinus vieną, pabloginamas kitas. Tuo tarpu PS-multi metodo atveju šie kriterijai nėra prieštaringi.



a) AM-multi metodas.



b) PS-multi metodas.



c) PSAM-multi metodas.

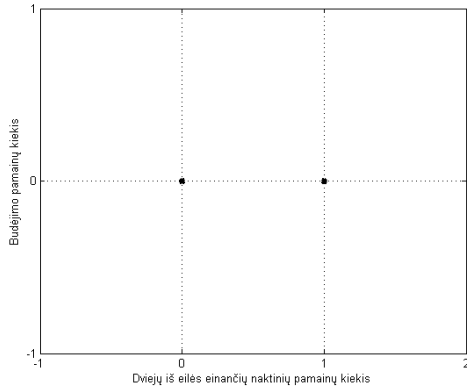
**13 pav. Priklausomybė tarp dviejų iš eilės einančių naktinių pamainų ir netolygiai paskirstytų naktinių pamainų, kiekio tvarkaraštyje.**

Išanalizavus ryšį tarp dviejų iš eilės einančių naktinių pamainų ir netolygiai paskirstytų naktinių pamainų, pastebima, jog šios kriterijų poros minimalios reikšmės skiriasi priklausomai nuo naudojamo metodo: AM-multi ir PSAM-multi metodų atveju optimalių sprendinių šablonai yra  $(-, 0, 0, -, -)$ , o PS-multi metodo:  $(-, 0, 3, -, -)$  ir  $(-, 1, 2, -, -)$  (13 pav.).

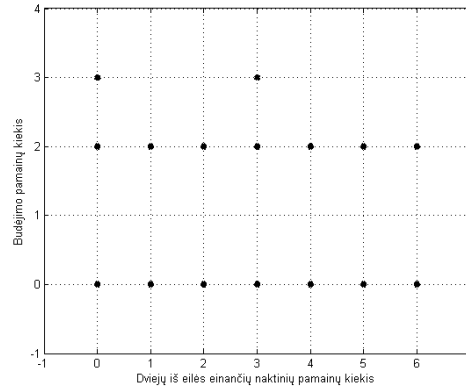
Pilni sprendiniai:

- AM-multi: (408, 0, 0, 0, 654),
- PS-multi: (96, 0, 3, 3, 651), (254, 1, 2, 2, 666),
- PSAM-multi: (336, 0, 0, 0, 660).

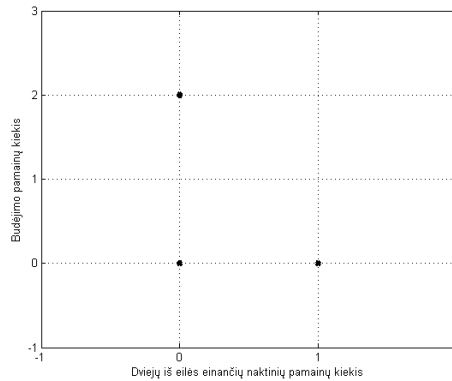
Kaip matome iš rezultatų šie kriterijai, AM-multi ir PSAM-multi metodų atveju, nėra vienas kitam priešaringi. Tuo tarpu PS-multi metodo atveju šie kriterijai yra priešaringi.



a) AM-multi metodas.



b) PS-multi metodas.



c) PSAM-multi metodas.

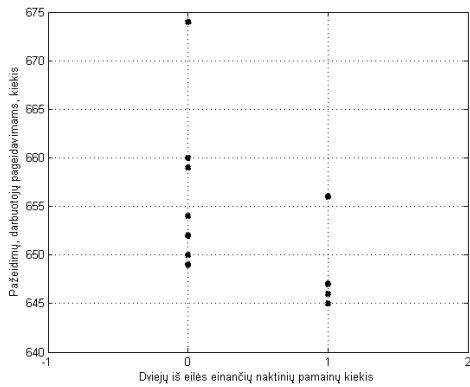
14 pav. Priklausomybė tarp dviejų iš eilės einančių naktinių pamainų ir netolygiai paskirstytų budėjimo pamainų, kiekio tvarkaraštyje.

Išanalizavus ryšį tarp dviejų iš eilės einančių naktinių pamainų ir netolygiai paskirstytų budėjimo pamainų, pastebima, jog šios kriterijų poros minimalios reikšmės yra vienodos visiems metodams ir sprendinio šablonas (-, 0, -, 0, -) (žr. 14 pav.).

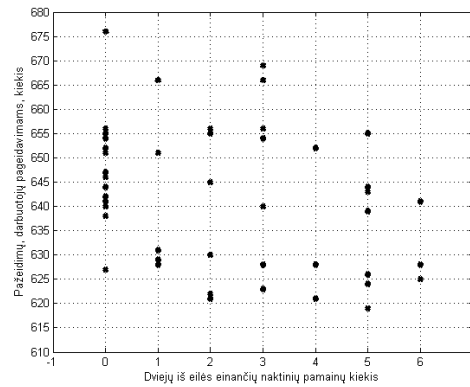
Pilni sprendiniai:

- AM-multi: (192, 0, 0, 0, 674), (408, 0, 2, 0, 650), (768, 0, 4, 0, 649), (96, 0, 2, 0, 660),
- PS-multi: (96, 0, 4, 0, 644), (168, 0, 3, 0, 655), (772, 0, 3, 0, 654),
- PSAM-multi: (336, 0, 0, 0, 660), (336, 0, 3, 0, 650), (336, 0, 2, 0, 651), (96, 0, 2, 0, 657), (112, 0, 2, 0, 652).

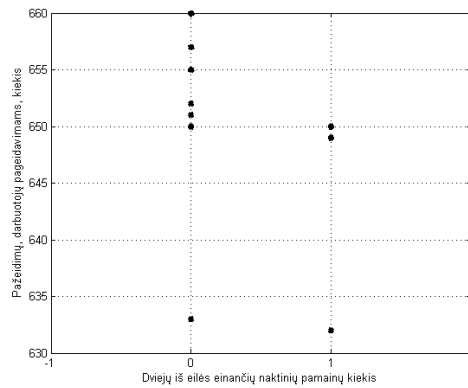
Kaip matome iš rezultatų šie kriterijai nėra vienas kitam prieštaringi.



a) AM-multi metodas.



b) PS-multi metodas.



c) PSAM-multi metodas.

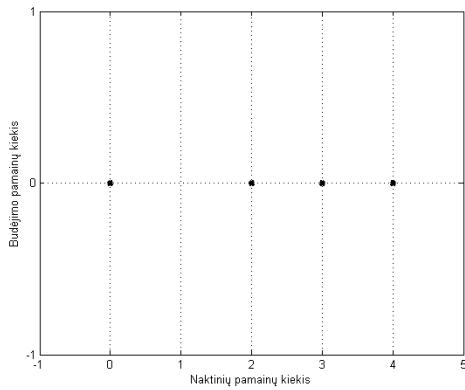
15 pav. Priklausomybė tarp dviejų iš eilės einančių naktinių pamainų ir pažeidimų, darbuotojų pageidavimams, kiekio tvarkaraštyje.

Išanalizavus ryšį tarp dviejų iš eilės einančių naktinių pamainų ir pažeidimų, darbuotojų pageidavimams, kiekio, pastebima, jog šios kriterijų poros minimalios reikšmės skiriasi priklausomai nuo naudojamo metodo: AM-multi metodo atveju optimalių sprendinių šablonai yra (-, 0, -, -, 649) ir (-, 1, -, -, 645), PS-multi metodo: (-, 0, -, -, 627), (-, 2, -, -, 621), (-, 5, -, -, 619), PSAM-multi metodo: (-, 0, -, -, 633) ir (-, 1, -, -, 632) (15 pav.).

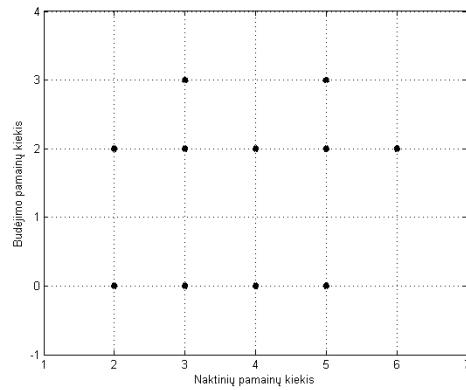
Pilni sprendiniai:

- AM-multi: (768, 0, 4, 0, 649), (336, 1, 4, 0, 645),
- PS-multi: (1086, 0, 6, 2, 627), (1550, 2, 4, 2, 621), (96, 5, 3, 0, 619),
- PSAM-multi: (624, 0, 2, 0, 633), (624, 1, 2, 0, 632).

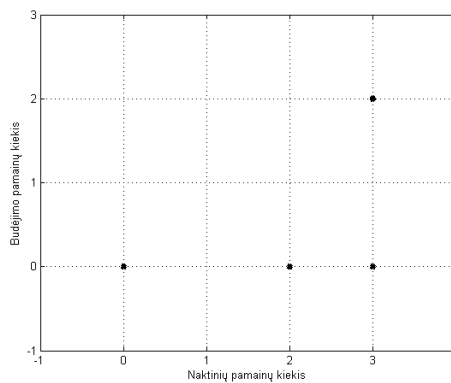
Kaip matome iš rezultatų šie kriterijai nėra vienas kitam prieštaringi. Tačiau PS-multi metodo atveju, mažas iš eilės einančių naktinių pamainų kiekis ir mažas pažeidimų darbuotojų pageidavimams, kiekis sąlygoja didelį darbo krūvio disbalansą.



a) AM-multi metodas.



b) PS-multi metodas.



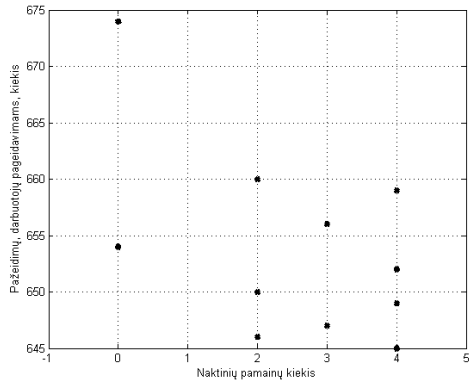
c) PSAM-multi metodas.

16 pav. Priklausomybė tarp netolygiai paskirstytų naktinių pamainų ir netolygiai paskirstytų budėjimo pamainų kiekių.

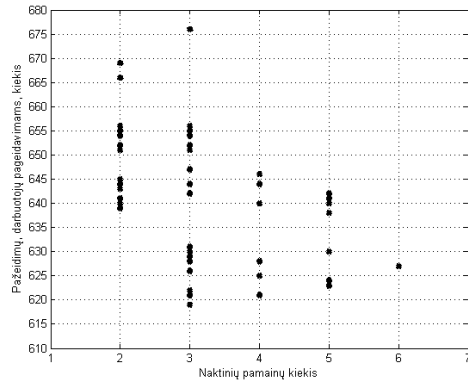
Išanalizavus ryšį tarp netolygiai paskirstytų naktinių pamainų ir netolygiai paskirstytų budėjimo pamainų kiekių, pastebima, jog šios kriterijų poros minimalios reikšmės yra vienodos AM-multi ir PSAM-multi metodams ir sprendinio šablonas (-, -, 0, 0, -), PS-multi metodo sprendinio šablonas (-, -, 2, 0, -) (žr. 16 pav.).

Pilni sprendiniai:

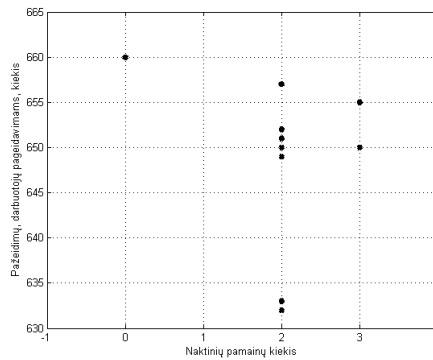
- AM-multi: (192, 0, 0, 0, 674), (408, 0, 0, 0, 654),
- PS-multi: (168, 5, 2, 0, 655), (600, 5, 2, 0, 644),
- PSAM-multi: (336, 0, 0, 0, 660).



a) AM-multi metodas.



b) PS-multi metodas.



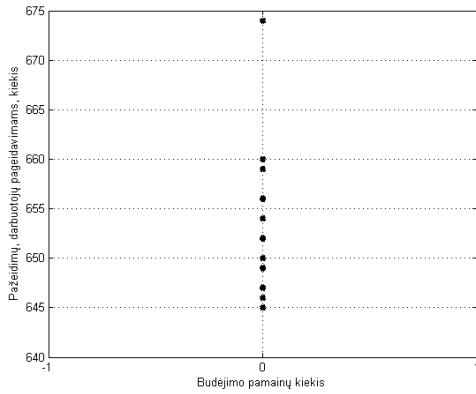
c) PSAM-multi metodas.

17 pav. Priklausomybė tarp netolygiai paskirstytų naktinių pamainų ir ir pažeidimų, darbuotojų pageidavimams, kiekių.

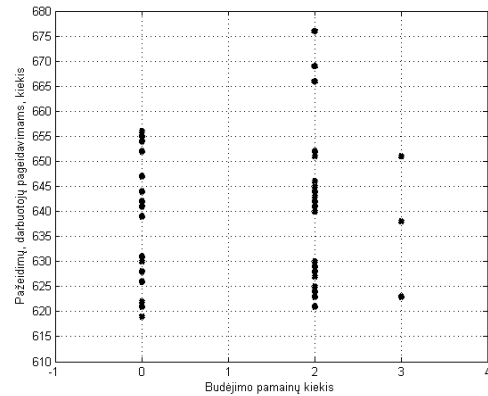
Išanalizavus ryšį tarp netolygiai paskirstytų naktinių pamainų ir pažeidimų, darbuotojų pageidavimams, kiekių, pastebima, jog šios kriterijų poros minimalios reikšmės yra skirtingos priklausomai nuo metodo: AM-multi metodo sprendinio šablonai  $(-, -, 0, -, 654)$  ir  $(-, -, 2, -, 646)$ , PS-multi metodo sprendinio šablonas  $(-, -, 2, -, 639)$ ,  $(-, -, 3, -, 619)$ , PSAM-multi metodo sprendinio šablonas  $(-, -, 0, -, 660)$  ir  $(-, -, 2, -, 632)$  (žr. 17 pav.).

Pilni sprendiniai:

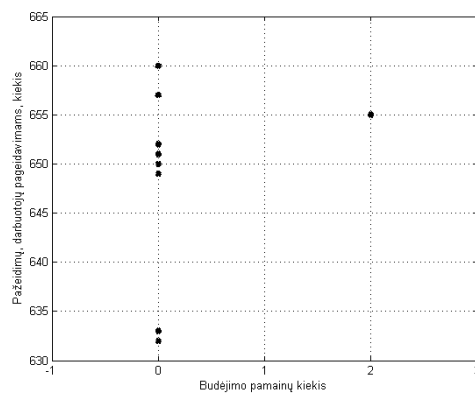
- AM-multi:  $(408, 0, 0, 0, 654)$ ,  $(768, 1, 2, 0, 646)$ ,
- PS-multi:  $(945, 5, 2, 0, 639)$ ,  $(96, 5, 3, 0, 619)$ ,
- PSAM-multi:  $(336, 0, 0, 0, 660)$ ,  $(624, 1, 2, 0, 632)$ .



a) AM-multi metodas.



b) PS-multi metodas.



c) PSAM-multi metodas.

**18 pav. Priklausomybė tarp netolygiai paskirstytų budėjimo pamainų ir ir pažeidimų, darbuotojų pageidavimams, kiekių.**

Išanalizavus ryšį tarp netolygiai paskirstytų budėjimo pamainų ir pažeidimų, darbuotojų pageidavimams, kiekių, pastebima, jog šios kriterijų poros minimalios reikšmės yra skirtingos priklausomai nuo metodo: AM-multi metodo sprendinio šablonai (-, -, -, 0, 645), PS-multi metodo sprendinio šablonas (-, -, -, 0, 619), PSAM-multi metodo sprendinio šablonas (-, -, -, 0, 632) (žr. 18 pav.).

Pilni sprendiniai:

- AM-multi: (336, 1, 4, 0, 645),
- PS-multi: (96, 5, 3, 0, 619),
- PSAM-multi: (624, 1, 2, 0, 632).

Kaip matome, jei šie kriterijai būtų pagrindiniai, tuomet PS-multi metodo rezultatas būtų pats tinkamiausias.

### **4.3. Ketvirto skyriaus apibendrinimas**

Tyrimo rezultatai parodė, jog pasiūlytas jungtinis, pamainų sekų metodo ir atkaitinimo modeliavimo metodo, algoritmas sprendžia šioje disertacijoje suformuluotą SPI darbuotojų darbų grafikų vienakriterį optimizavimo uždavinį efektyviau nei pamainų sekų ir atkaitinimo modeliavimo metodai atskirai.

Pamainų sekų metodo konvergavimo į optimalų sprendinį greitis yra pats mažiausias, lyginant su atkaitinimo modeliavimo ir jungtiniu metodais. Tuo tarpu jungtinis metodas pasižymi didžiausiu konvergavimo greičiu.

Sprendžiant SPI darbuotojų darbų grafikų daugiakriterį optimizavimo uždavinį, vienareikšmiškai nusakyti kuris metodas yra pats geriausias neįmanoma. Kaip matėme ankstesniame skyriuje, vienu atveju išryškėja vieno algoritmo efektyvumas, kitu atveju – kito. Apskaičiavus hipertūrio reikšmę, esant tam tikram atramos taškui, mūsų pasiūlyto metodo sprendinių Pareto aibės indikatorius reikšmė yra didžiausia.

Atsižvelgus į atlikto tyrimo rezultatus pasiūlytasis metodas yra realizuotas mūsų sukurtoje programinėje įrangoje, optimizuojančiai SPI darbuotojų darbų grafikus. Sukurtoji programinė įranga plačiau aprašyta disertacijos pirmame priede.



## **Bendros išvados**

Disertacijoje išnagrinėtas vienas sudėtingesnių sveikatos priežiūros įstaigos darbuotojų darbų grafikų optimizavimo uždavinys. Pateiktos vienakriterio ir daugiakriterio optimizavimo uždavinio formuluotės bei pasiūlytas metodas šių uždavinių sprendimui.

Atlikus eksperimentinius tyrimus gautos tokios išvados:

1. Atkaitinimo modeliavimo metodas, efektyviau sprendžia disertacijoje suformuluotą optimizavimo uždavinį nei pamainų sekų metodas.
2. Pasiūlytasis metodas efektyviau sprendžia disertacijoje suformuluotą optimizavimo uždavinį nei pamainų sekų ir atkaitinimo modeliavimo metodai.
3. Pasiūlytojo metodo versija, skirta disertacijoje suformuluoto daugiakriterio optimizavimo uždavinio sprendimui, pagal hipertūrio indikatorius matą yra efektyvesnė už analogiškas atkaitinimo modeliavimo ir pamainų sekų metodų versijas.

## Literatūros sąrašas

- [1] A. M. Natarajan, P. Balasubramani ir A. Tamilarasi, „Basics of Operations Research,“ įtraukta *Operations Research*, Pearson Education, 2006, pp. 1-12.
- [2] W. L. Winston, „Introduction to Model Building,“ įtraukta *Operations Research: Applications and Algorithms, 4th edition*, 2003, p. Chapter 1.
- [3] T. Metty, R. Harlan, Q. Samelson, T. Moore, T. Morris, R. Sorensen, A. Schneur, O. Raskina, R. Schneur, J. Kanner, K. Potts ir J. Robbins, „Reinventing the Supplier Negotiation Process at Motorola,“ *Interfaces, Vol 35, Issue 1*, pp. 7-23, 2005.
- [4] S. Sahoo, S. Kim, B.-I. Kim, B. Kraas ir A. Popov Jr., „Routing Optimization for Waste Management,“ *Interfaces, Vol. 35, Issue 1*, pp. 24-36, 2005.
- [5] G. Lin, E. Markus, S. Buckley, S. Bagchi, D. D. Yao, B. L. Naccarato, R. Allan, K. Kim ir L. Koenig, „Extended-Enterprise Supply-Chain Management at IBM Personal Systems Group and Other Divisions,“ *Interfaces, Vol. 30, Issue 1*, pp. 7-25, 2000.
- [6] R. Epstein, A. Neely, A. Weintraub, F. Valenzuela, S. Hurtado, G. Gonzalez, A. Beiza, M. Naveas, F. Infante, F. Alarcon, G. Angulo, C. Berner, J. Catalan, C. Gonzalez ir D. Yung, „A Strategic Empty Container Logistics Optimization in a Major Shipping Company,“ *Interfaces, Vol. 42, Issue 1*, pp. 5-16, 2012.
- [7] R. Hicks, R. Madrid, C. Milligan, R. Pruneau, M. Kanaley, Y. Dumas, B. Lacroix, J. Desrosiers ir F. Soumis, „Bombardier Flexjet Significantly Improves Its Fractional Aircraft Ownership Operations,“ *Interfaces, Vol. 35, Issue 1*, pp. 49-60, 2005.
- [8] G. Yu, M. Arguello, G. Song, S. M. McCowan ir A. White, „A New Era for Crew Recovery at Continental Airlines,“ *Interfaces, Vol. 33, Issue 1*, pp. 5-22, 2003.
- [9] S. Alston, „Automation + Scheduling = an Enterprise Win,“ *Health Management Technology, Vol. 28, Issue 1*, pp. 36-37, 2007.
- [10] S. R. Purcell, M. Kutash ir S. Cobb, „The Relationship Between Nurses' Stress and Nurse Staffing Factors in a Hospital Setting,“ *Journal of Nursing Management, Vol. 19*, pp. 714-720, 2011.

- [11] D. C. Vahey, L. H. Aiken, D. M. Sloane, S. P. Clarke ir D. Vargas, „Nurse Burnout and Patient Satisfaction,“ *Medical Care*, Vol. 42, No. 2, pp. 57-66, 2004.
- [12] O. N. Shul'gina, „A General Scheme for Solving an NP-Hard Problem in the Strong Sense of the Scheduling Theory,“ *Automation and Remote Control*, Vol. 65, No. 3, pp. 456-463, 2004.
- [13] E. Burke ir E. Soubeiga, „Scheduling Nurses Using a Tabu-Search Hyperheuristic,“ *1st Multidisciplinary International Conference on Scheduling: Theory and Applications (MISTA 2003)*, 2003.
- [14] B. Bilgin, P. De Causmaecker, S. Haspeslagh, T. Messelis ir G. Vanden Berghe, „Hardness Studies for Nurse Rostering Problems,“ įtraukta *Learning and Intelligent Optimization, LION3*, Trento, Italy, 2009.
- [15] P. Brucker, R. Qu ir E. Burke, „Personnel Scheduling: Models and Complexity,“ *European Journal of Operational Research*, vol. 210, issue 3, pp. 467-473, 2011.
- [16] S. Arora ir B. Barak, *Computational Complexity. A Modern Approach*, Cambridge University Press, 2009.
- [17] L. Pupeikienė, *Optimizavimo metodų tyrimas ir taikymas profiliuotų mokyklų tvarkaraščių sudarymo uždaviniuose (Disertacija)*, Vilnius: VGTU Technika, 2009.
- [18] A. Cerdeira-Pena, L. Carpenle, A. Farina ir D. Seco, „New Approaches for the School Timetabling Problem,“ įtraukta *MICAI '08. Seventh Mexican International Conference on Artificial Intelligence, 2008.*, Atizapan de Zaragoza, Mexico, 2008.
- [19] M. Azmi Al-Betar ir A. T. Khader, „A Harmony Search Algorithm for University Course Timetabling,“ *Annals of Operations Research*, Vol. 194, pp. 3-31, 2012.
- [20] A. Jula ir N. K. Naseri, „Using CMAC to Obtain Dynamic Mutation Rate in a Metaheuristic Memetic Algorithm to Solve University Timetabling Problem,“ *European Journal of Scientific Research*, Vol. 63, Issue 2, pp. 172-181, 2011.

- [21] K. Schimmelpfeng ir S. Helber, „Application of a Real-World University-Course Timetabling Model Solved by Integer Programming,“ *OR Spectrum*, Vol. 29, pp. 783-803, 2007.
- [22] E. K. Burke, R. Qu ir A. Soghier, „Adaptive Selection of Heuristics for Improving Exam Timetables,“ *Annals of Operations Research*, 2012.
- [23] B. McCollum, P. McMullan, A. J. Parkes, E. K. Burke ir R. Qu, „A New Model for Automated Examination Timetabling,“ *Annals of Operations Research*, Vol. 194, Issue 1, pp. 291-315, 2012.
- [24] G. Kendall, S. Knust, C. Ribeiro ir S. Urrutia, „Scheduling in Sports: An Annotated Bibliography,“ *Computers and Operations Research*, Vol. 37, pp. 1-19, 2010.
- [25] P. De Causmaecker, P. Demeester, G. Vanden Berghe ir B. Verbeke, „Analysis of Real-World Personnel Scheduling Problems,“ Pittsburg, USA, 2004.
- [26] E. Naudin, P. Chan, M. Hiroux ir T. Zemmouri, „Analysis of Three Mathematical Models of The Staff Rostering Problem,“ *Journal of Scheduling*, pp. 23-38, 2012.
- [27] E. Ronnberg ir T. Larsson, „Automating the Self-Scheduling Process of Nurses in Swedish Healthcare: a Pilot Study,“ *Health Care Management Science*, Vol. 13, Issue 1, pp. 35-53, 2010.
- [28] A. J. Hoffman ir L. D. Scott, „Role Stress and Career Satisfaction Among Registered Nurses by Work Shift Patterns,“ *The Journal of Nursing Administration*, Vol. 33, No. 6, pp. 337-342, 2003.
- [29] E. K. Burke, P. De Causmaecker, G. Vanden Berghe and H. Van Landeghem, "The State of the Art of Nurse Rostering," *Journal of Scheduling*, pp. 441-499, 2004.
- [30] M. J. Bester, I. Nieuwoudt ir J. H. Van Vuuren, „Finding Good Nurse Duty Schedules: a Case Study,“ *Journal of Scheduling*, Vol. 10, Issue 6, pp. 387-405, 2007.
- [31] M. N. Azaiez ir S. S. Al Sharif, „A 0-1 Goal Programming Model for Nurse Scheduling,“ *Computers & Operations Research*, Vol. 32, pp. 491-507, 2005.

- [32] J. F. Bard ir H. W. Purnomo, „Cyclic Preference Scheduling of Nurses Using a Lagrangian-Based Heuristic,“ *Journal of Scheduling, Vol. 10, Issue 1*, pp. 5-23, 2007.
- [33] P. Brucker, R. Qu, E. Burke ir G. Post, „A Decomposition, Construction and Post-processing Approach for a Specific Nurse Rostering Problem,“ *İtraukta Theory and Applications (MISTA 2005)*, New York, USA, 2005.
- [34] H. W. Purnomo ir J. F. Bard, „Cyclic Preference Scheduling for Nurses Using Branch and Price,“ *Naval Research Logistics, Vol. 54, Issue 2*, pp. 200-220, 2007.
- [35] E. K. Burke, P. De Causmaecker, S. Petrovic ir G. Vanden Berghe, „Metaheuristics for Handling Time Interval Coverage Constraints in Nurse Scheduling,“ *Applied Artificial Intelligence, vol. 20*, pp. 743-766, 2006.
- [36] J. Zhou, Y. Fan ir H. Zeng, „A Nurse Scheduling Approach Based on Set Pair Analysis,“ *International Journal of Industrial Engineering, Vol. 19, Issue 9*, pp. 359-368, 2012.
- [37] U. Aickelin, E. K. Burke ir J. Li, „An Estimation of Distribution Algorithm With Intelligent Local Search for Rule-Based Nurse Rostering,“ *Journal of the Operational Research Society*, pp. 1574-1585, 2007.
- [38] K. A. Dowsland ir J. M. Thompson, „Solving a Nurse Scheduling Problem with Knapsacks, Networks and Tabu Search,“ *Journal of the Operational Research Society, Vol. 51*, pp. 825-833, 2000.
- [39] F. Della Croce ir F. Salassa, „A Variable Neighborhood Search Based Matheuristic for Nurse Rostering Problems,“ *Annals of Operations Research, Vol.*, 2012.
- [40] R. Jenal, W. R. Ismail, L. C. Yeun ir A. Oughalime, „A Cyclical Nurse Schedule Using Goal Programming,“ *ITB Journal, Vol. 43, Issue 3*, pp. 151-164, 2011.
- [41] U. Aickelin ir P. White, „Building Better Nurse Scheduling Algorithms,“ *Annals of Operations Research, Vol. 128*, pp. 159-177, 2004.

- [42] R. Bai, E. Burke, G. Kendall, J. Li ir B. McCollum, „A Hybrid Evolutionary Approach to the Nurse Rostering Problem,“ *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 14, pp. 580-590, 2010.
- [43] U. Aickelin ir K. A. Dowsland, „Exploiting Problem Structure in a Genetic Algorithm Approach to a Nurse Rostering Problem,“ *Journal of Scheduling*, Vol. 3, pp. 139-153, 2000.
- [44] J. Li ir U. Aickelin, „BOA for Nurse Scheduling,“ *Studies in Computational Intelligence*, Vol. 33, pp. 315-332, 2006.
- [45] J. Li, U. Aickelin ir E. K. Burke, „A Component Based Heuristic Search Method With Evolutionary Eliminations for Hospital Personnel Scheduling,“ *INFORMS Journal on Computing*, vol. 21, pp. 468-479, 2009.
- [46] A. R. Clark ir H. Walker, „Nurse Rescheduling with Shift Preferences and Minimal Disruption,“ *Journal of Applied Operational Research*, Vol. 3, pp. 148-162, 2011.
- [47] E. K. Burke, T. Curtois, G. Post, R. Qu ir B. Veltman, „A Hybrid Heuristic Ordering and Variable Neighbourhood Search for the Nurse Rostering Problem,“ *European Journal of Operational Research*, vol. 188, pp. 330-341, 2008.
- [48] E. K. Burke, J. Li ir R. Qu, „A Hybrid Model of Integer Programming and Variable Neighbourhood Search for Highly-Constrained Nurse Rostering Problems,“ *European Journal of Operational Research*, vol. 203, pp. 484-493, 2010.
- [49] R. Qu ir F. He, „A Hybrid Constraint Programming Approach for Nurse Rostering Problems,“ įtraukta *The 28th SGAI International Conference on Artificial Intelligence (AI-2008)*, Cambridge, England, 2008.
- [50] U. Aickelin ir J. Li, „An estimation of distribution algorithm for nurse scheduling,“ *Annals of Operations Research*, vol. 155, pp. 289-309, 2007.
- [51] A. A. Constantino, D. Landa-Silva, E. Luiz de Melo, C. F. Xavier de Mendonca, D. B. Rizzato ir W. Romao, „A Heuristic Algorithm Based on Multi-Assignment Procedures for Nurse Scheduling,“ *Annals of Operations Research*, 2013.

- [52] D. Parr ir J. M. Thompson, „Solving the Multi-Objective Nurse Scheduling Problem with a Weighted Cost Function,“ *Annals of Operations Research*, Vol. 155, Issue 1, pp. 279-288, 2007.
- [53] P. Shahnazari-Shahrezaei, R. Tavakkoli-Moghaddam, M. Azarkish ir A. Sadeghnejad-Barkousaraie, „A Differential Evolution Algorithm Developed for a Nurse Scheduling Problem,“ *South African Journal of Industrial Engineering*, Vol. 33, Issue 3, pp. 68-90, 2012.
- [54] D. P. Wright, K. M. Bretthauer ir M. J. Cote, „Reexamining the Nurse Scheduling Problem: Staffing Ratios and Nursing Shortages,“ *Decision Sciences*, Vol. 37, Issue 1, pp. 39-70, 2006.
- [55] U. Aickelin ir K. A. Dowsland, „An Indirect Genetic Algorithm for a Nurse Scheduling Problem,“ *Computers & Operations Research*, vol. 31, pp. 761-778, 2004.
- [56] S. Kundu, M. Mahato, B. Mahanty ir S. Acharyya, „Comparative Performance of Simulated Annealing and Genetic Algorithm in Solving Nurse Scheduling Problem,“ įtraukta *International MultiConference of Engineers & Computer Scientists*, Hong Kong, 2008.
- [57] J. F. Bard ir H. W. Purnomo, „Hospital-Wide Reactive Scheduling of Nurses with Preference Considerations,“ *IIE Transactions*, Vol. 37, Issue 7, pp. 589-608, 2005.
- [58] H. Bouarab, S. Champalle, M. Dagenais, N. Lahrichi, A. Legrain ir M. Taobane, „Nurse Scheduling: From the Theoretical Modeling to Practical Resolution,“ įtraukta *Resource Optimization in Healthcare*, Montreal, Canada, 2010.
- [59] N. Fan, S. Mujahid, J. Zhang, P. Geo, P. Papajorgji, I. Steponavice, B. Neugaard ir P. M. Pardalos, „Nurse Scheduling Problem: An Integer Programming Model with a Practical Application,“ įtraukta *Systems Analysis Tools for Better Health Care Delivery*, New York, Springer New York, 2013, pp. 65-98.
- [60] E. K. Burke, J. Li ir R. Qu, „A Pareto-Based Search Methodology for Multi-Objective Nurse Scheduling,“ *Annals of Operations Research*, Vol. 196, Issue 1, pp. 91-109, 2012.

- [61] Z. Lu ir J.-K. Hao, „Adaptive Neighborhood Search for Nurse Rostering,“ *European Journal of Operational Research*, vol. 218, pp. 865-876, 2012.
- [62] P. Brucker, E. K. Burke, T. Curtois, R. Qu ir G. Vanden Berghe, „A Shift Sequence Based Approach for Nurse Scheduling and a New Benchmark Dataset,“ *Journal of Heuristics*, Vol. 16, Issue 4, pp. 559-573, 2010.
- [63] M. Hadwan, M. Ayob, N. R. Sabar ir R. Qu, „A Harmony Search Algorithm for Nurse Rostering Problems,“ *Information Sciences*, vol. 233, pp. 126-140, 2013.
- [64] E. K. Burke, T. Curtois, R. Qu ir G. Vanden Berghe, „A Scatter Search Approach to The Nurse Rostering Problem,“ *Journal of the Operational Research Society*, vol. 61, pp. 1667-1679, 2010.
- [65] B. Maenhout ir M. Vanhoucke, „Branching Strategies in a Branch-and-Price Approach for a Multiple Objective Nurse Scheduling Problem,“ *Journal of Scheduling*, Vol. 13, pp. 77-93, 2010.
- [66] R. Ramli ir S. N. I. Ahmad, „Innovative Neighbor Generations In Tabu Search Technique For A Nurse Rostering Problem,“ įtraukta *International Conference on Information and Electronics Engineering*, Singapore, 2011.
- [67] S. Petrovic ir G. Vanden Berghe, „Comparison of Algorithms for Nurse Rostering Problems,“ įtraukta *Practice and Theory of Automated Timetabling - PATAT 2008*, Montreal, Canada, 2008.
- [68] B. Bilgin, P. De Causmaecker ir G. Vanden Berghe, „A Hyperheuristic Approach to Belgian Nurse Rostering Problems,“ įtraukta *Proceedings of the 4th Multidisciplinary International Conference on Scheduling: Theory and Applications*, Dublin, Ireland, 2009.
- [69] J. O. Brunner, J. F. Bard ir R. Kolisch, „Flexible Shift Scheduling of Physicians,“ *Health Care Management Science*, pp. 285-305, 2009.
- [70] E. K. Burke, T. Curtois, R. Qu ir G. Vanden Berghe, „A Time Predefined Variable Depth Search for Nurse Rostering,“ *INFORMS Journal on Computing*, 2012.



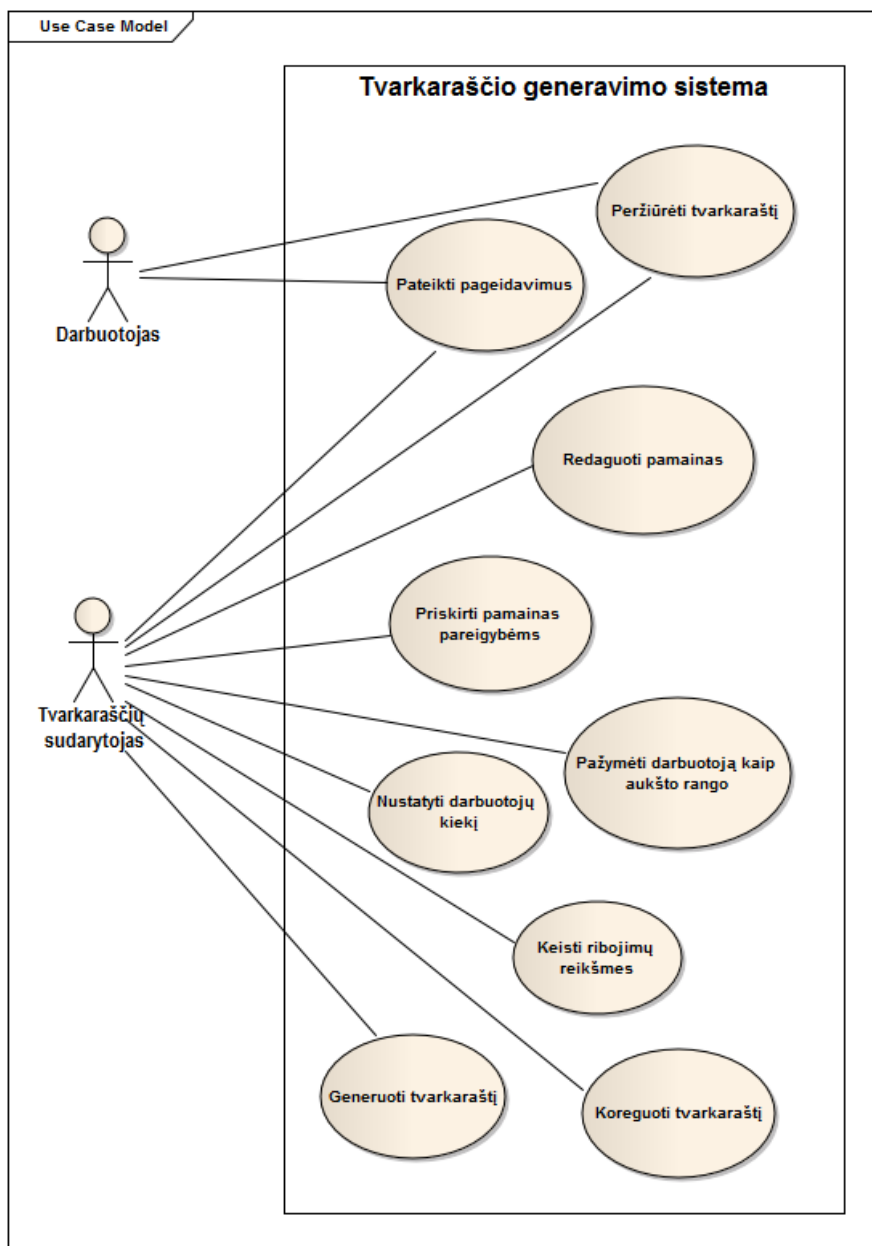
- [71] E. Burke, P. De Causmaecker, S. Petrovic ir G. Vanden Berghe, „Variable Neighborhood Search for Nurse Rostering Problems,“ įtraukta *Metaheuristics: Computer Decision-Making*, Norwell, USA, Kluwer Academic Publishers, 2004, pp. 153-172.
- [72] P. De Causmaecker ir G. Vanden Berghe, „A Categorisation of Nurse Rostering Problems,“ *Journal of Scheduling*, Vol. 14, Issue 1, pp. 3-16, 2011.
- [73] C.-C. Tsai ir C.-J. Lee, „Optimization of Nurse Scheduling Problem with a Two-Stage Mathematical Programming Model,“ *Asia Pacific Management Review*, Vol. 15, pp. 503-516, 2010.
- [74] B. Bilgin, P. De Causmaecker, B. Rossie ir G. Vanden Berghe, „Local Search Neighbourhoods for Dealing With a Novel Nurse Rostering Model,“ *Annals of Operations Research*, vol. 194, pp. 33-57, 2012.
- [75] A. A. Constantino, D. Landa-Silva, E. Luiz de Melo ir W. Romao, „A Heuristic Algorithm For Nurse Scheduling With Balanced Preference Satisfaction,“ įtraukta *Proceedings of the 2011 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Scheduling (CISched 2011)*, 2011.
- [76] M. D. Goodman, K. A. Dowsland ir J. M. Thompson, „A Grasp-Knapsack Hybrid for a Nurse-Scheduling Problem,“ *Journal of Heuristics*, pp. 351-379, 2009.
- [77] K. A. Dowsland, „Nurse Scheduling with Tabu Search and Strategic Oscillation,“ *European Journal of Operational research*, Vol. 106, pp. 393-407, 1998.
- [78] M. Kracka, W. K. M. Brauers ir E. K. Zavadskas, „Buildings External Walls and Windows Effective Selection by Applying Multiple Criteria Method,“ įtraukta *Modern Building Materials, Structures And Techniques*, Vilnius, Lithuania, 2010.
- [79] I. Radziukynienė ir A. Žilinskas, „Evolutionary Methods for Multi-Objective Portfolio Optimization,“ įtraukta *Proceedings of the World Congress on Engineering*, Vol. 2, London, UK, 2008.
- [80] G. Dzemyda ir T. Petkus, „Application of Computer Network to Solve the Complex Applied Multiple Criteria Optimization Problems,“ *Informatica*, pp. 45-60, 2001.

- [81] E. Filotovas, „Daugiakriterinių optimizavimo uždavinių sprendimas interaktyviuoju būdu (Disertacija),“ 2012.
- [82] J. Mockus, „On the Pareto Optimality in the Context of Lipschitzian Optimization,“ *Informatica, Vol. 22, No. 4*, p. 521–536, 2011.
- [83] A. Lančinskas, „Atsitiktinės paieškos globaliojo optimizavimo algoritmų lygiagretinimas (Disertacija),“ 2013.
- [84] Y. Nikulin, K. Miettinen ir M. M. Makela, „A New Achievement Scalarizing Function Based on Parameterization in Multiobjective Optimization,“ *OR Spectrum, Vol. 34, Issue 1*, pp. 69-87, 2012.
- [85] R. T. Marler ir J. S. Arora, „Survey of Multi-Objective Optimization Methods for Engineering,“ *Structural and Multidisciplinary Optimization*, t. 26, nr. 6, pp. 369-395, 2004.
- [86] B. Suman ir P. Kumar, „A Survey of Simulated Annealing as a Tool for Single and Multiobjective optimization,“ *Journal of the Operational Research Society, Vol. 57*, pp. 43-60, 2006.
- [87] Y. Nourani ir B. Andresen, „A Comparison of Simulated Annealing Cooling Strategies,“ *Journal of Physics A: Mathematical and General, Vol. 31, Issue 41*, pp. 8373-8385, 1998.
- [88] B. Suman ir P. Kumar, „A Survey of Simulated Annealing as a Tool for Single and Multiobjective Optimization,“ *Journal of the Operational Research Society, Vol. 57.*, pp. 43-60, 2006.
- [89] J. Li, S. Swift ir X. Liu, „The Effect of Cooling Functions on Ensemble Clustering Using Simulated Annealing,“ *Intelligent Data Analysis, Vol. 14*, pp. 701-730, 2010.
- [90] M. Pinedo, „Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems, 4th Edition,“ įtraukta *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems, 4th Edition*, Springer, 2012, pp. 382-386.
- [91] A. Suppaitnarm, K. A. Seffen, G. T. Parks ir P. J. Clarkson, „A Simulated Annealing Aalgorithm for Multiobjective Optimization,“ *Engineering Optimization, Vol. 33*, pp. 59-85, 2000.

- [92] K. Bringmann ir T. Friedrich, „An Efficient Algorithm for Computing Hypervolume Contributions,“ *Evolutionary Computation, Vol. 18, Issue 3*, p. 383–402, 2010.
- [93] C. M. Fonseca, L. Paquete ir M. Lopez-Ibanez, „An Improved Dimension-Sweep Algorithm for the Hypervolume Indicator,“ įtraukta *IEEE Congress on Evolutionary Computation 2006*, Vancouver, Canada , 2006.

## Priedas. Programinė įranga SPI darbuotojų darbų grafikų optimizavimui

Sukurtosios programinės įrangos teikiamos galimybės pavaizduotos panaudos atvejų diagramoje (19 pav.).














19 pav. Programinės įrangos panaudos atvejų diagrama

Sukurtoji programinė įranga leidžia darbuotojui peržiūrėti savo ir kitų darbuotojų tvarkaraščius ir pateikti pageidavimus kito mėnesio tvarkaraščiui. Tvarkaraščio sudarytojas papildomai gali kurti naujas pamainas, jas redaguoti arba šalinti; priskirti pamainas tam tikrom pareigybėm ar atskiriems darbuotojams; nustatyti darbuotojų kiekį atskirai pamainai; keisti pageidavimų, tvarkaraščio ribojimų reikšmes bei baudų įverčius; keisti darbuotojų

pageidavimus, priskirti atskiras baudas už pageidavimų pažeidimus; sugrupuoti darbuotojus kurie pageidauja arba nepageidauja dirbti kartu; redaguoti sudarytą tvarkaraštį.

Darbuotojui prisijungus prie sistemos, jam iš karto atvaizduojamas einamojo mėnesio darbų grafikas. Meniu punkte *Tvarkaraštis* -> *Skyriaus* darbuotojas gali peržiūrėti pasirinkto skyriaus darbuotojų darbų grafikus. Meniu punkte *Tvarkaraštis* -> *Asmeninis* peržiūrėti savo, pasirinkto laikotarpio, darbų grafikus.

Meniu punkte *Pageidavimai* gali pateikti savo pageidavimus kito mėnesio tvarkaraščiui (20 pav.). Taip pat šiame punkte darbuotojas gali pažymėti, kuris pageidavimas jam yra svarbiausias, kad būtų išpildytas.

<b>Pageidavimai 2013 m. birželis</b>			
<b>Eil. Nr.</b>	<b>Pageidavimas</b>	<b>Reikšmė</b>	
1	Maksimalus nenutrūkstamų darbo dienų kiekis	5	
2	Minimalus nenutrūkstamų darbo dienų kiekis	4	
3	Maksimalus budėjimo pamainų kiekis	1	
4	Maksimalus naktinių pamainų kiekis	1	
5	Pageidautina nedarbo diena		
6	Nepageidaujama pamaina	Nesvarbu	
7	Pageidaujama pamaina pirmadieniais	Nesvarbu	
8	Pageidaujama pamaina antradieniais	Nesvarbu	
9	Pageidaujama pamaina trečiadieniais	Nesvarbu	
10	Pageidaujama pamaina ketvirtadieniais	Nesvarbu	
11	Pageidaujama pamaina penktadieniais	Nesvarbu	

Reikšmingiausias pageidavimas:
























Visi vienodai reikšmingi

20 pav. Darbuotojo pageidavimai.

Jei darbuotojas nenurodė jokių pageidavimų, tuomet lieka galioti tvarkaraščio sudarytojo iš anksto apibrėžti nustatymai. Darbuotojui pateikus pageidavimus, jie galioja tol kol darbuotojas jų nepakeičia, t.y. jei darbuotojas pateikė pageidavimus vienam mėnesiui, tai jie liks galioti ir kitiems mėnesiams

kol nebus pakeisti. Nurodžius svarbiausią pageidavimą, tvarkaraščio sudarytojas, gali rankiniu būdu poredaguoti sudarytą darbų grafiką, atsižvelgdamas į darbuotojo pageidavimą.

Menu punkte *Tvarkaraščio sudarymas* -> *Pamainos* -> *Redagavimas* tvarkaraščio sudarytojas gali kurti naujas pamainas, redaguoti esamas bei šalinti nereikalingas pamainas (21 pav.).

Pamainų redagavimas						
	Eil. Nr.	Pamaina	Pradžia	Pabaiga	Pertrauka (minutėmis)	Trukmė
 	1	Rytinė	07:30	15:12	30	07:12
 	2	Rytinė	09:54	15:12	30	04:48
 	3	Rytinė	07:00	15:06	30	07:36
 	4	Rytinė	07:00	15:30	30	08:00
 	5	Rytinė	07:06	15:12	30	07:36
 	6	Rytinė	07:30	15:30	30	07:30
 	7	Dieninė	15:12	18:48	0	03:36
 	8	Dieninė	15:12	19:00	0	03:48
 	9	Dieninė	15:06	17:00	0	01:54
 	10	Naktinė	18:48	09:12	0	14:24
 	11	Budėjimo	08:00	08:00	0	24:00
		Rytinė ▾	00 ▾ : 00 ▾	00 ▾ : 00 ▾		

21 pav. Pamainų kūrimo, redagavimo bei šalinimo forma.

Tvarkaraščio sudarytojas gali kurti naujas pamainas, redaguoti esamas bei šalinti nereikalingas.

Menu punkte *Tvarkaraščio sudarymas* -> *Pamainos* -> *Priskyrimas pareigybėms* pamainos yra priskiriamos atitinkamoms skyriaus pareigybėms (22 pav.).

Pamainų paskyrimas						
	Pamaina	Pradžia	Pabaiga	Pertrauka	Trukmė	
<input checked="" type="checkbox"/>	Rytinė	07:30	15:12	30	07:12	
<input type="checkbox"/>	Rytinė	09:54	15:12	30	04:48	
<input type="checkbox"/>	Rytinė	07:00	15:06	30	07:36	
<input type="checkbox"/>	Rytinė	07:00	15:30	30	08:00	
<input checked="" type="checkbox"/>	Dieninė	15:12	18:48	0	03:36	
<input type="checkbox"/>	Dieninė	15:12	19:00	0	03:48	
<input type="checkbox"/>	Dieninė	15:06	17:00	0	01:54	
<input checked="" type="checkbox"/>	Naktinė	18:48	09:12	0	14:24	
<input checked="" type="checkbox"/>	Budėjimo	08:00	08:00	0	24:00	
<input type="checkbox"/>	Rytinė	07:06	15:12	30	07:36	
<input type="checkbox"/>	Rytinė	07:30	15:30	30	07:30	

22 pav. Pamainų paskirstymo pareigybėms forma.

Menu punkte *Tvarkaraščio sudarymas* -> *Pamainos* -> *Paskirstymas darbuotojams* pamainos gali būti priskiriamos atskiriems darbuotojams. Kuomet pamaina priskiriama atskiram darbuotojui, jis automatiškai tampa aukšto rango darbuotoju ir jam tvarkaraštis yra sudaromas atskirai, atsižvelgiant į darbuotojo pageidavimus.

Menu punkte *Tvarkaraščio sudarymas* -> *Darbuotojų kiekis* nustatomas reikalingų darbuotojų tam tikrai dienai kiekis. Darbuotojų kiekis gali būti apibrėžtas pasirinkus vieną iš trijų variantų: vienodas visomis dienomis, vienodas tam tikromis savaitės dienomis ir skirtingas visomis dienomis.

Menu punkte *Tvarkaraščio sudarymas* -> *Pamainų kiekis* nustatomas reikalingų darbuotojų tam tikrai pamainai kiekis. Darbuotojų kiekis pamainai gali būti apibrėžtas pasirinkus vieną iš trijų variantų: vienodas visomis dienomis, vienodas tam tikromis savaitės dienomis ir skirtingas visomis dienomis (23 pav.).

Visomis dienomis vienodai   
  Visomis savaitės dienomis vienodai   
  Kiekvieną dieną skirtingai

Pareigybė	Pamainos			
	Rytinė	Dieninė	Naktinė	Budėjimo
Gydytojas kardiologas - intervencinis kardiologas	18 ▼	0 ▼	0 ▼	1 ▼
Gydytojas radiologas - intervencinis radiologas	4 ▼	0 ▼		
Gydytojas kardiologas	3 ▼	0 ▼		
Gydytojas vaikų kardiologas - intervencinis vaikų kardiologas	1 ▼	0 ▼		
Operacinės slaugytoja	35 ▼	0 ▼	0 ▼	1 ▼
Slaugytojo padėjėjas	17 ▼	0 ▼	0 ▼	1 ▼
Bendrosios praktikos slaugytoja	2 ▼	0 ▼		
Operacinės pagalbinis darbuotojas	1 ▼			
Vyresnioji slaugytoja - slaugos administratorė	1 ▼			
Ūkio reikalų tvarkytoja	1 ▼			

23 pav. Pamainų kiekio nustatymo forma.

Menu punkte *Tvarkaraščio sudarymas* -> *Pageidavimų redagavimas* tvarkaraščio sudarytojas gali keisti iš anksto numatytąsias pageidavimų bei baudų reikšmes.

Menu punkte *Tvarkaraščio sudarymas* -> *Darbuotojų pageidavimų redagavimas* tvarkaraščio sudarytojas gali keisti pasirinkto darbuotojo pageidavimus bei nustatyti baudas skiriamas už pageidavimų pažeidimus.

Menu punkte *Tvarkaraščio sudarymas* -> *Darbuotojų poravimas* tvarkaraščių sudarytojas gali sudaryti darbuotojų poras, kurios pageidauja dirbti kartu arba atskirai.

Menu punkte *Tvarkaraščio sudarymas* -> *Tvarkaraščio konstravimas* pradedamas tvarkaraščio konstravimo procesas. Konstravimo metu nuolatos atnaujinama informacija apie tvarkaraščio konstravimo eigą (24 pav.).

<b>Tvarkaraščio konstravimas</b>	
<b>2013 m. birželis</b>	
<input type="button" value="Konstruoti tvarkaraštį"/>	<input type="button" value="Atšaukti"/>
Gydytojas kardiologas - intervencinis kardiologas	4 %
Gydytojas radiologas - intervencinis radiologas	0 %
Gydytojas kardiologas	0 %
Gydytojas vaikų kardiologas - intervencinis vaikų kardiologas	0 %
Operacinės slaugytoja	0,6 %
Slaugytojo padėjėjas	6,8 %
Bendrosios praktikos slaugytoja	85,2 %
Operacinės pagalbinis darbuotojas	100 %
Vyresnioji slaugytoja - slaugos administratorė	0 %
Ūkio reikalų tvarkytoja	100 %

**24 pav. Tvarkaraščio konstravimo progreso forma.**

Tvarkaraščiai kiekvienai pareigybei konstruojami lygiagrečiai, nebent yra darbuotojų, dirbančių keliose pareigybėse, tuomet tom pareigybėms konstruojami tvarkaraščiai nuosekliai.

Sukonstravus tvarkaraštį jis iš karto atvaizduojamas (25 pav.). Jei darbuotojas yra nurodęs svarbiausią jam pageidavimą ir jis yra neišpildytas, tuomet tvarkaraštyje darbuotojas yra paryškintas ir užvedus ant jo pelės žymeklį galima pamatyti koks pageidavimas yra neišpildytas.

Tvarkaraštį galima redaguoti nurodant tam tikrą darbo laiko intervalą (26 pav.).



Pavardė Vardas	Val. per. diena	Etato dalis	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
J.B.	01:48	0,25					15:12 18:48	15:12 18:48				15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48				15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48					15:12 18:48	15:12 18:48
J.B.	07:12	1			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12				07:30 15:12	07:30 15:12
L.B.	07:12	1			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12				18:48 00:00	24:00 09:12
J.B.	07:12	1			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12				07:30 15:12	18:48 24:00
G.I.	01:48	0,25			15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48				15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48			15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48				15:12 18:48	15:12 18:48
G.I.	07:12	1			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12				07:30 15:12	15:12 18:48
V.I.	07:12	1			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12				07:30 15:12	15:12 18:48
S.J.	07:12	1			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12				07:30 15:12	15:12 18:48
M.J.	07:12	1			15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48			15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48			15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48				08:00 24:00	00:00 08:00
R.K.	01:48	0,25			15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48				15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48			15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48				15:12 18:48	15:12 18:48

25 pav. Sukonstruoto tvarkaraščio atvaizdavimo forma.

**Tvarkaraščio konstravimas  
2013 m. birželis**

Konstruoti tvarkaraštį

Atšaukti

Gydytojas kardiologas - intervencinis kardiologas

Rodyti pilną darbuotojo tvarkaraštį

	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Darbo val.	Fakt. darbo val.	Skirtumas	Banda	D.d.
	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48					15:12 18:48	15:12 18:48		15:12 18:48					15:12 18:48	15:12 18:48					34:12	36:00	-1:48	4740	10
	07:30 15:12	15:12 18:48	07:30 15:12	15:12 18:48	07:30 15:12			15:12 18:48	15:12 18:48	07:30 15:12		15:12 18:48				07:30 15:12	07:30 15:12					68:24	72:00	-3:36	4500	14
		07:06 15:12						07:06 15:12	07:06 15:12													-	-	-	-	-
	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	15:12 18:48	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12					136:48	133:12	3:36	3280	19
	15:12 18:48				15:12 18:48			15:12 18:48	15:12 18:48	07:30 15:12	15:12 18:48	15:12 18:48										34:12	36:00	-1:48	5180	8
		15:12 18:48						15:12 18:48	15:12 18:48							07:30 15:12	07:30 15:12					-	-	-	-	-
	07:30 15:12		15:12 18:48	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12							15:12 18:48	15:12 18:48					68:24	68:24	0:00	3700	13
		15:12 18:48						15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48					07:30 15:12	07:30 15:12					-	-	-	-	-
	07:30 15:12	15:12 18:48	07:30 15:12	07:30 15:12	15:12 18:48			07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12	07:30 15:12			07:30 15:12	07:30 15:12					136:48	129:36	7:12	4360	19
	15:12 18:48	18:48	00:00	09:54	07:30			15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48			07:30 15:12	07:30 15:12					136:48	136:48	0:00	2300	21
	07:30 15:12	15:12 18:48	24:00	09:12	15:12			15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48	15:12 18:48			15:12 18:48	15:12 18:48					68:24	72:00	-3:36	4280	15

26 pav. Tvarkaraščio redagavimo forma.